

# **REGIMURI ALE CANTITĂȚII ÎN LOGICA FORMALĂ**



Referenți:

acad. prof. dr. Alexandru SURDU  
prof. dr. Petru IOAN

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale

**FÂRTE, GHEORGHE - ILIE**

**Regimuri ale cantității în logica formală / Gheorghe - Ilie**

Fârte. – Iași: Editura „Ștefan Lupășcu”, 1999

180 p.; 21 cm – (Universitaria)

Bibliogr.

ISBN 973 - 99044 - 4 - 0

16

Coperta reproduce „Ferestrele către oraș”,  
tablou din 1912 al lui Robert Delaunay (1895 - 1941)

*Carte publicată cu sprijinul fundației*  
**KATHOLISCHER AKADEMISCHER**  
**AUSLÄNDER - DIENST (KAAD)**



colecția



GHEORGHE - ILIE FÂRTE

# Regimuri ale cantității în logica formală

© 1999: Editura Fundației „Ștefan Lupășcu”,  
str. „Păcurari”, nr. 9; 6600 - Iași, România  
ISBN : 973 - 99044 - 4 - 0

care se definește. Specific mulțimilor continue este faptul că nu conțin nici o „parte care să fie cea mai mică posibilă“, cu alte cuvinte, nici o parte a lor nu poate fi dată fără a o închide între limite <sup>7</sup>. Prin opoziție, mărimile discrete se constituie prin utilizarea elementelor unitate. Printre mărimile discrete s-ar număra, potrivit lui Aristotel, numărul și vorbirea, iar printre mărimile continue: linia, suprafața, volumul, timpul și spațiul [3: 18].

După cum este sau nu aditivă, mărimea poate fi calificată, apoi, extensivă vs. intensivă. Așadar, este extensivă acea mărime în care reprezentarea părților face posibilă reprezentarea întregului (pe care o precede în chip necesar), adică acea mărime obținută prin adunarea componentelor [7: 188]. *Exempli causa*: greutatea totală de pe un taler de cântar este identică cu suma greutateilor per bucată. Dimpotrivă, este intensivă mărimea „care nu este aprehendată decât ca unitate“ [7: 192], iar nu ca sinteză succesivă a unor elemente componente. Determinările mărimilor continue – cum ar fi, de pildă, temperatura – nu mai sînt de natură numerică, ci de grad [cf. și 6:1147].

Reținînd dintre caracteristicile generale ale cantității – fie pure, fie determinate – doar pe acelea care au o oarecare relevanță și la nivel formal, se poate concede că virtuțile acestei categorii logico-filosofice nu se dezvăluie în cercetarea „calitativului pur“, simplu și etern, oricare ar fi numele sub care acesta se regăsește: „*apérion*“, „*materia prima*“, „*Absolut*“, „*lucru în sine*“, „*Ființă*“, „*Dumnezeu*“ etc., ci în investigarea a ceea ce Toma d'Aquino numea „*materia signata quantitate*“, adică materia limitată în timp și spațiu <sup>8</sup>.

Intrarea cunoașterii sub zodia cantității, o dată cu adoptarea principiului modern (baconian): *naturam renuntiando vincimus* a însemnat o renunțare la cercetarea esențelor, dar, în același timp, și o retragere în universul matematicii. Astfel, cunoașterea își găsește fundamentul într-un nou tip al metodei experimentale, anume, în experimentul analitic. Această reconstruire a metodologiei de cercetare a universului a permis „introducerea unei disocieri în împletitura deasă a cauzelor naturale, o asemenea distincție fiind condiția necesară pentru ca să se formuleze legi naturale exacte și, prin aceasta, să se ajungă la stăpînirea forțelor naturii“ <sup>9</sup>.

În măsura în care logica se constituie într-un organon al tuturor științelor (pozitive), credem că este cît se poate de utilă construirea unei sinteze a celor mai relevante mărci formale sub care poate fi recunoscută cantitatea. Identificarea diverselor manifestări ale cantității în planul logicii formale reclamă însă o prealabilă configurare a „spațiului de joc“ și construirea unui instrument de analiză adecvat.

## 0.2. CADRUL GENERAL AL LOGICII FORMALE

Tot ceea ce poate fi vizat într-o cugetare necontradictorie intră în alcătuirea mulțimii obiectelor (sau a entităților) <sup>10</sup>. Obiectele (concrete) care stau în locul altor obiecte (fie concrete, fie abstracte) potrivit unor reguli de utilizare statorni-

<sup>7</sup> Immanuel Kant, *Critica rațiunii pure*, Editura IRI, București, 1994, pp. 192-3.

<sup>8</sup> Cf. Anton Dumitriu, *Istoria logicii*, ed. a II-a, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975, p. 363.

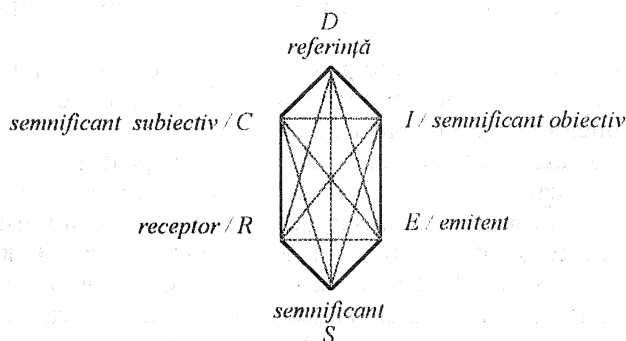
<sup>9</sup> O. Becker, *Măreția și limitele gîndirii matematice*, Editura Științifică, București, 1968, p. 69.

<sup>10</sup> Gheorghe Enescu, *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 262.

cite de o anumită comunitate sînt semne <sup>11</sup>. Cu ajutorul acestor obiecte speciale, omul instituie un cosmos, adică o lume supusă unei instanțe raționale.

Cercetările privind realitatea semică s-au concretizat într-o multitudine de concertantă de modele. Rămîne un merit al logicianului Petru Ioan faptul că, după o analiză în spirit ecumenic a celor mai relevante dintre aceste contribuții, a oferit un model integrator al situației semiotice <sup>12</sup>.

Din supramodelul invocat se va reține, pentru început, doar secțiunea diadică *semnificant – referință* (în speță, *semn – denotat*), secțiune care este centrată pe relația de desemnare <sup>13</sup>.



1°. Hexagonul situațiilor de comunicare,  
în concepția lui Petru Ioan

Printr-o nouă restricție, vom plasa prezentul demers în spațiul expresiilor, *id est* în cadrul semnelor lingvistice (verbale). Expresiile nu subzistă în mod independent, ci ca elemente ale unor limbaje. Aceste sisteme sînt: (1) sau universale (dacă se referă la toate domeniile existenței umane), sau parțiale (dacă nu pot exprima tot ceea ce în genere poate fi exprimat); (2) sau închise (dacă își sînt propriul lor metalimbaj), sau deschise (dacă nu se pot oglindi în ele însele, altfel spus, dacă nu sînt autoreflexive); (3) sau precise (dacă regulile de formare și cele de desemnare nu tolerează abateri), sau imprecise (dacă se constată o valabilitate statistică a regulilor de formare și a celor de desemnare); (4) sau exclusiv scriptice (dacă în componența lor intră doar expresii grafice), sau indiferente sub aspectul exprimării (dacă semnele conținute sînt atît complexe de foneme cît și complexe de grafeme).

Limbajele parțiale, deschise, precise și exclusiv scriptice sînt socotite formalizate <sup>14</sup>, iar aceea ipostază a logicii care se înfățișează prin intermediul lor se

<sup>11</sup> Emanuel Vasiliu, *Sens, adevăr analitic, cunoaștere*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1984, p. 22.

<sup>12</sup> Petru Ioan, *Educație și creație în perspectiva unei logici „situaționale”*, cap. 4: „Virtuțile unui „supramodel” al situației semiotice”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1995, pp. 72-144.

<sup>13</sup> Deoarece simplificarea operată ar putea lăsa loc unor nedorite ambiguități, aducem în atenție două precizări. Semnul se identifică cu unul dintre parametrii situației semiotice – semnificantul – doar în ipostaza de „semn material” (sau de „semn în sine”). Altminteri, el s-ar situa în centrul hexadei semiotice [12: 77]. Apoi, în ciuda unor aspecte discutabile, acceptăm teza că orice semn are un denotat (prin însăși intenția sub care este instituit). Una dintre consecințele reunirii sub „umbrela” referinței a semnificatului obiectiv, a semnificatului subiectiv și a referinței „propriu-zise” este proliferarea tipurilor de obiecte desemnate. Astfel, semnele pot să trimită atît la obiecte concrete cît și la obiecte abstracte, atît la obiecte reale cît și la obiecte ficționale etc.

<sup>14</sup> Cf. [10: 167-72] și Petre Botezatu, *Valoarea deducției*, Editura Șt. și Enciclopedică, București, 1971, p. 195.

identifică cu logica formală. Faptul că unele secvențe din limbajele formalizate sînt uneori „citite” constituie o simplă concesie<sup>15</sup> și nu infirmă definițiile anunțate.

### 0.3. CLASIFICAREA EXPRESIILOR DINTR-UN LIMBAJ FORMALIZAT: UN POSIBIL PUNCT DE PLECARE ÎN DESLUȘIREA ÎNSEMNELOR FORMALE ALE CANTITĂȚII

Fie  $L$ , un limbaj - obiect formalizat și  $ML$ , metalimbajul în care acesta se oglindește. Este de notat dintru început faptul că  $ML$  are în mod necesar o componentă „naturală” (în cazul de față, limba română) și, în mod contingent, o secțiune formalizată.

Luînd drept criteriu de ordonare precizia cu care este indicată referința, expresiile din  $L$  se regăsesc în reuniunea disjunctivă<sup>16</sup> a trei clase<sup>17</sup>: clasa constanțelor, clasa variabilelor și clasa parametrilor.

Vor fi considerate constante acele expresii din  $L$  pentru care denotatele sînt în chip univoc specificate [10: 52]. Precizarea semnificațiilor se face sau în  $ML$  sau în lăuntru lui  $L$ . În primul caz avem de-a face cu constante primitive, iar în cel de-al doilea, cu constante definite. În ultimă instanță, constantele din  $L$  sînt abrevieri ale unor expresii din limbajele naturale (în speță, din limba română)<sup>18</sup>.

Vor primi calificativul de variabilă acele expresii din  $L$  care desemnează în mod imprecis (ambiguu) cîte un obiect<sup>19</sup>. Avînd calitatea de locuitor<sup>20</sup>, nume temporar<sup>21</sup>, nume echivoc<sup>22</sup>, pronume<sup>23</sup> sau pseudonim, fiecare variabilă se asociază cu cîte o pluralitate de obiecte, *id est* cu cîte un domeniu de valori semantice<sup>24</sup>. Obiectul desemnat de o variabilă este unic, dar necunoscut. El poate fi identificat cu oricare dintre elementele domeniului de valori semantice aferent<sup>25</sup>.

<sup>15</sup> A. Jacob (ed.), *Encyclopédie Philosophique Universelle*, II: „Les notions philosophiques. Dictionnaire” (volume dirigé par S. Auroux), tome I, Presses Universitaires de France, Paris, 1990, p. 1447.

<sup>16</sup> Prin „reuniune disjunctivă” (în limba germană: „disjunkte Vereinigung”) se înțelege reuniune a unor clase care nu au nici un element comun. Cf. E. Bergmann și Helga Noll, *Mathematische Logik mit Informatik-Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1977, p. 2.

<sup>17</sup> Expresiile „clasă” și „mulțime” sînt, în demersul nostru, interschimbabile.

<sup>18</sup> Definirea constanțelor individuale ca abrevieri de nume proprii (*id est* ca prescurtări ale unor nume de indivizi) apare, de exemplu, în: B. L. Tapscott, *Elementary Applied Symbolic Logic*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, p. 195; Virginia Klenk, *Understanding Symbolic Logic*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983, p. 203. Evident, această definiție poate fi generalizată.

<sup>19</sup> Gottlob Frege, *Ce este o funcție?*, în: G. Frege, *Scrieri logico-filosofice*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977, pp. 321-2; cf. și I. Narița, *Analiza logică: Frege și Wittgenstein*, Editura Delabistra, Caransebeș, 1997, p. 44.

<sup>20</sup> Termenul „locuitor” este asociat cu înțelesul expresiilor „place - holder” și „Platzhalter”. Cf. A. C. Michalos, *Principles of Logic*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1969, p. 6; E. Boddenberg, *Logik*, I, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main, 1975, p. 7.

<sup>21</sup> Expresia „nume temporar” este echivocă cu sintagmele „nom temporaire” și „temporary name”. Cf. P. Engel, *La norme du vrai. Philosophie de la logique*, Gallimard, Paris, 1989, p. 84; R. Epstein, *The Semantic Foundations of Logic. Predicate Logic*, Oxford University Press, New York, 1994, p. 71.

<sup>22</sup> Expresia „nume echivoc” este un echivalent al termenului „ambiguous name”. Cf. P. Edwards (ed.), *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 5, The Macmillan Company & The Free Press, New York; Collier - Macmillan Limited, London, 1967, p. 77.

<sup>23</sup> W. v. O. Quine, *Quiddities. Dictionnaire philosophique par intermittence*, Editions du Seuil, Paris, 1992, pp. 261-2. Asociem expresiei „pronume” un înțeles larg: pronumele nu suplinește doar numele propriu.

<sup>24</sup> R. M. Martin, *Truth & Denotation. A Study in Semantical Theory*, Routledge & Kegan Paul, London, 1958, p. 3; W. v. O. Quine, *Designation and Existence*, în: „The Journal of Philosophy”, vol. 36, nr. 26, 1939, p. 707; F. R. Harrison, *Deductive Logic and Descriptive Language*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1969, p. 32.

<sup>25</sup> J. Allwood, L. G. Anderson și Ö. Dahl, *Logik für Linguisten*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen, 1973, p. 55.

În legătură cu statutul variabilelor s-a conturat și o concepție „extremistă” (pe care n-o împărtășim), conform căreia aceste grafeme nu sînt înzestrate cu capacitate denotativă; ele ar semnala în schimb cîte un post vacant <sup>26</sup> pe care îl pot ocupa anumite constante.

Situația parametrilor <sup>27</sup> este oarecum confuză. Pe de o parte, fiecare parametru are într-un context dat o semnificație specificată <sup>28</sup>. Pe de altă parte, în calculele formale neinterpretate, parametrii dobîndesc doar funcția sintactică de constantă [10: 53], denotatele lor fiind pînă la urmă oarecare. Din cauza „jocului dublu” practicat, parametrii au fost încadrați cînd în clasa constantelor, cînd în clasa variabilelor. În postura de constante, parametrii ar forma subclasa constantelor formale [10: 53], adică subclasa constantelor nonlogice <sup>29</sup>. Asimilați variabilelor, parametrii ar alcătui subclasa variabilelor ajutătoare [27d: 405]. În ce ne privește, subscriem la teza că, în raport cu variabilele și cu constantele, parametrii au un statut logic propriu. Justețea acestui punct de vedere se va vădi în contextul teoriei cuantificării.

Criteriul completitudinii permite o nouă clasificare a expresiilor din *L*, obținându-se în acest fel clasa expresiilor saturate și clasa expresiilor nesaturate, *id est* clasa categoremelor și clasa sincategoremelor <sup>30</sup>. Această distincție extrem de importantă era deja un loc comun în logica Evului de mijloc și se regăsește în contemporaneitate sub forma tandemului *categorii de bază – categorii functoriale*, binom teoretic propus de Edmund Husserl și rafinat apoi îndeosebi de Stanislaw Leśniewski și Kazimir Ajdukiewicz <sup>31</sup>.

Distincția de mai sus poate fi urmărită pentru început într-un context „pur sintactic”. Astfel, sincategoremele ar fi expresii care creează „goluri”, reclamînd, în consecință, o întregire cu alte expresii. Ținem să semnalăm, însă, aici și faptul că sincategoremele pot participa la completarea altor sincategoreme. În contrast cu expresiile nesaturate, categoremele dețin un singur rol sintactic: acela de a întregi sincategoreme. Gramatica limbajului *L* trebuie înzestrată, așadar, cu reguli de control privind operația de concatenare a expresiilor, astfel încît să poată fi aprecii-

<sup>26</sup> Am tradus prin sintagma „post vacant” expresiile „*Leerstelle*”, „*gap*”, „*blank*”, „*open place*” și „*place vacante*”. Cf. Albert Menne, *Einführung in die Logik*, 2. Aufl., Francke Verlag, München, 1973, pp. 57-72; R. L. Purtil, *Logic. Argument, Refutation, and Proof*, Harper & Row, Publishers, New York, 1979, p. 207; A. E. Blumberg, *Logic. A First Course*, Alfred A. Knopf, New York, 1976, pp. 216-7; G. Hottois, *Penser la logique. Une introduction technique, théorique et philosophique à la logique formelle*, De Boeck Université - Editions Universitaires, Bruxelles, 1989, p. 43.

<sup>27</sup> În literatura logică de expresie engleză, respectiv germană, parametrii sînt reuniți sub etichetele lingvistice „*parameters*”, „*dummies*”, „*arbitrary names*”, respectiv „*Hilfsvariablen*”. Cf. G. Sundholm, *Systems of Deduction*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, p. 134; H. Leblanc, *An Introduction to Deductive Logic*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1955, p. 61; E. J. Lemmon, *Beginning Logic*, Van Nostrand Reinhold (UK) Co. Ltd, Molly Millars Lane, Wokingham, Berkshire, 1965, p. 107; W. Gellert, H. Kästner și S. Neuber (eds.), *Fachlexikon ABC. Mathematik*, Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1978, p. 405.

<sup>28</sup> H. J. Sandkühler (ed.), *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*, III, Felix Meiner Verlag, 1990, p. 82.

<sup>29</sup> J. Barwise și R. Cooper, *Generalized Quantifiers and Natural Language*, în: „*Linguistics & Philosophy*”, 4, 1981, pp. 167-71.

<sup>30</sup> Nu am valorificat dintre diversele tipologii ale expresiilor decât segmentul care ni s-a părut productiv pentru prezentul demers. Pentru o perspectivă mai cuprinzătoare asupra acestor probleme (în special, asupra distincției: categoreme – sincategoreme), recomandăm: P. Ioan, *Logică și limbaj: comunicații logico-lingvistice pe făgașul teoriei categoriilor*, în: P. Ioan (ed.), *Logică, adevăr formal și relevanță interpretativă*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1988, pp. 96-205.

<sup>31</sup> D. Bouquin, *Les catégories syntaxico-sémantique: petite histoire d'un grand problème*, în: D. Miéville (ed.), *Analyse catégorielle et logique*, din „*Travaux de logique*”, Université de Neuchâtel, 1996, pp. 1-34.

ată corectitudinea diverselor combinații de categoremă și sincategoremă. Cu alte cuvinte, gramatica limbajului *L*, ca și a tuturor celorlalte limbae (fie naturale, fie formalizate) trebuie susținută de regulile de (bună) formare a expresiilor.

O diferențiere mai nuanțată a categoremelor și a sincategoremelor necesită valorificarea dimensiunii semantice, luând în considerare tipurile de obiecte pe care aceste expresii le desemnează<sup>32</sup>.

Criteriul semantic ne permite să distribuim categoremă în clasa enunțurilor și clasa termenilor. Situați în limitele logicii apofantice, putem indica drept element de recunoaștere al enunțurilor faptul că semnificațiile lor, adică propozițiile pe care le exprimă, suportă o evaluare alethică. Am adoptat, astfel, punctul de vedere conform căruia trebuie făcută o distincție clară între enunț și propoziție<sup>33</sup>. Enunțurile (declarative) sînt obiecte lingvistice care au darul de a exprima, reprezenta, semnifica, desemna sau numi<sup>34</sup> o specie de obiecte noetice, anume, propoziții (apofantice). Valorile de adevăr nu se alocă enunțurilor, ci propozițiilor<sup>35</sup>. Printr-o cvasi - definiție negativă se poate spune că termenii sînt categoremă ale căror denotate nu pot primi o valoare alehică. Dintre determinanții ce diferențiază termenii, vor fi aduși în atenție doar aceia care sînt relevanți în cadrul demersului pe care îl întreprindem. Ca atare, lista termenilor utilizați în *L* va cuprinde termeni individuali, termeni atributivi, termeni clasiali, termeni factici și termeni circumstanțiali.

Termenii individuali – de felul „*Socrate*“, „*soția lui Immanuel Kant*“ sau „*viteza maximă a mașinii din fața noastră*“ – desemnează cîte un obiect de grad zero (în terminologia lui Rudolf Carnap)<sup>36</sup>, mai precis, cîte un obiect despre care se poate afirma ceva prin intermediul limbajului considerat (în speță, *L*), cu precizarea că „structura internă“ a respectivului obiect rămîne necunoscută. Printre aceste obiecte se numără, în primul rînd, indivizii concreți (delimitați spațio - temporal); însă, este întrutotul tolerabilă și categoria indivizilor abstracți, sub rezerva necorelării lor cu propoziții de ordinul doi. Avem în vedere aici propozițiile de evaluare și propozițiile prin care se califică proprietăți sau clase.

Termenii atributivi – precum „*filosof*“, „*inorog*“ sau „*a critica*“ – denumesc obiecte abstracte (mai exact, obiecte noetice) capabile să califice obiecte concrete sau obiecte abstracte. Un atribut este monovalent, dacă poate fi atribuit în cadrul unei propoziții simple<sup>37</sup> unui singur obiect (*id est*, dacă poate fi afirmat în cadrul unei propoziții simple despre un singur obiect), respectiv polivalent (adică: bivalent, trivalent, tetravalent etc.), dacă poate fi atribuit în aceleași condiții mai multor obiecte. Atributele monovalente vor fi considerate proprietăți, iar cele polivalente vor fi considerate relații.

<sup>32</sup> Insistăm asupra ideii că relația de desemnare va fi considerată în cadrul teoriei „pan - referențialiste“ (teorie numită în răspăr „teoria «Fido – Fido»“). Dincolo de anumite limite, această paradigmă semiotică este cît se poate de rezonabilă. O dată instituit ca semn, orice obiect lingvistic dobîndește un referent. Faptul că nu toate aceste „denotate intenționale“ sînt reale nu creează dificultăți insurmontabile.

<sup>33</sup> Distincția *enunț* – *propoziție* are drept corespondente în limbile engleză, respectiv germană cuverbele *sentence* – *statement* (*proposition*), respectiv *Satz* – *Aussage*. Această precizare de ordin terminologic nu este unanim acceptată.

<sup>34</sup> Acestor verbe le corespund în limba engleză locuțiunile „*express*“, „*represent*“, „*signify*“, „*designate*“, respectiv „*name*“.

<sup>35</sup> Cf. C. Williamson, *Propositions and Abstract Propositions*, în: N. Rescher (ed.), *Studies in Logical Theory*, Oxford, Blackwell, 1968, pp. 138-9; R. Baum și D. T. Wieck, *Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Holt, Rinehart and Winston, New York / Chicago / San Francisco / Dallas, 1981, pp. 20-4.

<sup>36</sup> Ne-am raportat cu precădere la una dintre lucrările lui Rudolf Carnap: *Semnificație și necesitate. Un studiu de semantică și logică modală*, Editura Dacia, Cluj, 1972, p. 77.

<sup>37</sup> O propoziție este simplă, dacă și numai dacă nu are ca parte proprie (ca parte diferită de ea însăși) nici o propoziție.

Termenii clasiali – *exempli gratia*, „*cei care au murit în cel de-al doilea război mondial*“, „*acei indivizi care l-au asasinat pe Cezar*“ sau „*fiii lui David*“ – reprezintă câte o colecție de obiecte, oricare ar fi tipul acestora, iar termenii factici – de genul „*iubirea dintre Tristan și Isolda*“, „*asasinarea lui Cezar*“ sau „*debarcarea din Normandia*“ – câte o stare de lucruri, altfel spus, câte un fapt.

**Notă.** În legătură cu termenii factici ar putea fi formulată o întîmpinare, dat fiind că nu arareori faptele sînt considerate denotate ale enunțurilor. Socotim, însă, de exemplu, că nu enunțul „*Ion o iubește pe Maria*“, ci termenii „*faptul că Ion o iubește pe Maria*“, respectiv „*iubirea dintre Ion și Maria*“ stau pentru un fapt.

În sfîrșit, clasa termenilor circumstanțiali conține nume de locuri și date, adică expresii de genul „*primăvara anului 1998 la Iași*“, „*22 decembrie 1989*“ sau „*Parisul sfîrșitului de veac XIX*“.

Accepțiunea largă pe care am dat-o termenului „referință“ îngăduie identificarea unor denotate și pentru sincategoreme. Recunoscute și sub eticheta „operatori“, sincategoremele stau pentru operații, adică pentru aplicații care se definesc pe câte un cîmp de obiecte numite „argumente“<sup>38</sup> și care au drept rezultate elemente ale unui domeniu de obiecte numite „valori“<sup>39</sup>.

Una dintre cele mai importante clasificări a operatorilor are drept criteriu adicitea (sau aritate) operațiilor pe care le desemnează, cu alte cuvinte, numărul obiectelor asupra cărora aceste operații acționează. Operațiile cu un singur argument vor fi considerate monadice, iar cele cu două sau mai multe argumente, poliadice. Mai apoi, operațiile poliadice se grupează în clasa operațiilor diadice, clasa operațiilor triadice etc. Implicit, operatorii care stau pentru operații aplicabile la câte un singur obiect (adică operatorii care creează câte un singur gol) vor fi socotiți monadici, iar cei care stau pentru operații aplicabile la două sau mai multe obiecte (adică operatorii care creează câte două sau mai multe goluri), poliadici.

La încheierea acestor considerații introductive, redăm una dintre cele mai relevante sistematizări a operatorilor ce slujesc la derivarea unor categoreme din alte categoreme, ordonare în măsură să ofere un cadru optim pentru identificarea însemnelor cantitative. Această sistematizare se obține încrucișînd două criterii: expresia (-iile) argumentului (-elor), respectiv expresia valorii unei operații arbitrar alese<sup>40</sup>.

| EXPRESIA (- IILE) ARGUMENTULUI<br>(- ELOR) ESTE (SÎNT) : | EXPRESIA<br>VALORII ESTE : | EXPRESIA<br>OPERAȚIEI ESTE : |
|----------------------------------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| termen (-i)                                              | termen                     | operator stricto sensu       |
| termeni (-i)                                             | enunț                      | predicator                   |
| enunț (-uri)                                             | enunț                      | conector                     |
| enunț (-uri)                                             | termen                     | subnector                    |

2°. O clasificare tetradică a operatorilor ce permit obținerea de categoreme din alte categoreme

<sup>38</sup> Expresia „argument“ este substituibilă cu aceea de „operand“. Cf. H. Engesser (ed.), *Informatik. Ein Sachlexikon für Studium und Praxis*, 2. Aufl., Dudenverlag, Mannheim, 1993, p. 491.

<sup>39</sup> Haskell Brooks Curry, *Foundations of Mathematical Logic*, Mc Graw - Hill Book Company, Inc., New York, 1963, pp. 30-2. În loc de „operator“, Curry folosește expresia „functor“.

<sup>40</sup> Aducem, astfel, în atenție o clasificare „clasică“, legată de numele unor logicieni precum J. M. Bochenski, H. B. Curry sau Z. Ziembski. Cf. P. Ioan, *Paradigma gramaticalității categoriale și programul logicii integrale*, în: P. Ioan (ed.), *Cunoaștere, eficiență, acțiune*, Editura Politică, București, 1988, pp. 131-3.

După cum s-a precizat deja, clasificarea de mai sus nu este completă – spre exemplu, ea nu îi conține pe operatorii care se aplică la alți operatori și care au drept valori fie operatori, fie enunțuri, fie termeni –, dar este suficient de largă pentru a reuni acele categorii de sincategoreme care evidențiază de-o manieră convingătoare aspecte cantitative remarcabile. Aceste mărci ale cantității vor fi surprinse în egală măsură și la nivelul categoremelor, în calitatea lor de constituenți semiotici obținuți prin aplicarea regulilor de formare cu care sînt înzestrate limbajele *L* și *ML*.

Caracterizarea detaliată a operatorilor (respectiv a operațiilor), ca și a rezultatelor acestora, explicitarea terminologiei și deslușirea „amprentelor” pe care le lasă categoria cantității în contextul formalismelor logice se vor face progresiv, o dată cu parcurgerea rubricilor din tabelul sinoptic.



se regăsesc două sorturi de termeni individuali simpli: parametrici, respectiv variabili <sup>6</sup>. Toate aceste expresii denotă prin convenție indivizi arbitrari; însă, în timp ce termenii parametrici invocați se referă la indivizi considerați cunoscuți, termenii variabili cu care se corelează trimit la indivizi cu totul necunoscuți.

**Observație.** Pentru a evita formulările rebarbative, în locul termenilor parametrici „ $a_0$ ”, „ $a_1$ ” și „ $a_2$ ” vom folosi uneori expresiile coreferente „ $a$ ”, „ $b$ ” și „ $c$ ”. De asemenea, în unele cazuri, termenii variabili „ $x_0$ ”, „ $x_1$ ” și „ $x_2$ ” vor lăsa locul grafemelor „ $x$ ”, „ $y$ ” și „ $z$ ”.

Reprezentarea în  $L$  a indivizilor se poate realiza și prin antrenarea unor termeni individuali complecși. Acești termeni se obțin prin concatenarea unor operatori *stricto sensu*  $n$ -ari cu  $n$  termeni individuali. Deocamdată vom lua în considerare o singură specie de operatori *stricto sensu* – „simbolurile funcționale parametrice” –, care denotă funcții (considerate cunoscute) de individ, adică, operații care sînt definite și iau valori pe mulțimea indivizilor. Operatorii caracterizați mai sus se distribuie în familia de șiruri numărabile („ $f_1^{1''}$ ”) $_i \in N$ , („ $f_1^{2''}$ ”) $_i \in N$ , („ $f_1^{3''}$ ”) $_i \in N$ , ..., cu precizarea că exponenții expresiilor ce intră în alcătuirea lor au rolul de a indica adicitea, adică numărul argumentelor reclamate.

**Observație.** Uneori, în loc de „ $f_0^{i''}$ ”, „ $f_1^{i''}$ ” și „ $f_2^{i''}$ ” vom scrie „ $f^i$ ”, „ $g^i$ ”, respectiv „ $h^i$ ”, oricare ar fi  $i$  din  $N$ .

Termenii individuali sînt fie deschiși, fie închiși, după cum au sau nu cel puțin o componentă variabilă. Spre exemplu, „ $x$ ”, „ $f^1(y)$ ” și „ $g^2(h^1(a), z)$ ” sînt termeni deschiși, iar „ $b$ ”, „ $g^1(c)$ ” și „ $h^3(a, b, f^1(a))$ ”, termeni închiși.

Pentru a determina o anume economie operatorie, vom suspenda în unele situații calificarea termenilor individuali sub raportul complexității și sub cel al modului în care își indică referința. Vom utiliza, astfel, la un nivel mai înalt de abstractizare termenii individuali care alcătuiesc șirul („ $\alpha_i$ ”) $_i \in N$ , în raport cu care termenii introduși anterior, precum: „ $x$ ”, „ $b$ ”, „ $f^2(c, h^1(a))$ ” și „ $f^2(x, c)$ ” sînt exemple (sau exemplare) obținute prin operația de specializare <sup>7</sup>.

**Observație.** Urmînd algoritmul folosit în observațiile precedente, propunem ca „alternative” pentru termenii abstracți „ $\alpha_0$ ”, „ $\alpha_1$ ” și „ $\alpha_2$ ” expresiile coreferente „ $\alpha$ ”, „ $\beta$ ” și „ $\gamma$ ”.

Vom discrimina, în cele ce urmează, în vocabularul lui  $L$ , o familie de șiruri numărabile – („ $P_1^{1''}$ ”) $_i \in N$ , („ $P_1^{2''}$ ”) $_i \in N$ , („ $P_1^{3''}$ ”) $_i \in N$ , ... –, care reunește semne din categoria predicatorilor, mai precis, predicatori parametrici de ordinul întîi <sup>8</sup>. Aceste expresii desemnează predicate  $n$ -adice (de ordinul întîi), adică operații  $n$ -adice care, aplicate la  $n$  indivizi, generează propoziții.

**Observație.** Acolo unde va fi cazul, locul expresiilor „ $P_0^{i''}$ ”, „ $P_1^{i''}$ ” și „ $P_2^{i''}$ ” – oricare ar fi  $i$  din  $N$  – va fi preluat de sincategoremele „ $P^i$ ”, „ $Q^i$ ” și „ $R^i$ ”.

Într-o perspectivă sintactică, concatenarea oricărui predicator  $n$ -ar cu  $n$  termeni individuali are drept rezultat o formulă, altfel spus, un enunț. Luînd drept cri-

<sup>6</sup> În cuprinsul lucrării vom folosi cu același „efect referențial” expresiile „termen parametric” și „parametru de termen”, respectiv „termen variabil” și „variabilă de termen”. Pendularea între forma substantivă și forma adjectivală (parametru – parametric; variabilă – variabil (-ă)) o să apară deseori în cele ce urmează.

<sup>7</sup> E. Bergmann și Helga Noll, *Mathematische Logik mit Informatik - Anwendungen*, Springer - Verlag, Berlin Heidelberg, 1977, pp. 45-7.

<sup>8</sup> Revenind asupra unei precizări, vom spune că în logica de ordinul întîi nu apar predicatori variabili.

## 1. REFLEXE ALE CANTITĂȚII ÎN ORIZONTUL CONECTORILOR

Prima categorie de operatori pe care o supunem analizei sub raportul disponibilității de a reprezenta aspecte cantitative – conectorii – conține semne ale unor operații – conectivele<sup>1</sup> – ce își „recrutează” argumentele și iau valori în mulțimea tuturor propozițiilor.

### 1.1. CUANTORII, CA MĂRCI INDUBITABILE ALE CANTITĂȚII

Se admite, îndeobște, că manifestările exemplare ale cantității sînt de reperat în clasa cuantorilor. Pe parcursul acestei încercări, respectivi operatori vor fi tratați sistematic drept conectori, adică drept operatori care prin asociere cu cîte un enunț conduc la obținerea unor enunțuri.

1.1.1. *CUANTORII DE INDIVID CLASICI*. Vom urmări, pentru început, felul în care contribuie cuantorii la manipularea notelor cantitative în logica tradițională, de ordinul întîi<sup>2</sup>. Înainte de a enumera expresiile din  $L$  care întruchi-pează această „secțiune de aur” a logicii, ne permitem să atragem atenția asupra unor aspecte de ordin notațional. Nu toți logicienii folosesc reprezentări distincte pentru semne și pentru semnificațiile lor, pe considerentul că supoziția sub care apar semnele (materială, dacă semnele stau pentru ele însele, respectiv formală, dacă semnele stau pentru semnificațiile lor) este dezvăluită de context<sup>3</sup>. În ce ne privește, socotim că fenomenul de omonimie semnalat este pernicios și, ca atare, trebuie eradicat. De aceea, stabilim, prin convenție, că orice expresie din  $L$  încadrată de grafemul „....” este menționată, adică apare în supoziție materială; altminteri, se va considera că ea este utilizată, *id est*, că apare în supoziție formală<sup>4</sup>.

Dacă „i” desemnează un număr oarecare, iar „N” și „ε”, mulțimea numerelor naturale, respectiv operația de afirmare (instituire) a relației de apartenență, atunci  $(„a_i”)_{i \in \mathbb{N}}$  și  $(„x_i”)_{i \in \mathbb{N}}$  se constituie ca două șiruri numărabile<sup>5</sup> în care

<sup>1</sup> În literatura logică, distincția *operație* (aplicație) – *operator* (semnul aplicației) nu este întotdeauna evidențiată. S-a putut formula, astfel, ideea că juncorii (în alte variante: conectorii, functorii, conectivele) sînt operații care acționează asupra unor enunțuri și iau valori în aceeași mulțime a enunțurilor. Cf., de exemplu, E. Mendelson, *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand Company, New York, 1964, pp. 12 sqq. Însă, într-o atare accepțiune, conectorii nu ar fi utilizați în limbajul - obiect, ci în metalimbajul acestuia. Profitînd de bogăția de sinonime, folosim expresia „conectivă” pentru a invoca operații ce acționează asupra denotatelor de enunțuri și expresia „conector”, pentru a ne referi la semnele acestor operații.

<sup>2</sup> Delimitarea logicii de ordinul întîi presupune utilizarea unor concepte încă nedefinite. Reținem deocamdată că, în logica de ordinul întîi, predicatele se aplică exclusiv la indivizi, iar propozițiile pot fi cuantificate doar prin intermediul cuantificărilor de individ. Cf. Gheorghe Enescu, *Dictionar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 189. Această caracterizare se va lămurii pe parcurs.

<sup>3</sup> Cu privire la problema supozițiilor în contextul logicii recomandăm: William of Sherwood, *Introductiones in logicam / Einführung in die Logik*, Felix Meiner Verlag, Hamburg, 1995, pp. 133 sqq.; A. Czech, *Grundkurs der Logik*, 2. Aufl., Bouvier Verlag, 1977, Bonn, p. 44.

<sup>4</sup> Cf. P. Hinst, *Logische Propädeutik. Eine Einführung in die deduktive Methode und logische Sprachanalyse*, Wilhelm Fink Verlag, München, 1974, pp. 9-13.

<sup>5</sup> Un șir este numărabil, numai dacă este finit, sau stă într-o corespondență biunivocă cu  $\mathbb{N}$ . Cf. G. Hunter, *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1973, p. 18.

teriu de clasificare prezența vs. absența unei componente variabile, formulele sînt (prin analogie cu termenii) fie deschise, fie închise. Astfel, formulele de genul „ $P^1(x)$ ” și „ $R^2(y, b)$ ” sînt deschise, iar cele de felul „ $P^1(a)$ ” și „ $Q^2(f^1(b), c)$ ”, închise. Cît privește formulele deschise, se va adopta lectura „*formula ... este deschisă în ...*”; e. g. „*formula* « $P^3(f^2(x, a), x, c)$ » *este deschisă în*  $x$ ”. Mai mult, se poate menționa că, în formula dată, variabila „ $x$ ” are două intrări (sau apariții)<sup>9</sup>.

Constatarea că denotatele formulelor deschise sînt propoziții deschise, iar denotatele formulelor închise, propoziții închise capătă, inevitabil, caracterul unui truism.

Nu întotdeauna se impune redarea analitică a propozițiilor și a formulelor simple. În conformitate cu principiul parcimoniei, formulele simple admit o rescriere abreviată (sintetică) sub forma enunțurilor simple parametrice din șirul („ $A_i$ ”) $_{i \in \mathbb{N}}$ , dacă formulele sînt închise, respectiv a enunțurilor simple variabile din șirul („ $P_i$ ”) $_{i \in \mathbb{N}}$ , dacă formulele sînt deschise. Ambele tipuri de formule sintactice denotă propoziții simple (cunoscute prin ipoteză, în primul caz; complet necunoscute, în cel de-al doilea)<sup>10</sup>.

**Observație.** Propunem pentru formulele elementare „ $A_0$ ”, „ $A_1$ ” și „ $A_2$ ”, respectiv „ $p_0$ ”, „ $p_1$ ” și „ $p_2$ ” substituitele „ $A$ ”, „ $B$ ” și „ $C$ ”, respectiv „ $p$ ”, „ $q$ ” și „ $r$ ”.

Sub incidența aceluiași principiu al parcimoniei, vom utiliza componentele șirului de formule abstracte („ $\varphi_i$ ”) $_{i \in \mathbb{N}}$ , față de care enunțurile din  $L$  deja menționate (fie simple, fie compuse; fie deschise, fie închise) sînt considerate exemple.

**Observație.** În loc de „ $\varphi_0$ ”, „ $\varphi_1$ ” și „ $\varphi_2$ ” se va scrie uneori „ $\varphi$ ”, „ $\psi$ ”, respectiv „ $\phi$ ”.

Asumînd cadrul unei logici bivalente, aducem în atenție termenii abstracti „ $1$ ” și „ $0$ ”, în calitate de constante primitive (desemnînd adevărul și falsul), precum și subnectorul constant „ $v_2$ ” – abreviere a sincategoremei naturale „*valoarea alethică bivalentă a (propoziției) ...*” –, ce denumeste o operație monadică definită pe mulțimea propozițiilor și cu valori în clasa  $\{0, 1\}$ . Este de notat faptul că adevărul, falsul și funcția de evaluare  $v_2$  sînt obiecte desemnate în fragmentul formalizat al metalimbajului  $ML$ , în măsura în care intră în orizontul logicii de ordinul doi.

**Notă.** Evaluarea propozițiilor, respectiv a enunțurilor se exprimă în modalități greu de armonizat. Astfel, potrivit concepției fregeene, adevărul și falsul sînt obiectele la care se referă în moduri (sau sensuri) diferite enunțurile (judecățile, sau propozițiile); de aceea, a spune că enunțul „ $A$ ” este adevărat revine la a stabili o relație de identitate între semnele „ $A$ ” și „ $1$ ”. Într-o altă manieră, valorile alethice sînt alocate tot enunțurilor (ca obiecte lingvistice), dar în metalimbaj, prin intermediul unei funcții de evaluare. Un mod ingenios de evaluare presupune utilizarea unor constante enunțiative (sau, într-o altă variantă, conectori medadici constanți) care să desemneze tautologia (propoziția totdeauna adevărată), respectiv contradicția (adică propoziția totdeauna falsă). Stabilind echivalența unei propoziții cu tautologia, spre exemplu, se susține, în limbajul obiect, că această propoziție este adevărată. În ce ne privește, am optat pentru o modalitate de evaluare (deocamdată, bivalentă) în fragmentul formalizat al metalimbajului  $ML$ , făcînd apel la funcția de evaluare  $v_2$ .

<sup>9</sup> Termenii „intrare” și „apariție” au rolul de a prelua referința termenului „*occurrence*”, din limba engleză.

<sup>10</sup> Arareori se face o distincție clară între enunțurile parametrice și enunțurile variabile. De obicei, se folosește în mod generic expresia „variabilă propozițională”. Dintre „contraexemple”, amintim: H. J. Sandkühler (ed.), *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*, Band 3. Felix Meiner Verlag, 1990, p. 81.

Construirea formulelor și a propozițiilor compuse reclamă utilizarea anumitor conectori. Dintre aceștia, vom reține deocamdată conectorii constanți „ $\sim$ ”, „ $\rightarrow$ ”, „ $\wedge$ ”, „ $\vee$ ” și „ $\leftrightarrow$ ” – ca prescurtări ale operatorilor naturali „nu (se întâmplă / este cazul că) ...”, „dacă ..., (atunci) ...”, „... și / dar / iar / însă ...”, „... sau / ori ...”, respectiv „... dacă și numai dacă ...”, cu ajutorul cărora invocăm o conectivă monadică: negarea (*id est* infirmarea), o conectivă diadică: implicarea, respectiv trei conective poliadice: conjugarea, adjungerea și echivalarea.

Aceste operații sînt definibile complet sub raport verifuncțional, astfel încît valorile de adevăr ale propozițiilor obținute prin aplicarea lor se pot determina pe baza valorilor alethice ale argumentelor. Așa cum se poate lesne constata, urmărind diagramele (3°) – (5°), notația prin care sînt înfățișate definițiile verifuncționale ale conectivelor diferă întrucîtva de cea curentă, în măsura în care reprezintă explicit modalitatea de evaluare aleasă. Am preferat, apoi, să definim conjugarea, adjungerea și echivalarea ca operații poliadice, iar nu strict diadice.

Un rol operatoriu deloc neglijabil revine constanței primitive „ $=$ ”. Coreferență cu sintagma „... este identic (-ă) cu ...” din limba română, această expresie stă pentru operația poliadică de identificare. Prin acest act al intelectului se constată sau se instituie relația de identitate între două sau mai multe obiecte, *id*

| $v_2(\varphi)$ | $v_2(\sim\varphi)$ | $v_2(\varphi)$ | $v_2(\psi)$ | $v_2(\varphi \rightarrow \psi)$ |
|----------------|--------------------|----------------|-------------|---------------------------------|
| 1              | 0                  | 1              | 1           | 1                               |
|                |                    | 1              | 0           | 0                               |
| 0              | 1                  | 0              | 1           | 1                               |
|                |                    | 0              | 0           | 1                               |

3° – 4°. Definițiile verifuncționale ale operațiilor de negare (D1) și de implicare (D2)

*est*, se afirmă că două sau mai multe obiecte sînt intersubstituibile *salva veritate* în cadrul unei clase de propoziții <sup>11</sup>. În mod cert, identificarea are argumente similare și ia valori exclusiv în mulțimea propozițiilor. Însă, dat fiind faptul că dobîndește statutul de supraoperație, identificarea se poate aplica atît la  $n$  categoremă cît și la  $n$  sincategoremă, precum și la semnificațiile acestora <sup>12</sup>.

| $v_2(\varphi_0)$ | ... | $v_2(\varphi_i)$ | $v_2(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i)$ | $v_2(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_i)$ | $v_2(\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_i)$ |
|------------------|-----|------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| 1                | ... | 1                | 1                                              | 1                                          | 1                                                                |
| 1                | ... | 0                | 0                                              | 1                                          | 0                                                                |
| ...              | ... | ...              | ...                                            | ...                                        | ...                                                              |
| 0                | ... | 1                | 0                                              | 1                                          | 0                                                                |
| 0                | ... | 0                | 0                                              | 0                                          | 1                                                                |

5°. Definițiile verifuncționale ale operațiilor de conjugare (D3), de adjungere (D4) și de echivalare (D5)

<sup>11</sup> Herbert H. Knecht, *La logique chez Leibniz*, L'Age d'Homme, Lausanne, 1981, p. 199; G. Frege, *Schriften zur Logik*, aus dem Nachlass, mit einer Einleitung von L. Kreiser, Akademie Verlag, Berlin, 1973, p. 100; Richard C. Jeffrey, *Formal Logic: Its Scope and Limits*, Mc Graw-Hill, New York, 1967, p. 174.

<sup>12</sup> Considerăm oțioasă controversa privind natura argumentelor asupra cărora poate acționa operația de identificare: numai semne ? numai denotate de semne ? Considerată în sens larg, identitatea poate lega atît semne (și atunci vorbim, în sens strict, de coreferență) cît și denotate de semne.

„pentru cel puțin un (substituent al individului)  $x_0$ , ...“, „există cel puțin un (substituent al individului)  $x_1$ , astfel încît ...“ / „pentru cel puțin un (substituent al individului)  $x_1$ , ...“ etc., respectiv de cuantorii formalizați „ $(\forall x_0)$ “, „ $(\forall x_1)$ “ ș. a. versus „ $(\exists x_0)$ “, „ $(\exists x_1)$ “ etc.

**Observație.** În cele ce urmează, cuantorii formalizați (nu numai cei care au fost menționați în rîndurile de mai sus) vor fi redenumiți în conformitate cu celelalte convenții notaționale asumate.

Trei lămuriri se impun aici. Mai întîi, prezența insolită în limba română a expresiilor ce compun șirul „ $(x_i)_{i \in \mathbb{N}}$ ” poate fi evitată, dacă se utilizează, în schimb, „indicatorii individuali” proprii acestei limbi (*exempli gratia*, „*individul cutare*“, „*acest individ*“, „*cineva*“ etc.)<sup>15</sup>. Însă, „îmbogățirea” temporară a limbii române cu respectivii termeni variabili din limbajul  $L$  constituie o licență benignă; în plus, ea permite o mai bună pliere a enunțurilor naturale pe structura gramaticală a limbajului  $L$ . În al doilea rînd, parantezele explicative (în fond, facultative), ce intră în componența cuantorilor de individ din limba română readuc în atenție cadrul terminologic fixat la începutul demersului nostru. Ele precizează faptul că operațiile de cuantificare se efectuează în spațiul denotatelor și nu în cel al semnelor. De pildă, „pentru orice  $x$ , ...“ / „ $(\forall x)$ “ nu prescurtează sintagma „pentru orice semnificație a variabilei « $x$ », ...“, ci secvența „pentru fiecare substituent al individului  $x$ , ...“<sup>16</sup>. În sfîrșit, dorim să subliniem faptul că punctul de vedere asumat în raport cu problema cuantificării presupune tratarea cuantorilor ca semne complexe. Astfel, respectivele expresii se dovedesc a fi rezultate ale concatenării unor „determinanți cantitativi” – în cazul de față, fie „pentru orice ...“, fie „pentru cel puțin un ...“, – cu termeni variabili, în speță, cu termeni individuali variabili. Prin urmare, fiecare cuantor poate fi calificat deopotrivă cu privire la determinantul cantitativ, respectiv în funcție de termenul variabil care intră în alcătuirea lui. Aceste considerații îndreptățesc afirmația după care cuantorii clasici sînt cuantori de individ (în măsura în care una dintre componentele lor este un termen individual): universali, respectiv existențiali (potrivit determinanților cantitativi ce se asociază cu termenii individuali).

**Notă istorică.** Se acceptă îndeobște că bazele teoriei cuantificării au apărut în mod independent la sfîrșitul secolului al XIX-lea atît în Europa cît și în America<sup>17</sup>. Cele mai notabile contribuții în acest sens sînt datorate „europenilor” Gottlob Frege (1879) și Giuseppe Peano (1889), respectiv „americanilor” O. H. Mitchell (1883) și Charles Sanders Peirce (1885)<sup>18</sup>. Astfel, Gottlob Frege introduce printr-o notație insolită – „scrierea ideografică” – conceptul de cuantifi-

<sup>15</sup> Cu privire la problema indicatorilor, recomandăm: Franz von Kutschera și A. Breitkopf, *Einführung in die moderne Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1971, pp. 17-8; H. Seifert, *Einführung in die Wissenschaftstheorie*, I, Verlag C. H. Beck, München, 1991, pp. 46-7; Eike von Savigny, *Grundkurs im Wissenschaftlichen Definieren*, Deutscher Taschenbuch Verlag, München, 1970, p. 35.

<sup>16</sup> Disponerea cuantificărilor la nivelul semnelor (în speță, la nivelul termenilor individuali variabili), iar nu la cel al denotatelor de semne (în speță, cu referire la indivizi) este aproape general admisă. Cf., de pildă, A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Clarendon Press, Oxford, 1956, pp. 1-2. Însă, consecvenți punctului de vedere adoptat, ne menținem în limitele limbajului - obiect, corelînd operațiile clasice de cuantificare cu propoziții și indivizi, nu cu enunțuri / formule și termeni individuali variabili.

<sup>17</sup> A. Grzegorzcyk, *Schiță istorică*, în: *Materialismul dialectic și științele moderne*, XI: „Logică și filozofie. Orientări în logica modernă și fundamentele matematicii”, Editura Politică, București, 1966, pp. 10-2.

<sup>18</sup> J. M. Bochenski, *Formale Logik*, 4. Aufl., Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1978, pp. 402-5.

Negația operației de identificare –  $\neq$  – ne va îngădui să stabilim relația de diversitate (sau de nonidentitate) între două sau mai multe obiecte, indiferent care ar fi tipul acestora.

Inventarierea situațiilor în care se manifestă operațiile de cuantificare presupune adoptarea unei notații capabile să reflecte aspectele de ordin substituțional.

Dacă „ $\varphi$ ” reprezintă o propoziție, atunci „ $\varphi [\beta / \alpha]$ ” reprezintă propoziția care rezultă din  $\varphi$ , înlocuind peste tot individul  $\alpha$  din structura acesteia cu individul  $\beta$ . Spre exemplu, aplicînd propoziției (închise)  $P^2 (b, f^2 (a, b))$  substituția  $[x / b]$ , se obține propoziția (deschisă)  $P^2 (x, f^2 (a, x))$ <sup>13</sup>.

Dacă  $\alpha$  nu apare în  $\varphi$ , atunci propozițiile  $\varphi$  și  $\varphi [\beta / \alpha]$  sînt identice; *exempli gratia*, dacă se asociază propoziției  $P^1 (y)$  substituția  $[a / z]$ , se poate deriva, evident, doar  $P^1 (y)$ .

Substituțiile se efectuează în egală măsură atît în planul expresiilor cît și în cel al denotatelor acestora. Este de reținut, în plus, că în fragmentul necuantificat al logicii de ordinul întîi ele nu stau sub incidența vreunei clauze restrictive.

Deoarece redarea însemnelor cantitative la nivel formal va fi însoțită de ilustrări „materiale” din limba română, vom face apel la operatorul *stricto sensu* constant „ $f$ ”, care stă pentru operația monadică de formalizare, *id est*, pentru operația de ordin metalogic care acționează asupra cîte unei expresii din limba română și care ia valori în vocabularul limbajului formalizat  $L$ <sup>14</sup>. *Exempli causa* : una dintre formalizările enunțului „Dacă fiul lui Vasile este ziarist și Marin este politician, atunci fiul lui Vasile îl critică pe Marin”, din limba română, se regăsește în desfășurarea matriceală (6°).

|                                                                                                                |                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f („Vasile”)$                                                                                                 | „a”                                                                                                                                     |
| $f („Marin”)$                                                                                                  | „b”                                                                                                                                     |
| $f („fiul lui...”)$                                                                                            | „g <sup>1</sup> ”                                                                                                                       |
| $f („... este ziarist”)$                                                                                       | „P <sup>1</sup> ”                                                                                                                       |
| $f („... este politician”)$                                                                                    | „Q <sup>1</sup> ”                                                                                                                       |
| $f („... îl critică pe ...”)$                                                                                  | „R <sup>2</sup> ”                                                                                                                       |
| $f („Dacă fiul lui Vasile este ziarist și Marin este politician, atunci fiul lui Vasile îl critică pe Marin”)$ | „P <sup>1</sup> (g <sup>1</sup> (a)) $\wedge$ Q <sup>1</sup> (b) $\rightarrow$<br>$\rightarrow$ R <sup>2</sup> (g <sup>1</sup> (a), b)” |

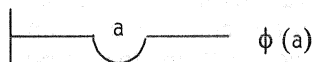
6°. O matrice de formalizare a enunțului „Dacă fiul lui Vasile este ziarist și Marin este politician, atunci fiul lui Vasile îl critică pe Marin”

Manipularea cantității în logica de ordinul întîi a fost asociată multă vreme cu două familii de conective monadice, în care se regăsesc CUANTIFICĂRI DE INDIVID UNIVERSALE și CUANTIFICĂRI DE INDIVID EXISTENȚIALE. Aceste operații sînt reflectate în limba română și în  $L$  de cuantorii naturali „pentru fiecare (substituent al individului)  $x_0, \dots$ ”, „pentru fiecare (substituent al individului)  $x_1, \dots$ ” ș.a. versus „există cel puțin un (substituent al individului)  $x_0$ , astfel încît ...” /

<sup>13</sup> Notația și terminologia au fost preluate (cu unele modificări) din: G. Sundholm, *Systems of Deduction*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, pp. 133-88.

<sup>14</sup> Remarcăm faptul că operația de formalizare se efectuează în  $ML$ .

care (de individ) universală pentru a construi aserțiuni precum aceea că valoarea unei „funcții propoziționale” este adevărul, oricare ar fi individul din univers luat în considerare ca argument al respectivei funcții<sup>19</sup>. Spre exemplu, dacă (de această dată) „ $\phi$ ” stă pentru o funcție propozițională, iar „ $a$ ”, pentru un individ necunoscut, atunci schema (7<sup>o</sup>) se constituie în judecata universală cum că  $\phi$  are drept valoare alethică adevărul pentru orice argument (individual) din universul de discurs.



7<sup>o</sup>. Propoziția formală  $(\forall a) \phi(a)$ , în notația fregeană

Într-o notație radical diferită, Giuseppe Peano a căutat să exprime aserțiuni de felul aceleia că între două propoziții –  $a$  și  $b$  – care conțin obiectele nedeterminate  $x, y, \dots$  subzistă o condiționare (suficient - necesară), oricare ar fi respectivele obiecte:  $a \rightarrow x, y, \dots b$  [cf. 18: 402-5].

Lui O. H. Mitchell îi datorăm reprezentarea propozițiilor universale, respectiv particulare cu ajutorul a doi indici – „ $l$ ” și „ $u$ ”. Astfel, dacă „ $F$ ” este o formulă predicțională (fie simplă, fie compusă), atunci „ $F_l$ ” și „ $F_u$ ” exprimă gândul că propoziția  $F$  este general-valabilă, respectiv ideea că propoziția  $F$  este valabilă în cazul cîtorva indivizi din universul de discurs [cf. 18: 402-5].

Recunoscînd meritul lui Mitchell în ce privește promovarea indicilor în algebra logicii, Charles Sanders Peirce a propus, la rîndul lui, o variantă deosebit de rafinată de calcul predicțional<sup>20</sup>. Dintre contribuțiile remarcabile pe care Ch. S. Peirce le-a adus la constituirea teoriei moderne a predicatelor ar fi de amintit: (1) introducerea conceptului de cuantor; (2) avansarea unei notații riguroase pentru formulele cuantificate (ar fi de notat aici faptul că expresiile „ $\Pi$ ” și „ $\Sigma$ ”, propuse de Peirce au fost promovate cu consecvență de Jan Łukasiewicz ca și de continuatorii acestuia); (3) punerea în analogie a cuantificării de universalitate, respectiv a cuantificării de particularitate cu „produsul logic”, adică cu conjugarea  $\wedge$  cu „suma logică”, *id est* cu adjungerea; (4) interpretarea operațiilor de cuantificare „în cheie” substituțională; (5) asocierea formulelor eterogen cuantificate cu reguli restrictive de permutare a cuantorilor.

Dincolo de unele imprecizii terminologice sau de caracterul oarecum rebarbativ al unor componente de ordin notațional, acești „pionieri” ai teoriei moderne a predicatelor au meritul indiscutabil de a fi transpus logica într-o paradigmă deosebit de fecundă. De altminteri, panorama sincronică a respectivei paradigme, asupra căreia vom stăruie în cele urmează conține (cu unele modificări terminologice sau notaționale) toate elementele de bază ale calculelor invocate mai sus.

Explicitarea cuantorilor de individ din logica de ordinul întâi precum și a conectivelor pe care acești cuantori le desemnează poate fi realizată atît la nivel sintactic, cît și la nivel semantic. Fie „ $(Qx_i)$ ”, un cuantor schematic, față de care cuantorii de individ din  $L$ , se manifestă ca exemplare. Orice secvență obținută

<sup>19</sup> Gottlob Frege, *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Verlag von Louis Nebert, Halle, 1879.

<sup>20</sup> Ch. Hartshorne și P. Weiss (eds.), *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, III: „Exact Logic” și IV: „The Simplest Mathematics”, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1933, (indeosebi) pp. 212; 228-9; 317.

prin specializarea schemei „ $(Qx_i) \varphi$ ” este formulă în  $L$ , dacă și numai dacă orice specimen al termenului individual schematic „ $x_i$ ” fie nu apare, fie are doar intrări libere în formulele care specifică schema „ $\varphi$ ”. Spre exemplu, secvențele „ $(\forall x) (P^1(y) \vee R^2(y, b))$ ” și „ $(\exists y) (P^1(y) \vee R^2(y, b))$ ” sînt formule din limbajul  $L$ , întrucît în enunțul variabil „ $P^1(y) \vee R^2(y, b)$ ” nu apare „ $x$ ”, respectiv „ $y$ ” are doar intrări libere.

Dacă se acceptă faptul că formula „ $(Qx_i) \varphi$ ” este alcătuită din prefixul „ $(Qx_i)$ ” și matricea „ $\varphi$ ” – domeniul de acțiune (sau cîmpul) ce corespunde cuantorului (schematic) „ $(Qx_i)$ ”<sup>21</sup> –, atunci „ $x_i$ ” are doar intrări libere în „ $\varphi$ ”, dacă și numai dacă nu stă sub incidența unui cuantor în nici o parte a acesteia<sup>22</sup>.

Ar fi de remarcat, apoi, că în formula - exemplu „ $(\exists y) (P^1(y) \vee R^2(y, b))$ ”, care reprezintă rezultatul unei cuantificări de individ existențiale, termenul variabil „ $y$ ” are numai intrări legate (altfel spus: controlate); cu alte cuvinte, orice apariție în formulă a variabilei „ $y$ ” este legată de cuantorul existențial „ $(\exists y)$ ”. În plus, formula „ $(\exists y) (P^1(y) \vee R^2(y, b))$ ” poate fi socotită drept închiderea existențială în „ $y$ ” a formulei „ $P^1(y) \vee R^2(y, b)$ ” [21b: 1-12].

În ce privește regulile de (bună) formare ce guvernează formulele predicative, mai este de semnalat o problemă. Astfel, s-a pus întrebarea dacă trebuie tratate drept formule (bine formate) acele secvențe predicative în care termenii individuali variabili au atît intrări libere cît și intrări controlate; *exempli gratia*: „ $(\forall x) P^1(x) \leftrightarrow Q^1(x)$ ”. Unii logicieni, printre care și P. S. Novikov<sup>23</sup>, au dat un răspuns negativ. În ce ne privește, împărtășim teza opusă (mai „liberală”), care confirmă respectivelor secvențe statutul de formulă. Dacă se iau măsurile de precauție corespunzătoare în contextul aplicării operațiilor de substituție și de cuantificare, această „relaxare” a regulilor de formare a enunțurilor din  $L$  nu conduce la nici un impas. Firește, vor fi „excomunicate” din mulțimea formulelor secvențele care conțin un termen individual variabil ce stă mai mult decît o dată sub incidența vreunui cuantor. De exemplu, formula „ $(\forall x) P^1(x) \leftrightarrow Q^1(x)$ ” nu poate fi închisă în „ $x$ ”, deoarece, astfel, s-ar produce așa-numitul fenomen de „coliziune”<sup>24</sup>. În secvențele „ $(\forall x) ((\forall x) P^1(x) \leftrightarrow Q^1(x))$ ” și „ $(\exists x) ((\forall x) P^1(x) \leftrightarrow Q^1(x))$ ” variabila „ $x$ ” are cîte o intrare dublu controlată.

Terminologia adoptată va fi folosită, *mutatis mutandis*, în plan semantic, pentru a urmări operațiile de cuantificare în raport cu argumentele acestora, *id est* în corelație cu propozițiile (ca obiecte desemnate de formule). Deslușirea modalităților de acțiune ale acestor conective se va face parcurgînd și într-un sens și în celălalt traiectul *generalizare – instanțiere*. Exemplificările în limbajul  $L$  vor fi coroborate cu ilustrări din limba română.

<sup>21</sup> Călin Candiescu, *O sistematizare informală în calculul cu predicate de ordinul I*, în: *Probleme de logică*, VIII, Editura Academiei, București, 1981, p. 91; Willard van Orman Quine, *On the Logic of Quantification*, în: „Journal of Symbolic Logic”, 10, 1945, pp. 1-12.

<sup>22</sup> În literatura logică sînt consemnate două variante de calificare a variabilelor dintr-o formulă; în acest sens, se poate spune cu privire la o variabilă că este liberă (reală) sau că are intrări (apariții, sau ocurențe) libere, respectiv că este legată (aparentă) sau că are intrări legate (controlate). Într-o terminologie mai aparte, apare și varianta „variabilă capturată” (*variable capture*). Cf. H. G. Bohnert, *Logic: Its Use and Basis*, University Press of America, Washington D. C., 1975, p. 127. Am preferat să reținem în economia acestei lucrări varianta în care calificativele „liberă”, respectiv „legată” se atribuie intrărilor unei variabile, iar nu variabilei înseși.

<sup>23</sup> *Elemente de logică matematică*, Editura Științifică, București, 1966, pp. 178-9.

<sup>24</sup> Acest impas este numit, în general, „coliziune de variabile” [23: 182]. Însă, la drept vorbind, nu variabilele intră în coliziune, ci cuantorii.



1. Dacă în  $\varphi$  nu intră  $x_i$ , atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  constituie în mod necesar o generalizare universală a lui  $\varphi$  cu privire la  $\alpha$ .

1.1. Dacă în  $\varphi$  nu apare  $\alpha$ , atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  este o generalizare universală nulă<sup>25</sup> pentru  $\varphi$ . În acest caz, între  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  și  $\varphi$  subzistă relația de identitate. Spre exemplu, generalizînd universal afirmația că *Socrate este filosof* și propoziția  $P^1(b)$  cu privire la individul *Platon*, respectiv cu privire la individul *c*, prin intermediul operațiilor desemnate de cuantorii „pentru fiecare  $x$ , ...” și „ $(\forall x)$ ” se obțin două propoziții: *pentru fiecare  $x$ , Socrate este filosof*, respectiv  $(\forall x) P^1(b)$ , ce se identifică cu propozițiile date.

1.2. Dacă  $\alpha$  are cel puțin o intrare în  $\varphi$ , atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  constituie o generalizare universală relevantă pentru  $\varphi$ , astfel încît  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha] \neq \varphi$ . Oprindu-ne la exemplele de mai sus, vom observa că propozițiile exprimate de enunțurile „Pentru fiecare  $x$ ,  $x$  este filosof” și „ $(\forall x) P^1(x)$ ” constituie o generalizare universală a propoziției că *Socrate este filosof*, cu privire la individul *Socrate*, respectiv o generalizare universală a propoziției  $P^1(b)$ , în raport cu individul *b*. De data aceasta, propozițiile date și generalizările lor universale nu mai sînt identice.

Să mai consemnăm aici un aspect, pe baza exemplului oferit de formula  $P^1(b)$ . Se poate constata că generalizarea universală a respectivei propoziții formale relativă la individul *b* se obține în două etape. Mai, întîi, s-a aplicat o deschidere în *b*, prin aplicarea substituției  $[x / b]$ . Apoi, noua propoziție –  $P^1(x)$  – a fost închisă universal în  $x$ , cu ajutorul conectivei  $(\forall x)$ . Astfel, generalizarea universală a propoziției  $P^1(b)$  cu privire la individul *b*, adică  $(\forall x) P^1(x)$ , sintetizează două operații succesive: de deschidere și de închidere.

Însă, nu orice generalizare universală relevantă se prezintă sub forma tandemului *deschidere – închidere*. Generalizarea (universală) a propozițiilor deschise (*exempli gratia*,  $P^1(x)$ ) presupune aplicarea operațiilor de substituție și de închidere, dar substituția nu echivalează în aceste cazuri cu o deschidere. Astfel, din  $P^1(x)$  se obține  $P^1(y)$  și, apoi,  $(\forall y) P^1(y)$ ; este admisă și varianta limită: aplicarea substituției nule  $[x / x]$  și închiderea prin  $(\forall x)$ .

2. Dacă  $x_i$  are în  $\varphi$  doar intrări libere, atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  nu constituie automat o generalizare universală a lui  $\varphi$  relativ la  $\alpha$ .

2.1. Dacă individul  $\alpha$  nu apare în  $\varphi$ , atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  este chiar închiderea universală în  $x_i$  a schemei propoziționale  $\varphi$ . Spre exemplu, în urma generalizării propoziției că *Vasile îl critică pe  $x$  sau  $x$  nu este politician* și a propoziției  $R^2(x, f^1(b))$  cu privire la indivizii *Marin*, respectiv *c*, aplicînd operațiile denumite de cuantorii „pentru fiecare  $x$ , ...” și „ $(\forall x)$ ”, se obțin propozițiile închise în  $x$ : *pentru fiecare  $x$ , Vasile îl critică pe  $x$  sau  $x$  nu este politician*, respectiv  $(\forall x) R^2(x, f^1(b))$ .

2.2. Dacă  $\alpha$  și  $x_i$  au cel puțin cîte o intrare liberă în  $\varphi$  și nici o intrare controlată, atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  este mai mult decît închiderea universală în  $x_i$  a lui  $\varphi$ , dar nu se constituie ca o generalizare universală a lui  $\varphi$  relativ la  $\alpha$ ; de exemplu, generalizarea universală relativă la  $y$  a propoziției  $R^1(x) \wedge P^2(y, a)$  din  $L$ , prin intermediul operației  $(\forall x)$  conduce la propoziția  $(\forall x) (R^1(x) \wedge P^2(x, a))$ .

3. Dacă  $x_i$  are în  $\varphi$  atît intrări libere cît și intrări controlate, sau numai intrări controlate, atunci  $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  nu numai că nu este o generalizare (uni-

<sup>25</sup> D. R. Dowty, R. E. Wall și S. Peters, *Introduction to Montague Semantics*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1981, p. 57.

versală) a lui  $\varphi$  cu privire la  $\alpha$ , dar nu este nici măcar o propoziție. Dat fiind faptul că se înregistrează fenomenul de coliziune, nici o specializare a secvenței „ $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$ ” nu este formulă.

În contextul generalizării, cuantificările de individ universale admit o definire verifuncțională parțială, rezumată în figura logică (8°). Este de remarcat faptul că respectiva matrice lasă un spațiu de joc nedeterminat, în sensul că numai de la falsitatea unei propoziții se poate conchide cu privire la valoarea uneia dintre generalizările universale ale respectivei propoziții.

Operația inversă generalizării, adică instanțierea, ne conduce de la o propoziție universală –  $(\forall x_i) \varphi$  – la una din instanțele sale substitutive,  $\varphi [\alpha / x_i]$ .

1. Dacă  $(\forall x_i) \varphi$  este rezultatul unei generalizări nule, *id est*, dacă în  $\varphi$  nu apare  $x_i$ , atunci:  $(\forall x_i) \varphi = \varphi [\alpha / x_i]$ . Ilustrarea acestui caz cu exemple din  $L$  și din limba română este foarte la îndemână, așa că nu vom insista asupra ei.

2. Dacă  $x_i$  are cel puțin o intrare liberă în  $\varphi$  (și nici o intrare controlată), atunci, în mod necesar,  $(\forall x_i) \varphi \rightarrow \varphi [\alpha / x_i]$ . *Exempli gratia*: din afirmația că *toți ziaristii îl critică pe Victor / pentru orice x, dacă x este ziarist, atunci x îl critică pe Victor* și din propoziția formală  $(\forall x) P^2(x, c)$  se pot obține, prin efectuarea operației de instanțiere, afirmația că *Vasile îl critică pe Victor, dacă Vasile este ziarist*, respectiv  $P^2(a, c)$ .

Afirmațiile de mai sus îndreptătesc identificarea unei propoziții universale cu rezultatul conjugării tuturor instanțelor sale substitutive.

$$(D6.2) (\forall x_i) \varphi = \varphi [\alpha_0 / x_i] \wedge \varphi [\alpha_1 / x_i] \wedge \dots$$

Considerațiile definitorii cu privire la cuantificările de individ universale pot fi completate în contextul supraoperației de instanțiere cu tabelul de adevăr (9°), care „înfășoară” două aserțiuni:  $\mathcal{F}$  (1) dacă valoarea unei propoziții universale este identică cu adevărul, atunci oricare din instanțele sale substitutive are drept valoare alethică adevărul;  $\mathcal{F}$  (2) dacă o propoziție universală este falsă, o instanță substitutivă a acesteia (instanță arbitrar selectată) poate dobîndi ca valoare alethică (în egală măsură) fie adevărul, fie falsul.

| $v_2(\varphi)$ | $v_2((\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha])$ |
|----------------|---------------------------------------------|
| 1              | ?                                           |
| 0              | 0                                           |

| $v_2((\forall x_i) \varphi)$ | $v_2(\varphi [\alpha / x_i])$ |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1                            | 1                             |
| 0                            | ?                             |

8°–9°. Matricele de adevăr ale cuantificărilor de individ universale, pe făgașul generalizării (D6.1), respectiv pe cel al instanțierii (D6.3)

Să cercetăm, acum, prin prisma operațiilor de generalizare și de instanțiere, comportamentul cuantificărilor de individ existențiale.

Dacă  $\varphi [\alpha / x_i]$  este o propoziție oarecare, obținută prin aplicarea substituției  $[\alpha / x_i]$  la  $\varphi$ , atunci  $(\exists x_i) \varphi$  este o generalizare existențială a acesteia.

Fie propoziția că *Paul este econom sau darnic / Paul este econom sau Paul este darnic* și o replică a ei în  $L$ ,  $P^1(a) \vee Q^1(a)$ . Din ambele propoziții pot fi derivate prin aplicarea unei cuantificări de individ existențiale cîte trei propoziții – exprimate de enunțurile „Există cel puțin un  $x$ , astfel încît  $x$  este econom sau Paul este darnic”, „Există cel puțin un  $x$ , astfel încît Paul este eco-

nom sau  $x$  este darnic“ și „Există cel puțin un  $x$ , astfel încât  $x$  este econom sau  $x$  este darnic“, respectiv „ $(\exists x) (P^1(x) \vee Q^1(a))$ “, „ $(\exists x) (P^1(a) \vee Q^1(x))$ “ și „ $(\exists x) (P^1(x) \vee Q^1(x))$ “ –, în funcție de varianta substitutivă aleasă. Spre exemplu, propoziția  $P^1(a) \vee Q^1(a)$  poate fi privită drept rezultat al aplicării substituției  $[a/x]$  la  $P^1(x) \vee Q^1(a)$ , la  $P^1(a) \vee Q^1(x)$ , respectiv la  $P^1(x) \vee Q^1(x)$ . În concluzie, nu este necesar ca generalizarea existențială a unei propoziții cu privire la un individ din componența ei să vizeze toate intrările acestuia.

O primă definiție verifuncțională a conectivelor ce exemplifică schema operațională  $(\exists x_i) - (D7.1)$  – este cuprinsă în tabela de adevăr ( $10^0$ ) și se constituie într-o abreviere pentru conjuncția aserțiunilor (1), respectiv (2):  $\mathcal{P}$  (1) dacă o propoziție are drept valoare aletică adevărul, atunci oricare din generalizările existențiale ale acestei propoziții este adevărată;  $\mathcal{P}$  (2) constatarea că o propoziție este falsă nu este un temei suficient pentru a determina valorile de adevăr ale generalizărilor ei existențiale.

Instanțierea propozițiilor existențiale se reflectă schematic în trecerea de la  $(\exists x_i) \varphi$  la  $\varphi [\alpha / x_i]$ . Nu vom stărui asupra caracteristicilor pe care le dobîndește instanțierea propozițiilor calchiate pe schema  $(\exists x_i) \varphi$  în funcție de prezența, respectiv absența lui  $x_i$  în  $\varphi$ . Ele se determină prin analogie cu instanțierea propozițiilor universale. Reținem, în schimb, definirea propozițiilor existențiale ca valori ale adjungerii tuturor instanțelor substitutive ale acestora <sup>26</sup>.

$$(D7.2) (\exists x_i) \varphi = \varphi [\alpha_0 / x_i] \vee \varphi [\alpha_1 / x_i] \vee \dots$$

În sfîrșit, explicitarea cuantificărilor existențiale poate fi completată cu definiția (D7.3), care se regăsește sub forma diagramei verifuncționale ( $11^0$ ) și care rezumă următoarele două afirmații:  $\mathcal{P}$  (1) dacă valoarea unei propoziții existențiale este egală cu adevărul, atunci valoarea unei instanțe arbitrare a acesteia se poate identifica, în egală măsură, fie adevărul, fie falsul;  $\mathcal{P}$  (2) dacă valoarea unei propoziții existențiale este egală cu falsul, (cu atît mai mult) valoarea oricăreia dintre instanțele acesteia se va identifica cu falsul.

| $v_2 (\varphi [\alpha / x_i])$ | $v_2 ((\exists x_i) \varphi)$ |
|--------------------------------|-------------------------------|
| 1                              | 1                             |
| 0                              | ?                             |

| $v_2 ((\exists x_i) \varphi)$ | $v_2 (\varphi [\alpha / x_i])$ |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1                             | ?                              |
| 0                             | 0                              |

$10^0 - 11^0$ . Matricele de adevăr ale cuantificărilor de individ existențiale, pe făgașul generalizării (D7.1), respectiv pe cel al instanțierii (D7.3)

Considerațiile privind cuantorii de individ clasici se cuvin completate cu prezentarea cîtorva reguli de control a operațiilor pe care le desemnează.

**1.1.2. REGULI RELATIVE LA OPERAȚIILE CLASICE DE CUANTIFICARE.** Modul în care a fost intitulat acest paragraf sugerează ideea că tabloul regulilor supuse atenției nu este exhaustiv. În compensație, cele mai multe dintre ele vor fi asociate cu cîte un demers de întemeiere logică. Regulile care controlează operațiile clasice de cuantificare vor fi validate în limitele unui sistem formal, mai

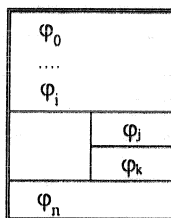
<sup>26</sup> Asocierea cuantificărilor universale cu conjuncții infinit numărabile, iar a cuantificărilor existențiale, cu adjunccii infinite este „clasică“. Ea poate fi întîlnită și în lucrările logicienilor din Evul de mijloc sub forma „rîdicărilor“ vs. „coborîrilor“ copulative, respectiv disjunctive [cf. 21a: 80].

exact, în cadrul unui sistem al deducției naturale (*SD*)<sup>27</sup>. Trebuie remarcat faptul că baza axiomatică aferentă sistemului *SD* conține în exclusivitate reguli primitive de transformare / inferare / derivare.

Dacă „ $\Gamma$ ” denotă o mulțime finită de propoziții, „ $\varphi$ ”, o propoziție, iar „ $\Rightarrow_{SD}$ ”, operația de derivare (sau de consecuție logică) în *SD*, atunci „ $\Gamma \Rightarrow_{SD} \varphi$ ” stă pentru schema generală în care se regăsesc regulile de inferare din *SD*. În raport cu  $\varphi$ , elementele clasei  $\Gamma$  se constituie ca ipoteze / premise / asumpții. Apelînd la o sinecdocă, vom folosi ca semn al operației de derivare în *SD* grafemul „ $\Rightarrow$ ”.

Propoziția  $\varphi$  este o consecință directă a mulțimii  $\Gamma$ , altfel spus, este imediat derivabilă din  $\Gamma$ , dacă poate fi obținută din  $\Gamma$  prin aplicarea unei reguli a sistemului. Orice derivare / demonstrație în *SD* este o secvență / succesiune / serie finită de propoziții din *L* în care fiecare propoziție este fie o ipoteză, fie o consecință directă a unor propoziții care o preced. Ultimele propoziții ale demonstrațiilor vor fi considerate propoziții derivabile în *SD*. Orice propoziție este considerată teoremă în sistemul formal *SD*, schematic:  $\Rightarrow \varphi$ , dacă și numai dacă este derivabilă dintr-o mulțime de premise vidă.

Pentru a reda cu parcimonie demonstrațiile în *SD* ale unor legi și reguli logice, vom supune atenției, în cele ce urmează, câteva precizări de natură terminologică și notațională. Privită ca secvență finită de propoziții, orice derivare se înscrie în limitele unui patruleter. Latura stîngă a respectivei figuri geometrice marchează domeniul (respectiv cîmpul) derivării. Linia verticală ce se află în interiorul patruleterului delimitează domeniul unei subderivări. Liniile orizontale separă ipotezele de consecințele care decurg din ele sau precizează limitele unei eventuale subderivări. Propozițiile  $\varphi_0, \dots, \varphi_i$  sînt considerate ipoteze primare, în timp ce propoziția  $\varphi_j$  apare ca ipoteză auxiliară.



12°. O schemă diagramatică pentru demonstrațiile efectuate în sistemul *SD*

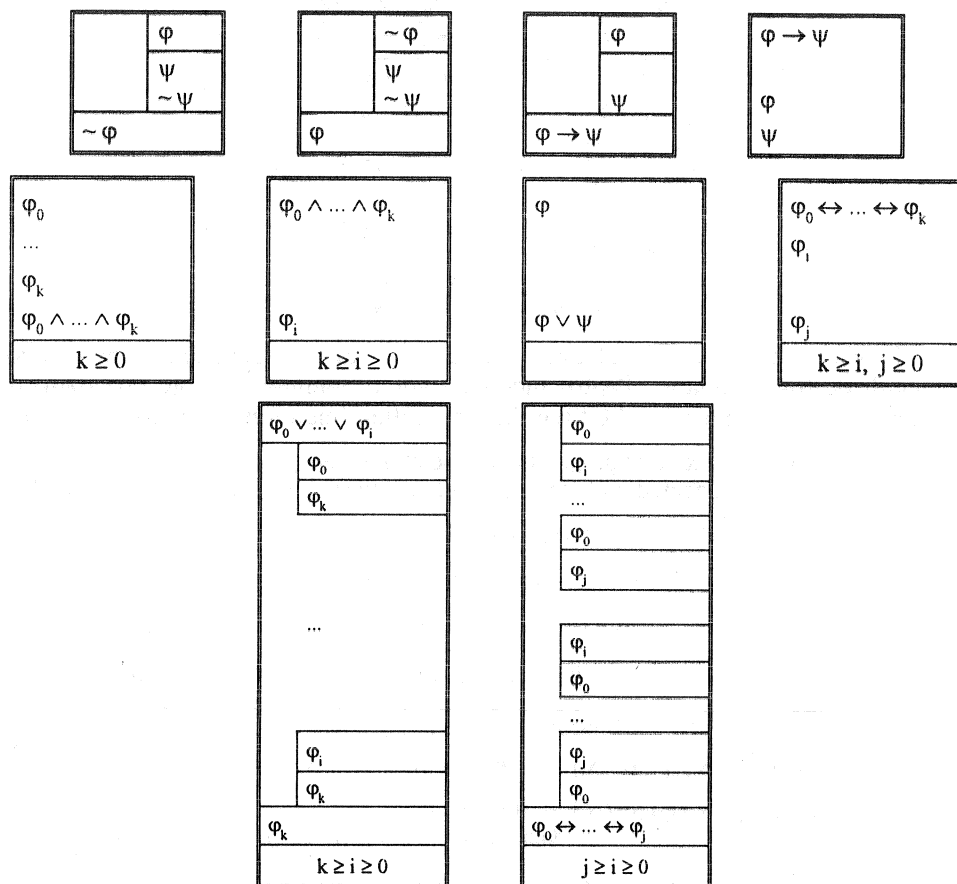
Diagrama (12°) evidențiază faptul că subderivarea (13°) este încheiată și, implicit, că ipoteza auxiliară  $\varphi_j$  este anulată.



13°. Subderivarea conținută în diagrama - prototip a demonstrațiilor din *SD*

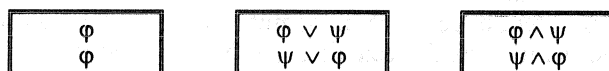
<sup>27</sup> Am utilizat (și adaptat) în acest sens trei variante de exprimare ale unui astfel de sistem, prezente în: Merrie Bergmann, J. Moor și J. Nelson, *The Logic Book*, Random House, New York, 1980, pp. 132-393; W. Bibel, *Deduktion. Automatisierung der Logik*, R. Oldenburg Verlag, München, 1992, pp. 108 sqq.; J. Barwise și J. Etchemendy, *The Language of First - Order Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Center for the Study of Language and Information (CSLI), Leland Stanford Junior University, 1991, pp. 61-139.

Nucleul molecular al sistemului formal *SD* este fundamentat, în primul rând, prin regulile de introducere, respectiv de eliminare a operațiilor de negare, de implicare, de conjugare, de adunare și de echivalare. Aceste reguli sînt „concentrate” în schemele inferențiale redată de diagramele (14°) – (23°).



14° – 23°. Regulile de introducere versus de eliminare a operațiilor de negare – ( $I \sim$ ) și ( $E \sim$ ) –, de implicare – ( $I \rightarrow$ ) și ( $E \rightarrow$ ) –, de conjugare – ( $I \wedge$ ) și ( $E \wedge$ ) –, de adunare – ( $I \vee$ ) și ( $E \vee$ ) – și de echivalare, ( $I \leftrightarrow$ ) și ( $E \leftrightarrow$ )

Familia regulilor primitive de transformare va fi completată cu regula reiterării (R), cu regulile care consfințesc comutativitatea adunării – ( $C \vee$ ) – și a conjugării – ( $C \wedge$ ) – și cu regula „accesibilității” (A): într-o derivare, o propoziție sau o subderivare este accesibilă la „pasul”  $n$ , adică, poate fi utilizată în justificarea unei propoziții la pasul  $n$ , dacă și numai dacă propoziția, respectiv subderivarea nu intervine în domeniul unei ipoteze auxiliare care a fost anulată pînă la pasul  $n$ .



24° – 26°. Diagramele corespunzătoare schemelor (R), ( $C \vee$ ) și ( $C \wedge$ )

Spre exemplu, se poate demonstra în *SD* că orice implicație tolerează o contrapunere totală, o dată cu construirea unei derivări care se originează în propoziția formală  $\varphi \rightarrow \psi$  și care se încheie cu secvența  $\sim \psi \rightarrow \sim \varphi$ .

|    |                                      |                          |
|----|--------------------------------------|--------------------------|
| 1. | $\varphi \rightarrow \psi$           | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. | $\sim \psi$                          | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. | $\varphi$                            | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 4. | $\psi$                               | 1, 3: (E $\rightarrow$ ) |
| 5. | $\sim \psi$                          | 2: (R)                   |
| 6. | $\sim \varphi$                       | 3, 5: (I $\sim$ )        |
| 7. | $\sim \psi \rightarrow \sim \varphi$ | 2, 6: (I $\rightarrow$ ) |

27°. O demonstrație în *SD* pentru regula contrapunerii (totale) a unei implicații

Fundamentarea extensiei atomare a sistemului *SD* presupune antrenarea unor noi reguli de transformare. Pentru început, vor fi enumerate șapte propoziții de identitate, care redau mai explicit regula substituției (menționată anterior lapidar).

(S0)  $\varphi [\alpha / x_i]$  este propoziția care se obține din  $\varphi$ , înlocuind peste tot individul  $x_i$  din structura acesteia cu individul  $\alpha$ .

(S1)  $(\sim \varphi) [\alpha / x_i] = \sim (\varphi [\alpha / x_i])$

(S2)  $(\varphi \rightarrow \psi) [\alpha / x_i] = (\varphi [\alpha / x_i] \rightarrow \psi [\alpha / x_i])$

(S3)  $(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_k) [\alpha / x_i] = (\varphi_0 [\alpha / x_i] \wedge \dots \wedge \varphi_k [\alpha / x_i])$

(S4)  $(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_k) [\alpha / x_i] = (\varphi_0 [\alpha / x_i] \vee \dots \vee \varphi_k [\alpha / x_i])$

(S5)  $(\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_k) [\alpha / x_i] = (\varphi_0 [\alpha / x_i] \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_k [\alpha / x_i])$

(S6.1)  $((Qx_i) \varphi) [\alpha / x_j] = (Qx_i) \varphi$ , dacă  $x_i = x_j$

(S6.2)  $((Qx_i) \varphi) [\alpha / x_j] = (Qx_i) (\varphi [\alpha / x_j])$ ,  
dacă  $x_j$  apare liber în  $(Qx_i) \varphi$ , iar  $x_i$  nu apare în  $\alpha$

(S7)  $\varphi [\alpha_0 / \alpha_1, \dots, \alpha_{i-1} / \alpha_i] = (\varphi [\alpha_0 / \alpha_1]) \dots [\alpha_{i-1} / \alpha_i]$

Trebuie reținut faptul că substituția  $((Qx_i) \varphi) [\alpha / x_j]$  nu este definită pentru cazul în care  $x_j$  apare liber în  $(Qx_i) \varphi$ , iar  $x_i$  apare în  $\alpha$  [7: 58]. Se preîntîmpină, în acest fel, situația imposibil de acceptat ca intrările (aparitiile, sau ocurențele) libere ale unui individ oarecare într-o propoziție să se transforme, prin substituție, în intrări controlate.

Situați sub incidența principiului parcimoniei, vom întrebuința conectorul binar „ $\Leftrightarrow$ ” pentru a invoca operația de inferare reciprocă. Despre propozițiile care alcătuiesc cuplurile de argumente ale conectivei  $\Leftrightarrow$  se va spune că sînt derivabile succesiv una din cealaltă.

Conceptul de inferare reciprocă ne permite să introducem regula înlocuirii (Î): două propoziții derivabile una din cealaltă, adică două propoziții identice (formal, sau logic echivalente) sînt intersubstituibile *salva validitate* (se pot înlocui una cu cealaltă) în cadrul unei suprapropoziții.

$$(D8) (\varphi \Leftrightarrow \psi) = (\varphi = \psi)$$

Inventarul regulilor primitive de transformare devine complet o dată cu enumerarea schemelor pe care sînt calchiate regulile de eliminare, respectiv de introducere a cuantificărilor de individ universale și a cuantificărilor de individ existențiale:  $(E (\forall x_i))$  și  $(E (\exists x_i))$ , respectiv  $(I (\forall x_i))$  și  $(I (\exists x_i))$ . Redate, în ordine, sub forma diagramelor (28°) – (31°), aceste reguli autorizează în context sintactic instanțierea *versus* generalizarea propozițiilor.

|                          |                          |                                        |                          |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------------------|--------------------------|
| $(\forall x_i) \varphi$  | $(\exists x_i) \varphi$  | $\varphi$                              | $\varphi [\alpha / x_i]$ |
| $\varphi [\alpha / x_i]$ | $\varphi [\alpha / x_i]$ | $(\forall x_i) \varphi [x_i / \alpha]$ | $(\exists x_i) \varphi$  |
|                          | $\psi$                   |                                        |                          |
|                          | $\psi$                   |                                        |                          |

28° – 31°. Reprezentări în SD ale regulilor de eliminare, respectiv de introducere a cuantificărilor de individ clasice

Este de remarcat aici faptul că doar regulile  $(E (\forall x_i))$  și  $(I (\exists x_i))$  se asociază cu cadre applicative libere de restricții substituționale.

Spre exemplu, derivările (32°) și (33°), ce se constituie ca demonstrații formalizate ale inferențelor naturale  $\mathcal{P}$  (1) *toți îl critică pe Victor; deci, Victor își face o autocritică* și  $\mathcal{P}$  (2) *toate (lucrurile) sînt pieritoare; așadar, el este pieritor*, ilustrează convingător absența oricărei îngrădiri în ce privește concretizarea constituentului  $\alpha$  din schema  $(E (\forall x_i))$ .

|                             |                          |
|-----------------------------|--------------------------|
| 1. $(\forall x) P^2 (x, b)$ | 1. $(\forall y) P^1 (y)$ |
| 2. $P^2 (b, b)$             | 2. $P^1 (y)$             |

32° – 33°. Derivări din SD care corespund raționamentelor  $\mathcal{P}$  (1) *toți îl critică pe Victor; deci, Victor își face o autocritică*, respectiv  $\mathcal{P}$  (2) *toate (lucrurile) sînt pieritoare; așadar, el este pieritor*

Aceeași libertate de aplicare, asociată de data aceasta cu regula de transformare  $(I (\exists x_i))$  este confirmată de faptul că ipoteza cum că *Manole se urăște (pe sine)* permite derivarea a nu mai puțin de trei propoziții existențiale:  $\mathcal{P}$  (1) *unii (indivizi) îl urăsc pe Manole*;  $\mathcal{P}$  (2) *există cel puțin un individ pe care îl urăște Manole*;  $\mathcal{P}$  (3) *cel puțin un individ se urăște pe sine*.

|                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1. $R^2 (b, b)$             | 1. $R^2 (b, b)$             | 1. $R^2 (b, b)$             |
| 2. $(\exists x) R^2 (x, b)$ | 2. $(\exists x) R^2 (b, x)$ | 2. $(\exists x) R^2 (x, x)$ |

34° – 36°. Codificări formalizate ale deducțiilor care se originează în ipoteza că *Manole se urăște (pe sine)* și care se finalizează în propozițiile:  $\mathcal{P}$  (1) *unii (indivizi) îl urăsc pe Manole*;  $\mathcal{P}$  (2) *există cel puțin un individ pe care îl urăște Manole* și  $\mathcal{P}$  (3) *cel puțin un individ se urăște pe sine*

Prin contrast, schemele de generalizare universală și de instanțiere a propozițiilor existențiale urmează să fie coroborate cu anumite restricții. Astfel, aplicarea corectă a regulii  $(I (\forall x_i))$  se asociază cu prescripția ca  $\alpha$  să nu apară într-o

asumpție neanulată; antrenarea riguroasă a regulii ( $E (\exists x_i)$ ) impune completarea restricției precedente cu alte două condiții:  $\mathcal{P}^1$  (1)  $\alpha$  nu trebuie să apară în premisa ( $\exists x_i$ )  $\varphi$ ;  $\mathcal{P}^1$  (2)  $\alpha$  nu trebuie să apară în consecința  $\psi$ .

Consemnăm, spre exemplificare, că inferarea propoziției: *oricine este filosof* din ipoteza că *Socrate este filosof* nu este valabilă, întrucât se constituie într-o generalizare universală „pripită”. Derivarea (37°), care o reflectă la nivel formal conține o eroare; individul  $b$  apare într-o ipoteză neanulată.

|                         |         |
|-------------------------|---------|
| 1. $P^1(b)$             |         |
| 2. $(\forall z) P^1(z)$ | eroare! |

37°. Replica formalizată a deducerii afirmației că *oricine este filosof* din propoziția că *Socrate este filosof*

O aplicare corectă în  $L$  a regulii ( $I (\forall x_i)$ ) poate fi identificată în diagrama (38°), *id est* într-o demonstrație a inferenței:  $(\forall x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x)); (\forall x) P^1(x) \Rightarrow \Rightarrow (\forall x) Q^1(x)$ . Trecerea de la  $Q^1(b)$  la  $(\forall x) Q^1(x)$  este îndreptățită de faptul că individul  $b$  nu apare în ipoteze, el fiind arbitrar considerat.

|                                              |                         |
|----------------------------------------------|-------------------------|
| 1. $(\forall x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ | ipoteză primară         |
| 2. $(\forall x) P^1(x)$                      | ipoteză primară         |
| 3. $P^1(b) \rightarrow Q^1(b)$               | 1: $(E (\forall x))$    |
| 4. $P^1(b)$                                  | 2: $(E (\forall x))$    |
| 5. $Q^1(b)$                                  | 3, 4: $(E \rightarrow)$ |
| 6. $(\forall x) Q^1(x)$                      | 5: $(I (\forall x))$    |

38°. O demonstrație în  $SD$  a raționamentului:  
 $(\forall x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x)); (\forall x) P^1(x) \Rightarrow (\forall x) Q^1(x)$

Cît privește ilustrarea modalităților de aplicare a regulii ( $E (\exists x_i)$ ), ni se pare potrivit să aducem în atenție trei exemple „negative”, cîte unul pentru fiecare dintre condițiile aferente încălcate:  $\mathcal{P}^1$  (1)  $P^1(c)$ ;  $(\exists x) Q^1(x) \Rightarrow (\exists x) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ ;  $\mathcal{P}^1$  (2)  $(\forall x) (\exists y) P^2(x, y) \Rightarrow (\exists z) P^2(z, z)$ ;  $\mathcal{P}^1$  (3)  $(\exists x) P^1(x) \Rightarrow P^1(b)$ .

Respectivele exemple din  $L$  își găsesc corespondente naturale în raționamentele exprimate de următoarele secvențe lingvistice:  $\mathcal{P}^1$  (1) „*Socrate este filosof; unii (indivizi) sînt chibzuiți; deci, unii filosofi sînt chibzuiți*”;  $\mathcal{P}^1$  (2) „*Oricine iubește pe cineva; așadar, unii (indivizi) se iubesc pe sine*”;  $\mathcal{P}^1$  (3) „*Unii (indivizi) sînt chibzuiți; prin urmare, Andrei este chibzuit*”.

|                                         |                                |
|-----------------------------------------|--------------------------------|
| 1. $P^1(c)$                             | ipoteză primară                |
| 2. $(\exists x) Q^1(x)$                 | ipoteză primară                |
| 3. $Q^1(c)$                             | ipoteză auxiliară              |
| 4. $P^1(c) \wedge Q^1(c)$               | 1, 3: $(I \wedge)$             |
| 5. $(\exists x) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ | 4: $(I (\exists x))$           |
| 6. $(\exists x) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ | 2-5: $(I (\exists x))$ eroare! |



|                                       |                                 |
|---------------------------------------|---------------------------------|
| 1. $(\forall x)(\exists y) P^2(x, y)$ | <i>ipoteză primară</i>          |
| 2. $(\exists y) P^2(a, y)$            | <i>ipoteză primară</i>          |
| 3. $P^2(a, a)$                        | <i>ipoteză auxiliară</i>        |
| 4. $(\exists z) P^2(z, z)$            | 3: (I $(\exists z)$ )           |
| 5. $(\exists z) P^2(z, z)$            | 2-4: (E $(\exists y)$ ) eroare! |

|                         |                                 |
|-------------------------|---------------------------------|
| 1. $(\exists x) P^1(x)$ | <i>ipoteză primară</i>          |
| 2. $P^1(b)$             | <i>ipoteză auxiliară</i>        |
| 3. $P^1(b)$             | 2: (R)                          |
| 4. $P^1(b)$             | 2-4: (E $(\exists x)$ ) eroare! |

39° – 41°. Derivări ce conțin încălcări  
ale regulii (E  $(\exists x_i)$ )

În continuare, vom prezenta câteva inferențe demonstrabile în *SD*, pe care le-am selectat în virtutea relevanței dobândite în contextul cuantificărilor de individ clasice. Pentru a determina o anumită economie operatorie, aceste inferențe (împreună cu derivările aferente în limbajul *L*) vor fi înfățișate la un nivel mai abstract, prin intermediul „metaexpresiilor” pe care deja le-am introdus. Ar rămîne la latitudinea cititorului exemplificarea acestor structuri logice fie în plan formal, fie în limba română.

Regulile sub-, respectiv supra - alternării, (R1) și (R2), precizează faptul că o propoziție existențială se constituie în consecință logică a propoziției universale corespunzătoare, respectiv că negația unei propoziții existențiale antrenează (în mod necesar) negația propoziției universale care îi este adecvată. Replicile „semantice” ale acestor reguli statornicesc faptul că toate subalternele unei propoziții adevărate sînt, de asemenea, adevărate, respectiv că toate supraalternele unei propoziții false au drept valoare alethică falsul.

(R1)  $(\forall x_i) \varphi \Rightarrow (\exists x_i) \varphi$

(R2)  $\sim(\exists x_i) \varphi \Rightarrow \sim(\forall x_i) \varphi$

|                            |                         |
|----------------------------|-------------------------|
| 1. $(\forall x_i) \varphi$ | <i>ipoteză primară</i>  |
| 2. $\varphi[\alpha / x_i]$ | 1: (E $(\forall x_i)$ ) |
| 3. $(\exists x_i) \varphi$ | 2: (I $(\exists x_i)$ ) |

|                                |                          |
|--------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim(\exists x_i) \varphi$ | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\forall x_i) \varphi$     | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\varphi[\alpha / x_i]$     | 2: (E $(\forall x_i)$ )  |
| 4. $(\exists x_i) \varphi$     | 3: (I $(\exists x_i)$ )  |
| 5. $\sim(\exists x_i) \varphi$ | 1: (R)                   |
| 6. $\sim(\forall x_i) \varphi$ | 2-5: (I $\sim$ )         |

42° – 43°. Demonstrații în *SD* ale  
regulilor (R1) și (R2)

Dintre regulile care guvernează corelarea negației cu operațiile clasice de cuantificare sînt de amintit, mai întîi, regulile care travestesc „sintactic” două consecințe ale legii contrarietății, lege conform căreia dintre două sau mai multe propoziții contrare, cel mult una este adevărată.

(R3)  $(\forall x_i) \sim\varphi \Rightarrow \sim(\forall x_i) \varphi$

(R4)  $(\forall x_i) \varphi \Rightarrow \sim(\forall x_i) \sim\varphi$

|                                  |                          |
|----------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\forall x_i) \sim \varphi$  | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\forall x_i) \varphi$       | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\varphi [\alpha / x_i]$      | 2: $(E (\forall x_i))$   |
| 4. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | 1: $(E (\forall x_i))$   |
| 5. $\sim (\forall x_i) \varphi$  | 2-4: $(I \sim)$          |

|                                      |                          |
|--------------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\forall x_i) \varphi$           | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\forall x_i) \sim \varphi$      | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\forall x_i) \varphi$           | 1: $(R)$                 |
| 4. $\sim (\forall x_i) \varphi$      | 2: $(R3)$                |
| 5. $\sim (\forall x_i) \sim \varphi$ | 2-4: $(I \sim)$          |

44° – 45°. Demonstrații în SD ale regulilor (R3) și (R4)

Legea subcontrarietății – dintre două sau mai multe propoziții subcontrare, cel puțin una este adevărată – este reprodusă parțial, în manieră sintactică, de regulile (R5) și (R6).

$$(R5) \sim (\exists x_i) \varphi \Rightarrow (\exists x_i) \sim \varphi$$

$$(R6) \sim (\exists x_i) \sim \varphi \Rightarrow (\exists x_i) \varphi$$

|                                  |                          |
|----------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim (\exists x_i) \varphi$  | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\varphi [\alpha / x_i]$      | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\exists x_i) \varphi$       | 1: $(R)$                 |
| 4. $\sim (\exists x_i) \varphi$  | 2: $(I (\exists x_i))$   |
| 5. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | 2-4: $(I \sim)$          |
| 6. $(\exists x_i) \sim \varphi$  | 5: $(I (\exists x_i))$   |

|                                      |                              |
|--------------------------------------|------------------------------|
| 1. $\sim (\exists x_i) \sim \varphi$ | <i>ipoteză primară</i>       |
| 2. $(\exists x_i) \sim \sim \varphi$ | 1: $(R5)$                    |
| 3. $(\exists x_i) \varphi$           | 2: $(I \sim), (E \sim), (I)$ |

46° – 47°. Demonstrații în SD ale regulilor (R5) și (R6)

Două ipostaze ale legii necontrazicerii – oricare ar fi două propoziții contradictorii, una este adevărată și cealaltă este falsă – sînt transpuse în domeniul schemelor de propoziții cuantificate de inferențele reciproce (R7) și (R8).

$$(R7) \sim (\forall x_i) \varphi \Leftrightarrow (\exists x_i) \sim \varphi$$

$$(R8) \sim (\exists x_i) \varphi \Leftrightarrow (\forall x_i) \sim \varphi$$

Întrucît demonstrarea inferențelor reciproce se reduce la demonstrarea inferențelor simple care intră în alcătuirea lor, se va considera că regulile reciproce (R7) și (R8) se justifică prin demonstrarea regulilor simple (R7.1 – 2) și (R8.1 – 2).

$$(R7.1) \sim (\forall x_i) \varphi \Rightarrow (\exists x_i) \sim \varphi$$

$$(R8.1) \sim (\exists x_i) \varphi \Rightarrow (\forall x_i) \sim \varphi$$

$$(R7.2) (\exists x_i) \sim \varphi \Rightarrow \sim (\forall x_i) \varphi$$

$$(R8.2) (\forall x_i) \sim \varphi \Rightarrow \sim (\exists x_i) \varphi$$

|                                      |                          |
|--------------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim (\forall x_i) \varphi$      | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\sim (\exists x_i) \sim \varphi$ | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$     | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 4. $(\exists x_i) \sim \varphi$      | 3: $(I (\exists x_i))$   |
| 5. $\sim (\exists x_i) \sim \varphi$ | 2: $(R)$                 |
| 6. $\varphi [\alpha / x_i]$          | 3-5: $(E \sim)$          |
| 7. $(\forall x_i) \varphi$           | 6: $(I (\forall x_i))$   |
| 8. $\sim (\forall x_i) \varphi$      | 1: $(R)$                 |
| 9. $(\exists x_i) \sim \varphi$      | 2-8: $(E \sim)$          |

|                                  |                          |
|----------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\exists x_i) \sim \varphi$  | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\forall x_i) \varphi$       | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 4. $\varphi [\alpha / x_i]$      | 3: $(E (\forall x_i))$   |
| 5. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | 2: $(R)$                 |
| 6. $\sim (\forall x_i) \varphi$  | 3-5: $(I \sim)$          |
| 7. $\sim (\forall x_i) \varphi$  | 1-6: $(E (\exists x_i))$ |

|                                  |                          |
|----------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim(\exists x_i) \varphi$   | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\varphi [\alpha / x_i]$      | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\exists x_i) \varphi$       | 2: (I $(\exists x_i)$ )  |
| 4. $\sim(\exists x_i) \varphi$   | 1: (R)                   |
| 5. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | 2-4: (I $\sim$ )         |
| 6. $(\forall x_i) \sim \varphi$  | 5: (I $(\forall x_i)$ )  |

|                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $(\forall x_i) \sim \varphi$      | <i>ipoteză primară</i>           |
| 2. $(\exists x_i) \varphi$           | <i>ipoteză auxiliară</i>         |
| 3. $(\exists x_i) \sim \sim \varphi$ | 2: (I $\sim$ ), (E $\sim$ ), (Î) |
| 4. $(\forall x_i) \sim \varphi$      | 1: (R)                           |
| 5. $\sim(\forall x_i) \sim \varphi$  | 3: (R7.2)                        |
| 6. $\sim(\exists x_i) \varphi$       | 2-5: (I $\sim$ )                 |

48° – 51°. Demonstrații în SD ale regulilor  
(R7.1 – 2) și (R8.1 – 2)

Dintre regulile centrate pe tandemul operațional *negare* – *cuantificare*, se cuvin menționate și acelea care stabilesc relația de dualitate între cuantificările de individ universale și cuantificările de individ existențiale <sup>28</sup>.

$$(R\ 9) (\forall x_i) \varphi \Leftrightarrow \sim(\exists x_i) \sim \varphi$$

$$(R10) (\exists x_i) \varphi \Leftrightarrow \sim(\forall x_i) \sim \varphi$$

|                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\forall x_i) \varphi$          | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\exists x_i) \sim \varphi$     | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\forall x_i) \varphi$          | 1: (R)                   |
| 4. $\sim(\forall x_i) \varphi$      | 2: (R7.2)                |
| 5. $\sim(\exists x_i) \sim \varphi$ | 2-4: (I $\sim$ )         |

|                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim(\exists x_i) \sim \varphi$ | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\sim(\forall x_i) \varphi$      | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\exists x_i) \sim \varphi$     | 2: (R7.1)                |
| 4. $\sim(\exists x_i) \sim \varphi$ | 1: (R)                   |
| 5. $(\forall x_i) \varphi$          | 2-4: (E $\sim$ )         |

|                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\exists x_i) \varphi$          | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\forall x_i) \sim \varphi$     | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\exists x_i) \varphi$          | 1: (R)                   |
| 4. $\sim(\exists x_i) \varphi$      | 2: (R8.2)                |
| 5. $\sim(\forall x_i) \sim \varphi$ | 2-4: (I $\sim$ )         |

|                                     |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim(\forall x_i) \sim \varphi$ | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\sim(\exists x_i) \varphi$      | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\forall x_i) \sim \varphi$     | 2: (R8.1)                |
| 4. $\sim(\forall x_i) \sim \varphi$ | 1: (R)                   |
| 5. $(\exists x_i) \varphi$          | 2-4: (E $\sim$ )         |

52° – 55°. Demonstrații în SD ale regulilor  
(R9.1 – 2) și (R10.1 – 2)

O importanță aparte trebuie acordată regulilor de permutare a operațiilor de cuantificare, atunci când avem de-a face cu propoziții multiplu cuantificate.

$$(R11) (\forall x_i) (\forall x_j) \varphi \Leftrightarrow (\forall x_j) (\forall x_i) \varphi$$

$$(R12) (\exists x_i) (\exists x_j) \varphi \Leftrightarrow (\exists x_j) (\exists x_i) \varphi$$

$$(R13) (\exists x_i) (\forall x_j) \varphi \Rightarrow (\forall x_j) (\exists x_i) \varphi$$

<sup>28</sup> Problema dualizării (în general) și a dualizării propozițiilor cuantificate (în special) a fost tratată sistematic, printre alții, de Petru Ioan (*Logică și metalogică. Incursiuni și noi contururi*, cap. VI: „Dualizarea ca principiu metalogic cu valoare generală”, Editura Junimea, Iași, 1983, pp. 209-40) și Petre Bieltz (*Principiul dualității în logica formală*, Editura Științifică, București, 1974, pp. 161-70).

|                                           |                        |
|-------------------------------------------|------------------------|
| 1. $(\forall x_i)(\forall x_j) \varphi$   | <i>ipoteză primară</i> |
| 2. $(\forall x_j) \varphi [\alpha / x_i]$ | 1: $(E (\forall x_i))$ |
| 3. $\varphi [\alpha / x_i, \beta / x_j]$  | 2: $(E (\forall x_j))$ |
| 4. $(\forall x_i) \varphi [\beta / x_j]$  | 3: $(I (\forall x_i))$ |
| 5. $(\forall x_j)(\forall x_i) \varphi$   | 4: $(I (\forall x_j))$ |

|                                           |                        |
|-------------------------------------------|------------------------|
| 1. $(\forall x_j)(\forall x_i) \varphi$   | <i>ipoteză primară</i> |
| 2. $(\forall x_i) \varphi [\alpha / x_j]$ | 1: $(E (\forall x_j))$ |
| 3. $\varphi [\alpha / x_j, \beta / x_i]$  | 2: $(E (\forall x_i))$ |
| 4. $(\forall x_j) \varphi [\beta / x_i]$  | 3: $(I (\forall x_j))$ |
| 5. $(\forall x_i)(\forall x_j) \varphi$   | 4: $(I (\forall x_i))$ |

|                                           |                          |
|-------------------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\exists x_i)(\exists x_j) \varphi$   | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\exists x_j) \varphi [\alpha / x_i]$ | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\varphi [\alpha / x_i, \beta / x_j]$  | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 4. $(\exists x_i) \varphi [\beta / x_j]$  | 3: $(I (\exists x_i))$   |
| 5. $(\exists x_i) \varphi [\beta / x_j]$  | 2-4: $(E (\exists x_j))$ |
| 6. $(\exists x_j)(\exists x_i) \varphi$   | 5: $(I (\exists x_j))$   |
| 7. $(\exists x_j)(\exists x_i) \varphi$   | 1-6: $(E (\exists x_i))$ |

|                                           |                          |
|-------------------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\exists x_j)(\exists x_i) \varphi$   | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\exists x_i) \varphi [\alpha / x_j]$ | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\varphi [\alpha / x_i, \beta / x_j]$  | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 4. $(\exists x_j) \varphi [\beta / x_i]$  | 3: $(I (\exists x_j))$   |
| 5. $(\exists x_j) \varphi [\beta / x_i]$  | 2-4: $(E (\exists x_i))$ |
| 6. $(\exists x_i)(\exists x_j) \varphi$   | 5: $(I (\exists x_i))$   |
| 7. $(\exists x_i)(\exists x_j) \varphi$   | 1-6: $(E (\exists x_j))$ |

|                                           |                                  |
|-------------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $(\exists x_i)(\forall x_j) \varphi$   | <i>ipoteză primară</i>           |
| 2. $(\forall x_j) \varphi [\alpha / x_i]$ | <i>ipoteză auxiliară</i>         |
| 3. $\varphi [\alpha / x_i, \beta / x_j]$  | 2: $(E (\forall x_j))$           |
| 4. $\varphi [\alpha / x_i, \beta / x_j]$  | 1-3: $(E (\exists x_i))$         |
| 5. $(\exists x_i) \varphi [\beta / x_j]$  | 4: $(I (\exists x_i))$           |
| 6. $(\forall x_j)(\exists x_i) \varphi$   | $\varphi$ 5: $(I (\forall x_j))$ |

56° – 60°. Demonstrații în SD ale regulilor  
(R11.1 – 2), (R12.1 – 2) și (R13)

Semnalăm că permutarea conectivelor cuantificaționale omogene (de același tip: fie universale, fie existențiale) este liberă de orice restricție. Nu același lucru se întâmplă dacă se operează asupra denotatelor unor formule cu prefix eterogen <sup>29</sup>. Astfel, regulile de permutare nu autorizează inferarea unei propoziții de tipul  $(\exists x_i)(\forall x_j) \varphi$  dintr-o propoziție de tipul  $(\forall x_j)(\exists x_i) \varphi$ . Spre exemplu, din afirmația că *pentru orice x, există cel puțin un y, astfel încât, dacă x este bogătaş, atunci y îl lingusește pe x* nu rezultă logic propoziția cum că *există cel puțin y, pentru orice x, astfel încât, dacă x este bogătaş, atunci y îl lingusește pe x*.

Uneori este oportună reformularea propozițiilor cuantificate compuse, astfel încât cuantificările de individ clasice fie precedă toate celelalte conective prezente în respectivele contexte, fie încheie șirul operațiilor propoziționale efectuate. În primul caz, vom avea de-a face cu propoziții în formă miniscopă, în cel de-al doilea, cu propoziții în formă prenexă. *Mutatis mutandis*, vom vorbi de formule miniscopice, respectiv de formule prenex.

Modalitățile de operare a respectivelor reformulări sînt guvernate de regulile de distribuie vs. de prenexare a operațiilor ce specifică schemele cuantificaționale  $(\forall x_i)$  și  $(\exists x_i)$ . Regulile construite cu ajutorul operației de inferare reciprocă atestă

<sup>29</sup> Robert Blanché, *Introduction à la logique contemporaine*, Armand Colin, Paris, 1968, p. 156.

posibilitatea de a efectua atât distribuirea cât și prenexarea, în raport cu o conectivă sau alta. În celelalte situații se va subînțelege că fie distribuirea, fie prenexarea sînt nevalide, *id est* incorecte din punct de vedere logic. Se cuvine reținut și faptul că unele reguli sînt valabile, doar dacă se asumă anumite clauze restrictive.

$$(R14) (\forall x_i) (\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i) \varphi \wedge (\forall x_i) \psi$$

$$(R15) (\exists x_i) (\varphi \wedge \psi) \Rightarrow (\exists x_i) \varphi \wedge (\exists x_i) \psi$$

$$(R16) (\forall x_i) \varphi \vee (\forall x_i) \psi \Rightarrow (\forall x_i) (\varphi \vee \psi)$$

$$(R17) (\exists x_i) (\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i) \varphi \vee (\exists x_i) \psi$$

$$(R18) (\forall x_i) (\varphi \rightarrow \psi) \Rightarrow (\forall x_i) \varphi \rightarrow (\forall x_i) \psi$$

$$(R19) (\forall x_i) (\varphi \leftrightarrow \psi) \Rightarrow (\forall x_i) \varphi \leftrightarrow (\forall x_i) \psi$$

Dacă  $x_i$  nu intră în  $\psi$ , atunci vor fi valabile deducțiile (R20) – (R26).

$$(R20) (\forall x_i) (\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i) \varphi \wedge \psi \quad (R24) (\forall x_i) (\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i) \varphi \rightarrow \psi$$

$$(R21) (\exists x_i) (\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i) \varphi \wedge \psi \quad (R25) (\exists x_i) (\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i) \varphi \rightarrow \psi$$

$$(R22) (\forall x_i) (\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (\forall x_i) \varphi \vee \psi \quad (R26) (\forall x_i) (\varphi \leftrightarrow \psi) \Rightarrow (\forall x_i) \varphi \leftrightarrow \psi$$

$$(R23) (\exists x_i) (\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (\exists x_i) \varphi \vee \psi$$

Dacă  $x_i$  nu intră în  $\varphi$ , atunci pot fi aplicate sub semnul corectitudinii regulile de derivare (R27) – (R29).

$$(R27) (\forall x_i) (\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow \varphi \rightarrow (\forall x_i) \psi$$

$$(R28) (\exists x_i) (\varphi \rightarrow \psi) \Leftrightarrow \varphi \rightarrow (\exists x_i) \psi$$

$$(R29) (\forall x_i) (\varphi \leftrightarrow \psi) \Rightarrow \varphi \leftrightarrow (\forall x_i) \psi$$

Inferențele (R14) – (R29) sînt demonstrabile în sistemul *SD*, *id est*, se pot construi în *SD* derivări care se originează în ipotezele regulilor și care se încheie cu concluziile acestora. Pentru a furniza un exemplu elocvent, redăm derivările aferente regulii (R27), sub forma diagramelor (61°) - (62°).

Regulile pe care l-am introdus pînă acum ne îngăduie să aducem în atenție problema normalizării formulelor, respectiv a propozițiilor. Punctul de plecare în deslușirea acestei teme îl constituie definirea formulelor normale ca formule ce au o

|                                                |                          |
|------------------------------------------------|--------------------------|
| 1. $(\forall x_i) (\varphi \rightarrow \psi)$  | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\varphi \rightarrow \psi) [\alpha / x_i]$ | 1: (E $(\forall x_i)$ )  |
| 3. $\varphi \rightarrow \psi [\alpha / x_i]$   | 2: (S2)                  |
| 4. $\varphi$                                   | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 5. $\psi [\alpha / x_i]$                       | 3, 4: (E $\rightarrow$ ) |
| 6. $(\forall x_i) \psi$                        | 5: (I $(\forall x_i)$ )  |
| 7. $\varphi \rightarrow (\forall x_i) \psi$    | 4, 6: (I $\rightarrow$ ) |

|                                                |                          |
|------------------------------------------------|--------------------------|
| 1. $\varphi \rightarrow (\forall x_i) \psi$    | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\varphi$                                   | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $(\forall x_i) \psi$                        | 1, 2: (E $\rightarrow$ ) |
| 4. $\psi [\alpha / x_i]$                       | 5: (I $(\forall x_i)$ )  |
| 5. $\varphi \rightarrow \psi [\alpha / x_i]$   | 2, 4: (I $\rightarrow$ ) |
| 6. $(\varphi \rightarrow \psi) [\alpha / x_i]$ | 5: (S2)                  |
| 7. $(\forall x_i) (\varphi \rightarrow \psi)$  | 6: (I $(\forall x_i)$ )  |

61° – 62°. Diagrame demonstrative pentru regula (R27)

structură (sintactică / logică) bine determinată (un anumit fel de operatori și o anumită distribuție a semnelor din componența ei) [2:120]. Transpusă în spațiul denotatelor de formule, operația de normalizare fixează succesiunea în care trebuie aplicate conectivele ce conduc la obținerea unei propoziții anume. În continuare, vom vorbi despre formule normale, respectiv despre propoziții în formă normală.

Începem derularea inventarului de formule normale (respectiv, de propoziții în formă normală) aducând în atenție formulele prenexe (respectiv, propozițiile în formă prenexă). Schema „ $(Q_0 x_i) \dots (Q_j x_k) \varphi$ ” constituie crochiul formulor prenex, dacă și numai dacă matricea  $\varphi$  nu conține nici un cuantor. Fiecare propoziție este identică cu o propoziție în formă prenexă, la care se poate ajunge aplicând regulile de interdefinire a conectivelor și regulile de prenexare, prezente în șirul (R14) – (R29).

Fie enunțul „Unii ziariști îi critică pe toți politicienii” / „Pentru cel puțin un  $x$ ,  $x$  este ziarist și pentru orice  $y$ , dacă  $y$  este politician, atunci  $x$  îl critică pe  $y$ ” și o matrice de formalizare – (63°) – care îi corespunde.

|                                                       |                                                                              |
|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $f$ („... este ziarist”)                              | „ $P^1$ ”                                                                    |
| $f$ („... este politician”)                           | „ $Q^1$ ”                                                                    |
| $f$ („... îl critică pe ...”)                         | „ $R^2$ ”                                                                    |
| $f$ („Unii ziariști îi critică pe toți politicienii”) | „ $(\exists x) (P^1(x) \wedge (\forall y) (Q^1(y) \rightarrow R^2(x, y)))$ ” |

63°. Desfășurarea matriceală a unei formalizări ce corespunde enunțului „Unii ziariști îi critică pe toți politicienii”

Ținând cont de regula (R20), propoziția  $(\exists x) (P^1(x) \wedge (\forall y) (Q^1(y) \rightarrow R^2(x, y)))$  poate fi identificată cu propoziția în formă prenexă  $(\exists x) (\forall y) (P^1(x) \wedge (Q^1(y) \rightarrow R^2(x, y)))$ . Afirmatia care îi corespunde în limba română acestei propoziții este aceea că *pentru cel puțin un  $x$ , pentru orice  $y$ ,  $x$  este ziarist și  $x$  îl critică pe  $y$ , dacă  $y$  este politician*.

Propozițiile în formă prenexă admit, mai departe, o reformulare, reconstituindu-se ca propoziții universale în formă prenexă [7: 71], potrivit schemei (D9).

$$(D9) (\exists x_i) \varphi = \varphi [a_j / x_i]$$

Să consemnăm observația că termenii individuali ce exemplifică schema „ $a_j$ ” sînt parametrici, așa că indivizii pe care îi denotă sînt considerați determinați, dar numai într-un context dat. Altminteri, acești indivizi sînt, pînă la urmă, arbitrar aleși. Revenind la ultimul exemplu, vom identifica propoziția  $(\exists x) (\forall y) (P^1(x) \wedge (Q^1(y) \rightarrow R^2(x, y)))$  cu afirmația  $(\forall y) (P^1(b) \wedge (Q^1(y) \rightarrow R^2(b, y)))$ , adăugînd precizarea că individul  $b$  este „formal” determinat. În planul limbii române, propoziția universală în formă prenexă, cum că *pentru orice  $z$ , Vasile este ziarist și îl critică pe  $z$ , dacă este politician* are în structura ei un individ – *Vasile* –, socotit doar într-o manieră stipulativă cunoscut.

Unele situații impun recompunerea propozițiilor universale în formă prenexă, astfel încît printre operațiile propoziționale efectuate în scopul obținerii lor să nu apară cuantificări de individ existențiale. Algoritmul acestei eliminări a operațiilor de cuantificare existențială a fost propus de către logicianul norvegian Thoralf Skolem [cf. 7: 72] și poate fi redat în propoziția de identitate (D10) prezentată mai jos, sub rezerva:  $(i \in \mathbb{N}) \wedge (i \geq 0)$ .

$$(D10) (\forall x_0) \dots (\forall x_i) (\exists x_j) \dots (\exists x_k) \varphi = \\ = (\forall x_0) \dots (\forall x_i) \varphi [f^{i+1}(x_0, \dots, x_i) / x_j, \dots, g^{i+1}(x_0, \dots, x_i) / x_k]$$

Exemplarele derivate din schemele „ $f^{i+1}$ ” și „ $g^{i+1}$ ” se numără printre operatorii *stricto sensu* parametrici și apar în literatura logică sub eticheta „simboluri funcționale Skolem”. Adicitea operațiilor pe care le denumesc este determinată de numărul cuantificărilor universale care succed cuantificărilor existențiale.

Fie enunțul „Orice băiat iubește o fată” și formula „ $(\forall x) (P^1(x) \rightarrow (\exists y) (Q^1(y) \wedge R^2(x, y)))$ ” din  $L$ , cu care acesta poate fi pus în corespondență. Propoziția reprezentată în respectiva formulă tolerează o reconstituire ca propoziție universală în formă prenexă, în varianta  $(\forall x) (\exists y) (P^1(x) \rightarrow Q^1(y) \wedge R^2(x, y))$ . Eliminarea conectivei  $(\exists y)$  din structura noii propoziții reclamă utilizarea unei funcții Skolem monare, *id est* a unei componente din șirul  $(f_i^1)_{i \in \mathbb{N}}$ .

$$(\forall x) (\exists y) (P^1(x) \rightarrow Q^1(y) \wedge R^2(x, y)) = (\forall x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(f^1(x)) \wedge R^2(x, f^1(x)))$$

Cît privește skolemizarea propoziției „concrete” reprezentată de enunțul „Orice băiat iubește o fată”, rămîne de văzut cum se interpretează operatorul *stricto sensu* „ $f^1$ ”. Adică urmează să se stipuleze coreferența expresiei „ $f^1$ ” cu un operator *stricto sensu* din limba română.

O altă „prelucrare” a propozițiilor (în speță, a propozițiilor cuantificate) este legată de supraoperația de normalizare conjunctivă. Să denumim, prin convenție, formulele simple / atomare „literali pozitivi”, iar formulele obținute prin concatenarea conectorului negație cu formulele simple, „literali negativi” și să folosim elementele șirului  $(L_i)_{i \in \mathbb{N}}$  pentru a ne referi în mod indistinct la anumiți literali (fie pozitivi, fie negativi).

Orice propoziție va fi considerată în formă normală conjunctivă, dacă și numai dacă exemplifică schema  $(L_0 \vee \dots \vee L_i) \wedge \dots \wedge (L_j \vee \dots \vee L_k) - i, j \text{ și } k \geq 0 -$ , *id est*, dacă și numai dacă respectiva propoziție se înfățișează ca o conjuncție de adjuncții ale unor denotate de literali.

Pentru a efectua operația de normalizare conjunctivă trebuie să alăturăm definițiilor și regulilor deja introduse o definiție care asociază operațiile de negare și de identificare – (D11) –, două definiții care asigură reducerea operațiilor de implicare și de echivalare la operațiile de negare, adjungere și conjugare – (D12) și (D13) –, două propoziții de identitate care exprimă legile lui Augustus de Morgan – (D14) și (D15) –, precum și cîte o variantă definițională pentru regula distribuirii adjungerii în raport cu conjugarea, respectiv pentru regula distribuirii conjugării în raport cu adjungerea, (D16) și (D17).

$$(D11) (\sim \varphi = \psi) = (\varphi = \sim \psi)$$

$$(D12) (\varphi \rightarrow \psi) = (\sim \varphi \vee \psi)$$

$$(D14) \sim(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) = (\sim \varphi_0 \vee \dots \vee \sim \varphi_i)$$

$$(D15) \sim(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_i) = (\sim \varphi_0 \wedge \dots \wedge \sim \varphi_i)$$

$$(D13) (\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_i) = (\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) \vee (\sim \varphi_0 \wedge \dots \wedge \sim \varphi_i)$$

$$(D16) \varphi_0 \vee (\varphi_i \wedge \dots \wedge \varphi_j) = (\varphi_0 \vee \varphi_i) \wedge \dots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j)$$

$$(D17) \varphi_0 \wedge (\varphi_i \vee \dots \vee \varphi_j) = (\varphi_0 \wedge \varphi_i) \vee \dots \vee (\varphi_0 \wedge \varphi_j)$$

Definițiile de mai sus pot fi „dezghețate” sub forma unor reguli, mai exact, sub forma unor inferențe reciproce. Spre exemplu, definiția (D16) este

redată de regula (R31), ce își găsește o întemeiere logică în *SD*, prin utilizarea schemei de inferare (R30) și a teoremei (T1).

$$(R30) \quad \varphi \rightarrow \psi \Rightarrow \phi \vee \varphi \rightarrow \phi \vee \psi \quad (T1) \Rightarrow \varphi_0 \rightarrow \dots (\varphi_i \rightarrow \varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i)$$

$$(R31) \quad \varphi_0 \vee (\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_j) \Leftrightarrow (\varphi_0 \vee \varphi_1) \wedge \dots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j)$$

|                                                    |                          |
|----------------------------------------------------|--------------------------|
| 1. $\varphi \rightarrow \psi$                      | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\phi \vee \varphi$                             | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\phi$                                          | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 4. $\phi \vee \psi$                                | 3: (I $\vee$ )           |
| 5. $\varphi$                                       | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 6. $\psi$                                          | 1,5: (E $\rightarrow$ )  |
| 7. $\psi \vee \phi$                                | 6: (I $\vee$ )           |
| 8. $\phi \vee \psi$                                | 7: (C $\vee$ )           |
| 9. $\phi \vee \psi$                                | 2-8: (E $\vee$ )         |
| 10. $\phi \vee \varphi \rightarrow \phi \vee \psi$ | 2-9: (I $\rightarrow$ )  |

|                                                                        |                            |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 1. $\varphi_0$                                                         | <i>ipoteză auxiliară</i>   |
| ...                                                                    |                            |
| j. $\varphi_i$                                                         | <i>ipoteză auxiliară</i>   |
| j+1. $\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i$                         | 1-j: (I $\wedge$ )         |
| j+2. $(\varphi_i \rightarrow \varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i)$ | j, j+1: (I $\rightarrow$ ) |
| ...                                                                    |                            |
| n. $(\varphi_i \rightarrow \varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i)$   | 1, n-1: (I $\rightarrow$ ) |

64°–65°. Demonstrații în *SD* pentru regula (R30),  
respectiv pentru teorema (T1)

Urmînd una dintre variantele de atenuare a tensiunii ce se instalează între valoarea metodologică și valoarea intuitivă a demonstrațiilor, vom reda în continuare derivările aferente celor mai simple instanțe ale regulilor (R31.1) și (R31.2).

$$(R31.1) \quad \varphi_0 \vee (\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_j) \Rightarrow (\varphi_0 \vee \varphi_1) \wedge \dots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j)$$

$$(R31.2) \quad (\varphi_0 \vee \varphi_1) \wedge \dots \wedge (\varphi_0 \vee \varphi_j) \Rightarrow \varphi_0 \vee (\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_j)$$

Remarcăm că schemei de reguli (R31) îi corespunde un șir infinit numărabil de exemple (sau de instanțe) atât în limbajul *L* cît și în limba română.

|                                                      |                          |
|------------------------------------------------------|--------------------------|
| 1. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$                 | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $\varphi$                                         | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\varphi \vee \psi$                               | 2: (I $\vee$ )           |
| 4. $\varphi \vee \phi$                               | 2: (I $\vee$ )           |
| 5. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$  | 3,4: (I $\wedge$ )       |
| 6. $\psi \vee \phi$                                  | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 7. $\psi$                                            | 6: (E $\wedge$ )         |
| 8. $\phi$                                            | 6: (E $\wedge$ )         |
| 9. $\psi \vee \phi$                                  | 7: (I $\vee$ )           |
| 10. $\phi \vee \varphi$                              | 8: (I $\vee$ )           |
| 11. $\varphi \vee \psi$                              | 9: (C $\vee$ )           |
| 12. $\varphi \vee \phi$                              | 10: (IC $\vee$ )         |
| 13. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$ | 11, 12: (I $\wedge$ )    |
| 14. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$ | 1-13: (E $\vee$ )        |

|                                                                                     |                           |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 1. $(\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$                                 | <i>ipoteză primară</i>    |
| 2. $\varphi \vee \psi$                                                              | 1: (E $\wedge$ )          |
| 3. $\varphi \vee \phi$                                                              | 1: (E $\wedge$ )          |
| 4. $\psi \rightarrow (\phi \rightarrow \psi \wedge \phi)$                           | (T1)                      |
| 5. $\varphi \vee \psi \rightarrow \varphi \vee (\phi \rightarrow \psi \wedge \phi)$ | 4: (R30)                  |
| 6. $\varphi \vee (\phi \rightarrow \psi \wedge \phi)$                               | 5-2: (E $\rightarrow$ )   |
| 7. $\varphi$                                                                        | <i>ipoteză auxiliară</i>  |
| 8. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$                                                | 7: (I $\vee$ )            |
| 9. $\phi \rightarrow \psi \wedge \phi$                                              | <i>ipoteză auxiliară</i>  |
| 10. $\varphi \vee \phi \rightarrow \varphi \vee (\psi \wedge \phi)$                 | 9: (R30)                  |
| 11. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$                                               | 10, 3: (E $\rightarrow$ ) |
| 12. $\varphi \vee (\psi \wedge \phi)$                                               | 6-11: (E $\vee$ )         |

66°–67°. Derivări din *SD* ce corespund unei instanțe a regulii (R31)



Pe baza considerațiilor de mai sus, orice propoziție aflată în formă normală Skolem poate fi reformulată, astfel încât matricea necuantificată a acesteia să fie în formă normală conjunctivă, conform cu (D18).

$$(D18) (\forall x_0) \dots (\forall x_i) \varphi = (\forall x_0) \dots (\forall x_i) ((L_0 \vee \dots \vee L_i) \wedge \dots \wedge (L_j \vee \dots \vee L_k))$$

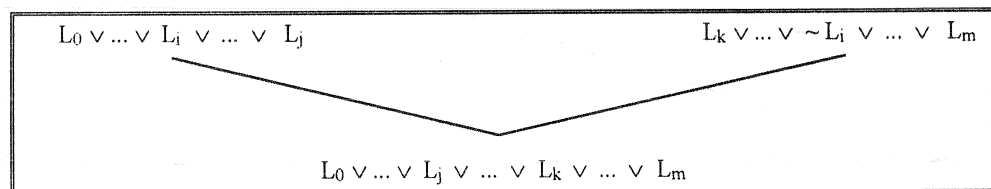
Evident, nu sînt excluse situațiile în care normalizarea conjunctivă se finalizează prin propoziții aflate într-una din formele normale conjunctive degenerate, precum  $(\forall x) P^1(x)$ ,  $(\forall x) (\forall y) (\sim P^1(x) \vee Q^2(x, y))$ , ...

Revenind la propoziția  $(\forall x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(f^1(x)) \wedge R^2(x, f^1(x)))$ , dacă se ține seama de definițiile (D12), (D14) și (D16), se parvine la o propoziție în formă normală Skolem cu matricea în formă normală conjunctivă.

$$\begin{aligned} (\forall x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(f^1(x)) \wedge R^2(x, f^1(x))) = \\ = (\forall x) ((\sim P^1(x) \vee Q^1(f^1(x))) \wedge (\sim P^1(x) \vee R^2(x, f^1(x)))) \end{aligned}$$

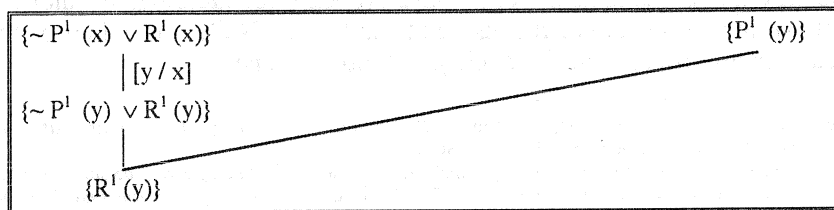
O altă operație relevantă în acest context servește la transformarea propozițiilor în clauze (fie simple, fie compuse). Clauzele simple sînt adjuncții (chiar degenerate) ale unor denotate de literali, iar clauzele compuse sînt mulțimi alcătuite din cel puțin două clauze. Aducerea propozițiilor în formă clauzală presupune eliminarea cuantificărilor de individ universale din contextul propozițiilor aflate în formă Skolem și cu matricele în formă normală conjunctivă. În acest sens, propoziția  $(\forall x_0) \dots (\forall x_i) ((L_0 \vee \dots \vee L_i) \wedge \dots \wedge (L_j \vee \dots \vee L_k))$  se transformă în clauza  $\{ \{L_0 \vee \dots \vee L_i\}, \dots, \{L_j \vee \dots \vee L_k\} \}$ .

Transformarea clauzală a propozițiilor este legată de un algoritm decizional rafinat: metoda rezoluției. Regula fundamentală aferentă acestei metode permite derivarea unei clauze – clauza rezolventă – din două clauze în care apar denotatul unui literal, respectiv denotatul literalului complementar. Prin aplicarea regulii în atenție se construiesc „arbori rezolutivi”.



68°. Diagrama - prototip a regulii rezoluției

La nivel atomic, metoda rezoluției reclamă uneori utilizarea mecanismului de unificare, prin care două sau mai multe clauze sînt „omogenizate” o dată cu



69°. O ilustrare a rezoluției ce incumbă aplicarea mecanismului de unificare

efectuarea substituțiilor capabile să elimine diferențele („dezacordurile“, sau „conflctele“). Spre exemplu, din clauzele  $\{\sim P^1(x) \vee R^1(x)\}$  și  $\{P^1(y)\}$  se poate deriva o clauză rezolventă, numai dacă se aplică algoritmul unificării, substituind în clauza  $\{\sim P^1(x) \vee R^1(x)\}$  individul  $x$  cu individul  $y$  (ca în diagrama 69°) sau, în clauza  $\{P^1(y)\}$ , individul  $y$  cu individul  $x$ .

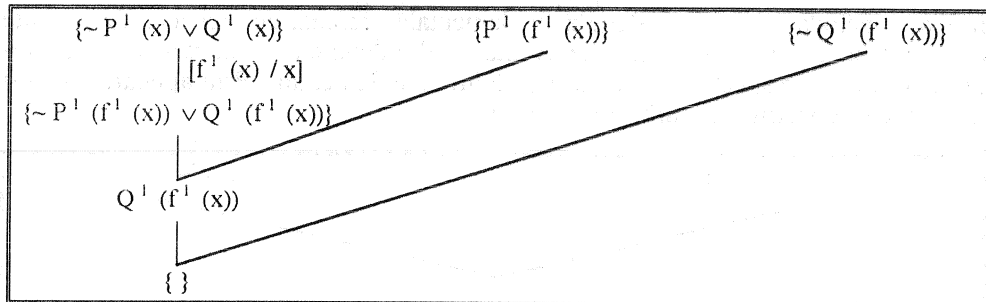
În temeiul acestor considerații, se poate spune că o propoziție este inconsistentă, dacă și numai dacă arborele rezolutiv al clauzei corespunzătoare se încheie cu clauza vidă:  $\{\}$ , *id est*, cu clauza în care nu apare nici un denotat de literal.

Spre exemplu, se poate dovedi cu ușurință că printre afirmațiile inconsistente se numără și propoziția  $(\forall x)(P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (\exists y)(P^1(y) \wedge \sim Q^1(y))$ .

$$\begin{aligned} &(\forall x)(P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (\exists y)(P^1(y) \wedge \sim Q^1(y)) = \\ &= (\forall x)(\exists y)((P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (P^1(y) \wedge \sim Q^1(y))) = \\ &= (\forall x)((P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge P^1(f^1(x)) \wedge \sim Q^1(f^1(x))) = \\ &= (\forall x)((\sim P^1(x) \vee Q^1(x)) \wedge P^1(f^1(x)) \wedge \sim Q^1(f^1(x))) \end{aligned}$$

Or, propoziția  $(\forall x)((\sim P^1(x) \vee Q^1(x)) \wedge P^1(f^1(x)) \wedge \sim Q^1(f^1(x)))$  se transformă în clauza complexă  $\{\{\sim P^1(x) \vee Q^1(x)\}, \{P^1(f^1(x))\}, \{\sim Q^1(f^1(x))\}\}$ , ce se constituie în rădăcină a unui arbore rezolutiv încheiat cu clauza vidă.

La finalul acestor considerații, ne simțim obligați să adăugăm mențiunea că ideea de a corela inconsistența unei propoziții cu caracterul contradictoriu al mulțimii de propoziții corespunzătoare poate fi exprimată și în alte sisteme notationale și terminologice<sup>30</sup>.



70°. Demonstrarea caracterului inconsistent al conjuncției  
 $(\forall x)(P^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \wedge (\exists y)(P^1(y) \wedge \sim Q^1(y))$ , prin metoda rezoluției

Evidențierea propozițiilor tautologice revine la demonstrarea faptului că din negațiile lor aflate în formă clauzală se poate deriva aceeași clauză vidă. Propozițiile care nu se încadrează nici în clasa propozițiilor tautologice, nici în clasa propozițiilor inconsistente vor fi considerate amfotere. Noile tipuri de propoziții au numeroase exemplificări, atât în  $L$  cât și în limba română<sup>31</sup>.

<sup>30</sup> Cf., de exemplu, H. D. Ebbinghaus, J. Flum și W. Thomas, *Einführung in die mathematische Logik*, BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1992, pp. 86 sqq.

<sup>31</sup> Considerațiile relative la principiul rezoluției (și, implicit, la mecanismele de unificare și de aducere la forma clauzală) au fost preluate cu unele simplificări din: [7: 179-92], J. A. Robinson, *Logic: Form and Function*, Edinburgh University Press, Edinburg, 1979, pp. 170-225, U. Schöning, *Logik für Informatiker*, Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1987, pp. 27-44. O prezentare sistematică a mecanismului rezolutiv în spațiul românesc este de găsit la: Cornel Popa, *Logica predicatelor*, Editura Hyperion XXI, București, 1992, pp. 101-27; 265-349.

Încheiem, astfel, un inventar (în mod fatal, neexhaustiv) de reguli privind operațiile de cuantificare clasice. În acord cu principiul parcimoniei, ne-am îngăduit să lăsăm anumite „goluri” în justificarea regulilor invocate ca și în ilustrarea acestora. Ele pot fi, însă, eliminate fără greutate, potrivit modelelor prezentate pe parcursul acestui demers.

Regulile prin care sînt controlate cuantificările clasice au conturat, fie și parțial, un spațiu de joc „sintactic”. Ar rămîne de recuperat, în cele ce urmează, și cîteva modalități de „semantizare” a respectivelor operații.

**1.1.3. INTERPRETĂRI ALE CUANTORILOR DE INDIVID CLASICI ȘI PROBLEMA ASUMȚIEI ONTOLOGICE.** Mai curînd complementare decît opuse, diversele puncte de vedere conturate în legătură cu semantizarea formulelor ce conțin instanțe ale schemelor „ $(\forall x_i)$ ” și „ $(\exists x_i)$ ” pot fi armonizate cu ușurință, o dată cu atenuarea accentelor ideologice.

Dincolo de anumite nuanțe, s-au înregistrat două interpretări majore cu privire la schemele cuantificaționale din logica de ordinul întâi: interpretarea „obiectuală” (sau „referențială”) și interpretarea „substituțională”.

Legată de numele lui Alfred Tarski<sup>32</sup>, interpretarea cuantorilor de individ „în cheie” obiectuală este asociată unei perspective ontologice<sup>33</sup>, altfel spus, unei semantici de tipul „domeniu – și – valoare”<sup>34</sup>.

Astfel, se ia în considerare un univers (de discurs), care coincide cu reuniunea domeniilor de valori semantice ale termenilor individuali variabili și o funcție ce repartizează fiecărei variabile un obiect din univers [32: 146]. În plus, se adoptă explicit una dintre axiomele care fundamentează logica de ordinul întâi, și anume, aceea prin care se stabilește că toți termenii individuali au cîte o referință actuală<sup>35</sup>.

Dacă „ $P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$ ” este o schemă de formule simple deschise, în alcătuirea cărora intră  $k + 1$  ( $k \geq 0$ ) termeni individuali variabili, atunci „ $(\forall x_0) \dots (\forall x_k) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$ ” și „ $(\exists x_0) \dots (\exists x_k) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$ ” se constituie în închiderile complete<sup>36</sup> ale acestora: universală, respectiv existențială.

Descrierea semantică a propozițiilor închise ce apar ca denotate ale unor formule cu prefix omogen poate fi rezumată în următoarele două teze: (I) propoziția  $(\forall x_0) \dots (\forall x_k) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  are drept valoare alethică adevărul, dacă și numai dacă orice secvență de indivizi repartizați variabilelor „ $x_0$ ”, ..., „ $x_k$ ”, în virtutea calității de valoare semantică satisface predicatul  $P_i^{k+1}$  și prezintă sau manifestă atributul care apare în structura respectivului predicat; (II) propoziția  $(\exists x_0) \dots (\exists x_k) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  este adevărată, dacă și numai dacă cel puțin o secvență de indivizi repartizați variabilelor „ $x_0$ ”, ..., „ $x_k$ ”, în virtutea calității de valoare semantică satisface predicatul  $P_i^{k+1}$  și prezintă sau manifestă atributul care apare în structura respectivului predicat<sup>37</sup>.

<sup>32</sup> Cf. A. Orenstein, *Referential and Nonreferential Substitutional Quantifiers*, in: „Synthese”, 60, 1984, p. 146.

<sup>33</sup> K. Lambert, *On Logic and Existence*, in: „Notre Dame Journal of Formal Logic”, vol. 6, nr. 2, 1965, p. 135.

<sup>34</sup> J. M. Dunn și N. D. Belnap Jr., *The Substitution Interpretation of the Quantifiers*, in: „Noûs”, II, 1968, p. 184.

<sup>35</sup> Asocierea termenilor individuali cu cîte o referință actuală, în alte cuvinte, interpretarea propozițiilor în corepondență cu domenii (de valori semantice) nevide este una dintre caracteristicile logicii standard. Cf. R. Schock, *Logic without Existence Assumptions*, Almqvist & Wiksell, Stockholm, 1968, p. 11; W. v. O. Quine, *Quantification and the Empty Domain*, in: „The Journal of Symbolic Logic”, vol. 19, nr. 3, 1954, p. 177.

<sup>36</sup> O formulă este închisă complet, dacă și numai dacă eventualii termeni (individuali) variabili din alcătuirea ei stau, fiecare în parte, sub incidența unui cuantor.

<sup>37</sup> Ideea că indivizii prezintă sau manifesta atribute a fost preluată din: E. W. Beth, *L'existence en mathéma-*

Exprimarea interpretării obiectuale a operațiilor clasice de cuantificare prin intermediul tezelor (I) și (II) este mai riguroasă, credem noi, decât alte variante consemnate în literatura de specialitate. Dintre „abaterile” conținute în aceste variante, sînt de amintit aici cel puțin trei:  $\Phi$  (1) problema interpretării este analizată, de regulă, pe cazul celor mai simple instanțe ale schemelor  $(\forall x_0) \dots (\forall x_k) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  și  $(\exists x_0) \dots (\exists x_k) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$ , anume, sub condiția:  $k = 0$ ; altfel spus, se iau în considerare constituenții obținuți prin închiderea acelor propoziții deschise ce rezultă din atribuirea unei proprietăți la un individ;  $\Phi$  (2) operațiile de cuantificare sînt plasate la nivelul semnelor și nu la cel al denotatelor acestora, astfel încît satisfacerea vizează predicatorii, iar nu predicatele <sup>38</sup>;  $\Phi$  (3) acolo unde nu se face o distincție netă între predicat (respectiv, predicator) și propoziție (respectiv, formulă) deschisă, satisfacerea este relaționată cu acești din urmă constituenți <sup>39</sup>.

Chiar dacă se face abstracție de aceste „variațiuni”, concepția referențială asupra cuantorilor are de înfruntat unele limite.

În primul rînd, presupuziția că toți termenii individuali au cîte un denotat actual fixează un cadru de analiză mult prea restrîns. Este de notorietate faptul că în limbajele naturale apar și termeni cu referință nonactuală (în altă formulare, „termeni lipsiți de referință”), așa că, investigarea mesajelor materializate în aceste limbaje nu se poate realiza cu mijloacele unui limbaj formal în care toate valorile semantice ale termenilor individuali variabili sînt reale. Or, dacă se admite categoria termenilor individuali cu denotat nonactual și dacă se asumă sinonimia dintre sincategoremele „ $(\exists x_i)$ ” și „există cel puțin un substituent actual al individului  $x_i$ , astfel încît ...”, generalizarea existențială a propozițiilor singulare și toate regulile care se întemeiază pe aceasta devin ilicite. Astfel, asertarea premisei  $\varphi[\alpha / x_i]$  nu ar impune acceptarea concluziei  $(\exists x_i) \varphi$ . O propoziție derivată din schema  $\varphi[\alpha / x_i]$  poate dobîndi drept valoare alethică adevărul, chiar dacă individul care îl concretizează pe  $\alpha$  nu este real. Într-o atare situație, însă, nu se poate afirma că domeniul de valori semantice al variabilei „ $x_i$ ” are în mod cert un element actual. Prin urmare, propoziția corespunzătoare schemei  $(\exists x_i) \varphi$ , adică afirmația că există cel puțin un substituent actual al individului  $x_i$ , astfel încît  $\varphi$ , poate fi falsă.

Apelînd la un exemplu frecvent invocat în contextul acestei probleme, vom observa că adevărul propoziției: *Pegas este un cal înaripat* nu este un temei suficient pentru a conchide adevărul afirmației că *există cel puțin un cal înaripat / există cel puțin un substituent actual al individului  $x$ , astfel încît  $x$  este un cal înaripat*. Din cele de mai sus rezultă că depășirea cadrului restrîns al unui limbaj conținînd exclusiv termeni cu denotat real (măsură evident necesară) reclamă unele modificări în concepția obiectuală asupra cuantorilor (îndeosebi, în ce privește cuantorii de individ existențiali); altminteri, trebuie abandonate unele teze și reguli importante ale logicii clasice.

tique, Gauthier - Villars, Paris, 1956, p. 42, respectiv N. Rescher, *Definitions of „Existence”*, în: „Philosophical Studies”, vol. 8, nr. 5, 1957, p. 67.

<sup>38</sup> Cf., de exemplu, G. Gabriel, *Fiktion und Wahrheit. Eine semantische Theorie der Literatur*, Frommann Verlag, Stuttgart - Bad Cannstatt, 1975, p. 21.

<sup>39</sup> Aceasta anomalie apare, spre exemplu, la W. Marciszewski (*Semantics, Logical*, în: W. Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga, 1981, p. 328), P. Engel (*La norme du vrai. Philosophie de la logique*, Gallimard, Paris, 1989, p. 84) și L. Linsky (*Reference, Essentialism and Modality*, în: L. Linsky (ed.), *Reference and Modality*, Oxford University Press, London, 1971, p. 89).

O a doua întâmpinare adusă interpretării referențiale a cuantorilor clasici vizează posibilitatea cuantificării propozițiilor în privința obiectelor (necunoscute) din componența lor care nu sînt indivizi (*id est* attribute, circumstanțe, fapte, propoziții etc.). Dacă se admite această posibilitate, ar rămîne de clarificat caracterul actual al unor obiecte abstracte. Firește, se poate obiecta că aplicarea operațiilor de cuantificare relativ la obiectele nonindividuale nu se înscrie în logica de ordinul întâi. Cu toate acestea, trebuie precizate caracteristicile obiectelor actuale, dat fiind că și printre indivizi se regăsesc obiecte abstracte, *e. g.* puncte materiale, corpuri perfect rigide etc. Spre exemplu, potrivit regulii (I ( $\exists x_i$ )), din propoziția că *b este un punct material* se poate deduce afirmația că *există cel puțin un substituent actual al individului  $x$ , astfel încît  $x$  este un punct material*, întrucît în domeniul de valori semantice al variabilei „ $x$ ” apare cel puțin un individ actual – *b* –, care satisface operația denumită de predicatorul „... este un punct material”. S-ar putea reține, deocamdată, că existența factuală nu se identifice neapărat cu existența fizică, respectiv spațio - temporală [2:108].

În legătură cu interpretarea obiectuală mai poate fi invocată o dificultate. Ruth Barcan Marcus a remarcat un aspect ciudat în lectura „referențială” a enunțurilor care exprimă o corelare a cuantificărilor existențiale cu modalitatea: *posibil* (-ă). Dacă „ps” este un conector constant din *L* ce abreviază secvența lingvistică naturală „este posibil ca ...”, atunci formula „ps ( $(\exists x_i) \varphi$ )  $\rightarrow$  ( $\exists x_i$ ) ps ( $\varphi$ )” trebuie citită de maniera: „Dacă este posibil să existe cel puțin un substituent actual al individului  $x_i$ , astfel încît  $\varphi$ , atunci există cel puțin un substituent actual al individului  $x_i$ , astfel încît este posibil ca  $\varphi$ ”. Nota discordantă prezentă în această lectură este legată de substituenții reali ai individului  $x_i$ . În antecedentul propoziției implicative se afirmă că cel puțin un astfel de constituent există la modul posibil, pe cînd în consecventul respectivei propoziții, existența nu mai este „atenuată” prin modalizare <sup>40</sup>.

Ca o reacție la slăbiciunile perspectivei obiectuale asupra schemelor cuantificaționale s-a conturat o interpretare substituțională, care poate fi exprimată, la rîndul ei, prin mijlocirea a două teze: (a) valoarea alethică a propoziției ( $(\forall x_0) \dots (\forall x_i) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$ ) este identică cu adevărul, dacă și numai dacă (I) orice instanță substitutivă a acesteia este adevărată, (II) propoziția  $P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  este întotdeauna adevărată <sup>41</sup> sau (III) propoziția  $P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  are drept valoare alehică adevărul pentru orice substituție a indivizilor necunoscuți din structura ei; (b) valoarea alehică a propoziției ( $(\exists x_0) \dots (\exists x_i) P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$ ) este egală cu adevărul, dacă și numai dacă (I) cel puțin o instanță substitutivă a acesteia este adevărată, (II) propoziția  $P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  este uneori adevărată sau (III) propoziția  $P_i^{k+1}(x_0, \dots, x_k)$  are drept valoare alehică adevărul pentru cel puțin o substituție a indivizilor necunoscuți din structura ei.

Trebuie să facem, însă, precizarea că tezele (a) și (b) nu redau varianta curentă a interpretării substituționale, în măsura în care operațiile de cuantificare sînt situate la nivelul denotatelor de formule și nu la cel al formulelor înseși. Pentru a parveni la formularea standard este suficient să înlocuim peste tot în tezele

<sup>40</sup> În prezentarea dificultăților legate de interpretarea obiectuală au fost utilizate, cu precădere, două surse: [32: 145-57] și Ruth B. Marcus, *Interpreting Quantification*, în: „Inquiry”, 5, 1962, pp. 252-9.

<sup>41</sup> Expresia „întotdeauna” nu trebuie luată în sens temporal (în orice moment), ci cu semnificația: în orice caz. În mod analog, expresia „uneori adevărată” sugerează „adevărată în unele cazuri”. A. N. Whitehead și B. Russell, *Principia Mathematica*, I, 2<sup>ed</sup> ed., Cambridge at the University Press, 1925, p. 127.

(a) și (b) expresiile „propoziție” și „individ necunoscut” cu expresiile „enunț”, respectiv „termen individual variabil” (sau „variabilă individuală”). Ne vom instala provizoriu în această variantă standard, deși problemele majore legate de interpretarea substituțională nu suferă schimbări esențiale prin „pendularea” între orizontul semnelor și orizontul denotatelor acestora.

Părerile asupra interpretării substituționale a cuantorilor de individ clasici se distribuie între respingerea vehementă și acceptarea entuziastă. Spre exemplu, Peter van Inwagen găsește cu cale să declare că nu înțelege „cuantificarea substituțională”<sup>42</sup>, în timp ce J. M. Dunn și N. D. Belnap Jr. apără punctul de vedere substituțional în stil avocațesc [34: 177-85]. În acest sens, s-a putut afirma că interpretarea substituțională este doar o variantă a interpretării tarskiene<sup>43</sup>, dar și că interpretarea substituțională este cu totul diferită de interpretarea obiectuală, prin semantica lipsită de import ontologic (adică de forță referențială) pe care o generează [cf. 32: 145 sqq.].

Cei care apără caracterul distinct al interpretării substituționale consideră că această descriere semantică a formulelor cuantificaționale nu presupune utilizarea conceptelor de domeniu (nevid), de valoare și de satisfacere [34: 184-5]. Spre exemplu, a spune că valoarea semantică / logică / alethică a formulei „ $(\exists x) P^1(x)$ ” din  $L$  este identică cu adevărul revine la a spune că cel puțin o instanță substitutivă în  $L$  a respectivei formule are drept valoare adevărul. Cît privește aceste instanțe substitutive, ele s-ar obține eliminînd din formula dată cuantorul „ $(\exists x)$ ” și înlocuind în fragmentul de formulă rămas variabila „ $x$ ” cu „constante individuale” (mai precis, cu termeni individuali constanți sau cu termeni individuali parametri) din  $L$ . (În treacăt fie spus, nu vedem de ce înlocuirea variabilei „ $x$ ” nu s-ar putea face și cu termeni individuali variabili.) Se constată, însă, cu ușurință că, astfel, se reiterează prin exemplificare definirea cuantificării existențiale prin „coborîre disjunctivă”, conform cu (D7.4).

$$(D7.4) (v_2 („(\exists x) P^1(x)”) = 1) = (v_2 („P^1(\alpha_0)”) = 1) \vee \dots \vee (v_2 („P^1(\alpha_1)”) = 1) \vee \dots$$

Nu credem, apoi, că înlocuirea universului (de discurs) cu un limbaj, *id est* substituirea obiectelor cu semnele lor într-un limbaj și a relației de satisfacere cu condiția de adevărire asigură interpretării substituționale elemente de noutate remarcabile în raport cu interpretarea referențială. Mai mult, interpretarea substituțională nu pare a fi suficientă, dat fiind că descrierea semantică a instanțelor substitutive, adică a propozițiilor singulare, nu se poate face decît într-o perspectivă obiectuală. Or, în acest fel, pare îndreptățită aserțiunea lui Ch. Parsons, după care interpretarea substituțională nu este ontologic neutră<sup>44</sup>.

O altă dificultate generată de interpretarea substituțională este legată de absența unei corespondențe biunivoce între mulțimea obiectelor și mulțimea semnelor acestor obiecte; mai exact, există obiecte care nu au denumiri proprii în limbaj<sup>45</sup>. În aceste condiții, dintr-un enunț de felul „Există cel puțin o porto-

<sup>42</sup> Peter van Inwagen, *Why I Don't Understand Substitutional Quantification*, în: „Philosophical Studies”, 39, 1981, pp. 281-5.

<sup>43</sup> Cf. Th. Baldwin, *Interpretations of Quantifiers*, în: „Mind”, 88, 1979, p. 215.

<sup>44</sup> Cf. D. Gottlieb și T. Mc Carthy, *Substitutional Quantification and Set Theory*, în: „Journal of Philosophical Logic”, 8, 1979, p. 315.

<sup>45</sup> Cf. G. K  ng, *The Meaning of the Quantifiers in the Logic of Le  niewski*, în: „Studia Logica”, vol. 36,

cală“ nu s-ar putea deriva instanțe substitutive; limbajele naturale (în speță, limba română) nu conțin nume proprii pentru portocale.

Ce e drept, în literatura logică sînt consemnate încercări de soluționare a acestei probleme. Daniel Bonevac, de pildă, propune o semantică substituțională parametrică, în cadrul căreia obiectele numite într-un limbaj apar numite *sui generis* în unele extensii parametrice ale acestuia<sup>46</sup>. Deși interesantă, încercarea lui Bonevac nu pare să elimine toate slăbiciunile interpretării substituționale, fie că ne situăm la nivelul semnelor, fie că evoluăm în orizontul denotatelor acestora.

În concluzie, diferitele variante ale interpretării obiectuale, respectiv ale interpretării substituționale<sup>47</sup> nu pot anula punțile de comunicare dintre acestea (adică, nu pot ascunde faptul că cele două interpretări majore sînt corelative) și nu oferă rezolvări convenabile la unele probleme acute din logica modernă.

O analiză semantică mai pertinentă a schemelor cuantificaționale poate fi asigurată prin adaptarea interpretării referențiale la logica liberă de angajament ontologic (*free logic*). În vederea conturării respectivei paradigme, vor fi aduse unele modificări limbajului *L* și vor fi reconsiderate cîteva teze ale logicii standard. Promotorii logicii libere (de angajament ontologic) leagă „reforma“ logicii de ordinul întîii, în primul rînd, de eliminarea supoziției existențiale cu privire la termenii individuali și de validarea teoremelor și regulilor în toate domeniile de valori semantice, inclusiv în domeniile vide<sup>48</sup>.

Pentru a desluși coordonatele logicii libere, ar trebui să luăm în considerare o prealabilă dezambiguizare a termenului „existență“.

Într-un studiu dedicat formulării aristotelice a principiului necontrazicerii, Jan Łukasiewicz a folosit termenul „obiect“ în spiritul concepției ontologice relaxate a lui A. Meinong, cu semnificația: „*ceea ce (...) nu este [identic cu] nimic [-ul]*“<sup>49</sup>. Or, adoptînd o aserțiune datorată lui Stanisław Leśniewski, potrivit căreia obiectele afirmațiilor noastre într-un limbaj - obiect sînt „extensiuni“ sau „semnificații extensionale“, iar nu obiecte din realitatea „în sine“ și nici nume [cf. 45: 306], chiar și nimicul poate fi dispus în mulțimea obiectelor.

Denumit în *L* de constanta primitivă „ $\wedge$ “, nimicul ar fi obiectul care satisface orice predicat și manifestă orice proprietate. În măsura în care satisface orice predicat, nimicul satisface și predicate contradictorii și, astfel, manifestă inexistența (sau inconsistența).

Pe baza celor de mai sus, se poate afirma că un individ (adică referința sau extensiunea unui termen individual) este inexistent, dacă și numai dacă este identic cu nimicul, altfel spus, dacă și numai dacă satisface predicate contradictorii. Dacă „I“ este un predicator constant din limbajul formalizat *L*, ce stă pentru operația de atribuire a inexistenței, atunci definirea indivizilor inexistenți poate fi redată în schema (formală) de identitate (D19.1).

nr. 1-2, 1977, p. 306.

<sup>46</sup> Daniel Bonevac, *Quantity and Quantification*, în: „Noûs“, vol. 19, nr. 2, 1985, pp. 229-47.

<sup>47</sup> Relativ la interpretările cuantitorilor de individ clasici mai recomandăm: Max J. Cresswell, *Entities and Indices*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990, pp. 142-4 și Petru Ioan, *Logică și filosofie. Restanțe, radiografii, retrospective*, Institutul European, Iași, 1996, pp. 45-9.

<sup>48</sup> R. K. Meyer și K. Lambert, *Universally Free Logic and Standard Quantification Theory*, în: „The Journal of Symbolic Logic“, vol. 33, nr. 1, 1968, pp. 8-26.

<sup>49</sup> Jan Łukasiewicz, *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, în: A. Menne și N. Offenberger (eds.), *Über den Folgerungsbegriff in der aristotelischen Logik*, Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1982, p. 16.

$$(D19.1) I(\alpha) = (\alpha = \lambda)$$

Postulatul că printre termenii individuali (fie constanți, fie variabili, fie parametrici) din  $L$  se numără și unii care au referințe inexistente nu apare în logica clasică, dar este întrutotul acceptabil într-o logică liberă. Evident, aici trebuie admisă în subsidiar afirmația că toate propozițiile care au subiect inexistent sînt în mod trivial adevărate<sup>50</sup>. Dacă „ $=_t$ ” abreviază predicatorul „... este identic (-ă) în mod trivial cu ...”, atunci definirea verifuncțională a inexistenței revine la schema (D19.2), sub rezerva:  $k \geq 0$ .

$$(D19.2) I(\alpha) = (v_2 (P_1^{k+1} (\alpha_0, \dots, \alpha_k)) =_t 1)$$

Depășirea limitelor nonsensului o dată cu acceptarea indivizilor inexistenți nu generează aspecte scandaloase nici în limbajele naturale. Spre exemplu, cu mijloacele logicii standard, expresia „*Cel care este util și inutil costă scump*” este expediată ca nonsens; însă, în cadrul logicii libere, ea constituie un enunț, mai precis, este numele unei propoziții trivial adevărate. Firește, nu poate fi tăgăduit faptul că această propoziție este lipsită de valoare cognitivă. Determinat prin intermediul unei proprietăți contradictorii – util și inutil –, subiectul propoziției date are, sau manifestă toate proprietățile, inclusiv proprietatea de a costa scump.

Mulțimea indivizilor inexistenți – „mulțimea logic - vidă” – stă într-o relație de excluziune exhaustivă cu mulțimea indivizilor existenți.

Oarecum în dezacord cu simțul comun, adepții logicii libere atribuie termenului „existență” înțelesul larg de consistență sau absență a contradicției, rămînînd, totuși, neclar locul unde trebuie reperată contradicția (planul obiectelor?, planul expresiilor acestor obiecte?). Astfel, J. Mycielski invocă paradigma matematicii, înlăuntrul căreia a exista înseamnă a fi imaginat și a fi liber / lipsit de orice contradicție cunoscută<sup>51</sup>, iar R. Routley identifică indivizii existenți (posibili) cu denotatele termenilor individuali existenți<sup>52</sup>.

Existența indivizilor suportă definiri interesante și în context propozițional. Prin referire la elementele mulțimii atributelor, se afirmă că un individ există, dacă și numai dacă:  $\mathcal{E}$  (1) este identic cu sine;  $\mathcal{E}$  (2) nu posedă nici o proprietate contradictorie;  $\mathcal{E}$  (3) are cel puțin o proprietate, *id est*, „este ceva”;  $\mathcal{E}$  (4) prezintă cel puțin o proprietate contingentă;  $\mathcal{E}$  (5) există cel puțin o proprietate pe care acest individ nu o manifestă, dar care poate fi prezentată de cel puțin un alt individ<sup>53</sup>.

În acord cu definițiile de mai sus, dar utilizînd terminologia adoptată anterior, vom spune că un individ există, dacă și numai dacă nu este identic cu nimicul, cu alte cuvinte, dacă și numai dacă nu constituie subiectul vreunei propoziții trivial adevărate. Dacă „ $E$ ” stă pentru operația de atribuire a existenței, aceste afirmații concluzive admit codificarea formală (D20.1 – 2), în care  $k \geq 0$ .

<sup>50</sup> Acest concept – în exprimarea originală: „*vacuously true*” – a fost preluat din: H. B. Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic*, Academic Press, New York, 1972, p. 5.

<sup>51</sup> J. Mycielski, *Quantifier - Free Versions of First Order Logic and their Psychological Significance*, în: „*Journal of Philosophical Logic*”, 21, 1992, p. 141.

<sup>52</sup> R. Routley, *Some Things Do Not Exist*, în: „*Notre Dame Journal of Formal Logic*”, vol. 7, nr. 3, 1966, p. 254; cf. J. Woods, *The Logic of Fiction*, Mouton, The Hague, 1974, pp. 75-6.

<sup>53</sup> Punctele de vedere (1) – (5) pot fi asociate, în ordine, cu logicienii G. Nakhnikian și W. C. Salmon, A. Menne, W. v. O. Quine, H. S. Leonard, respectiv N. Rescher. Cf. [47b: 48]; A. Menne, *Zur logischen Analyse der Existenz*, în: Albert Menne (ed.), *Logisch - Philosophische Studien*, Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1959, pp. 104-5; Willard van Orman Quine, *Ontologische Relativität und andere Schriften*, Reclam, Stuttgart, 1975, p. 131.



$$(D20.1) E(\alpha) = (\alpha \neq \wedge)$$

$$(D20.2) E(\alpha) = (v_2 (P_1^{k+1} (\alpha_0, \dots, \alpha_k)) \neq_t 1)$$

În continuare, indivizii existenți pot fi distribuiți în reuniunea disjunctivă a mulțimii indivizilor actuali cu mulțimea indivizilor fictivi. Noua discriminare va fi clarificată prin intermediul conceptelor pragmatice de lume actuală (reală) și lume fictivă (imaginară). Se cuvine reținută mențiunea că o lume – o totalitate de fapte<sup>54</sup> – poate fi caracterizată drept actuală *versus* fictivă doar prin convenții realizate de interlocutorii unei situații de comunicare. Astfel, un obiect sau o stare de lucruri aparțin lumii reale numai pentru locutorii care, făcînd afirmații cu privire la ele, admit această apartenență.

Relativismul indus de aceste considerații poate să pară, la prima vedere, straniu, dar este într-o largă măsură practicat, de-ar fi să amintim aici numai construirea limbajelor formalizate. Nu se poate tăgădui faptul că semnele care alcătuiesc vocabularul unui limbaj formalizat capătă cîte un denotat (fie actual, fie imaginar, fie inexistent) printr-un act stipulativ, adică prin convenție.

Explicitînd identitatea dintre  $E$  și  $\sim I$  sau dintre  $I$  și  $\sim E$ , prin (D21) și (D22), și notînd cu „ $E_a$ ” și „ $E_f$ ” operațiile de atribuire a existenței actuale, respectiv a existenței imaginare, se pot valida cel puțin regulile schematice (R32) și (R33).

$$(D21) E(\alpha) = \sim I(\alpha)$$

$$(R32) E_a(\alpha) \vee E_f(\alpha) \Rightarrow E(\alpha)$$

$$(D22) I(\alpha) = \sim E(\alpha)$$

$$(R33) I(\alpha) \Rightarrow \sim E_a(\alpha) \wedge \sim E_f(\alpha)$$

O dată prezentate cele cîteva distincții terminologice și notaționale, aducem în atenție unele aspecte controversate privind problema existenței. Din considerente practice, ele vor fi înfățișate pe baza exemplelor (devenite clasice) constituite de expresiile (I) „*Vulcan este o planetă*” și (II) „*Vulcan nu există*”. Acest „material ilustrativ” trebuie coroborat cu stipularea coreferenței dintre expresiile „*Vulcan*” și „*planeta care este mai apropiată de Soare decît Mercur*”.

Urmînd temporar o expunere exemplară de păreri pe marginea acestei chestiuni, expunere datorată lui David Braun<sup>55</sup>, vom constata diferențe semnificative în modul de abordare și în soluțiile propuse.

Teoria referinței directe, construită de K. Donnellan, S. Kripke și D. Kaplan, oferă o soluție drastică; pe considerentul că valoarea semantică a unui nume propriu (respectiv termen individual), dacă acesta are vreuna, este individul la care se referă, expresiile enunțiative care au drept subiect un „nume vid” (termen individual lipsit de referință), așadar și expresiile (I) și (II), sînt tratate ca nonsensuri. În măsura în care nu spun nimic (nu exprimă cîte o propoziție), aceste expresii nu tolerează o evaluare alethică.

Potrivit concepției meinongiene, „*Vulcan*” are valoare semantică – un obiect inexistent –, iar expresiile (I) și (II) exprimă propoziții care, evident, pot fi evaluate sub raportul valorii de adevăr.

În perspectiva descriptivistă legată de Gottlob Frege și Bertrand Russell, o expresie de tipul (I) exprimă o propoziție, mai exact, o propoziție falsă. Sensul expresiei (I) este asigurat de coreferența numelui propriu „*Vulcan*” cu

<sup>54</sup> Ludwig Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, Editura „Humanitas”, București, 1991, p. 37.

<sup>55</sup> David Braun, *Empty Names*, în: „Noûs” 27 : 4, 1993, pp. 449-69.

descripția definită „*planeta care este mai aproape de Soare decât Mercur*“, iar repartizarea falsului drept valoare alethică a propoziției denumite este îndreptățită de faptul că descripția „nu este satisfăcută“ (nu are un referent).

Propozițiile existențiale negative, de felul expresiei (II), s-au bucurat de o tratare cel puțin ciudată în așa numita „concepție metalingvistică“. Astfel, se apreciază că, în (II), termenul individual „*Vulcan*“ se referă la el însuși, *id est*, apare în supoziție materială. Prin reformulare, enunțul (II) ar reveni la expresia echivalentă (III) „*«Vulcan» nu denotă*“, iar propoziția „metalogică“ semnificată ar putea fi evaluată alethic.

În încheierea prezentării, David Braun propune, la rîndul său, o soluție: perspectiva propoziției incomplete. Variantă rafinată a concepției meinongiene, rezolvarea propusă reclamă utilizarea termenilor speciali precum „(stare de) credință“ și „propoziție incompletă“. După părerea autorului pomenit, expresiile (I) și (II) denumesc cîte o propoziție (ce e drept, incompletă), chiar dacă au drept subiect un „nume vid“, atîta vreme cît o persoană crede în mod sincer aceste propoziții, prin faptul că are stările mentale (mai exact spus, stările de credință) care le exprimă<sup>56</sup>.

Relativ la aceste puncte de vedere, se pot face cîteva observații.

Teoria referinței directe conține o greșeală de ordin principal. Dacă grafemul „*Vulcan*“ este acceptat drept termen individual în vocabularul unui limbaj (limba engleză, limba română etc.), *id est*, dacă este asociat cu o regulă de utilizare în respectivul limbaj, atunci expresiile enunțiative în care „*Vulcan*“ apare ca subiect nu pot fi repudiate sub motivul că ar fi nonsensuri. Am avea de-a face cu nonsensuri, numai dacă grafemul „*Vulcan*“ ar fi tratat ca nonsens (ceea ce, în cazul de față, nu este cazul)<sup>57</sup>. În al doilea rînd, expresia „nume vid“, identică, de altfel, cu expresia „termen individual lipsit de referință“ materializează o sinecdocă generatoare de confuzii. La rigoare, „*Vulcan*“ este un „nume factual vid“ (potrivit terminologiei autorilor), respectiv un termen individual lipsit de referință reală sau, într-o variantă pozitivă, un termen individual cu referință nonactuală.

Și în redarea punctului de vedere formulat de A. Meinong apare o sinecdocă. Valoarea semantică a expresiei „*Vulcan*“ este, în fapt, un obiect factual inexistent, mai precis, un obiect imaginar. Cîta vreme nu este inconsistent, cu alte cuvinte, atîta timp cît în construirea lui nu intervine o contradicție, „*Vulcan*“ există.

Fără a intra, în acest punct al lucrării, în detaliile teoriei elaborate de Bertrand Russell asupra descripțiilor, remarcăm faptul că, în mod judicios, enunțurile (propozițiile, sau judecățile) ale căror subiecte nu au denotat real nu sînt tratate ca nonsensuri. Pe de altă parte, însă, ideea că toate propozițiile reprezentate de astfel de enunțuri ar fi false este cel puțin discutabilă.

Pentru a reda cu parcimonie obiecția la punctul de vedere formulat de Bertrand Russell, vom transpune enunțul „*Vulcan este o planetă*“ în limbajul formalizat  $L$ , punîndu-l în corespondență cu formula „ $P^1(a)$ “.

Dacă nu se ia în considerare supoziția că toți indivizii la care se referă termenii din  $L$  sînt actuali, varianta de formalizare adoptată este ontologic „neutră“.

<sup>56</sup> Expresiile „perspectiva propoziției incomplete“, „(stare de) credință“, „propoziție incompletă“ și „nume vid“ sînt traduceri ale locuțiunilor „unfilled proposition view“, „belief (state)“, „incomplete proposition“, respectiv „empty name“.

<sup>57</sup> Ideea că un grafem asociat cu o mulțime de reguli care îi controlează utilizarea într-un limbaj are sens și, deci, este un semn apare ca neîndoielnică. Cf. și B. A. Brody, *Logic, Theoretical, and Applied*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973, p. 19.

În paradigma propusă de Bertrand Russell, însă, propoziția  $P^1(a)$  este identică cu propoziția  $(\exists x)((x = a) \wedge P^1(x))$ . Or, dacă individul reprezentat de expresia „a” nu este actual existent, atunci nu se identifică cu nici un substituent actual al individului  $x$ . Prin urmare, propoziția  $(\exists x)((x = a) \wedge P^1(x))$  ar fi falsă.

Punctul vulnerabil al raționamentului de mai sus pare să îl constituie interpretarea propoziției singulare în cheie „categoric - actuală”. Așa cum a observat K. Donnellan, falsitatea unei propoziții singulare nu este garantată de nonexistența reală a subiectului acesteia<sup>58</sup>. Astfel, propoziția  $P^1(a)$  acceptă și o interpretare „atributivă”:  $P^1(a) = (\forall x)((x = a) \rightarrow P^1(x))$ , în contextul căreia existența actuală a subiectului devine ipotetică. Propoziția  $P^1(a)$  ar putea fi adevărată, chiar dacă individul desemnat de „a” nu este real.

Punctul de vedere metalogic asupra propozițiilor existențiale negative aduce o complicație inutilă, dat fiind că există soluții convenabile și în limbajul - obiect, iar în ceea ce privește poziția adoptată de David Braun, nu putem să nu remarcăm anumite accente psihologice.

Secțiunea minimală pe care am extras-o din paleta vastă și policromă de rezolvări aduse problemei existenței ilustrează absența unor repere de analiză clare. Dar care ar putea fi aceste repere?

Socotim, în primul rând, că toate expresiile elementare dintr-un limbaj au, prin definiție, sens, ceea ce revine la a spune că orice componentă atomică a unui limbaj este asociată cu o regulă de utilizare.

În al doilea rând, orice combinație de expresii autorizată de regulile de formare ale limbajului respectiv se finalizează într-o expresie. Așadar, nici la nivelul expresiilor complexe nu putem repera nonsensuri.

Se cuvine menționată precizarea că, în logica formală, prin „nonsens” se înțelege nonsens sintactic (logic - formal). Evident, aici se poate obiecta că, astfel, sînt considerate normale și construcțiile intensionale - aberante, de felul „*Mătușa orașului Iași s-a măritat cu Munții Carpați*”. Trebuie să admitem, însă, că instrumentarul logic - formal nu poate sluji la identificarea nonsensurilor materiale. Construită în conformitate cu regulile (sintactice) de formare ale limbii române, expresia „*Mătușa orașului Iași s-a măritat cu Munții Carpați*” este acceptabilă din punct de vedere formal și are chiar replici în limbajul formalizat  $L$ , una dintre ele putînd fi dată de formula „ $P^2(f^1(b), c)$ ”. În măsura în care este subordonată idealurilor de claritate, consistență și consecvență, logica formală lasă în seama altor discipline sancționarea erorilor de conținut, fie și pe acelea din enunțul de mai sus. Reamintim, apoi, teza că și enunțurile singulare cu subiect contradictoriu se înscriu, din punct de vedere formal, într-o deplină normalitate. Ce e drept, propozițiile denotate sînt trivial - adevărate și, ca atare, fără efect în planul cunoașterii.

Mai complicată ar părea, la prima vedere, situația enunțurilor care au drept subiect un termen cu referință imaginară. Pentru cei care au citit romanul *Bietul Ioanide*, de George Călinescu, individul fictiv Ioanide este determinat cu privire la calitățile de arhitect și de parlamentar, astfel încît s-ar putea spune că valoarea logică a propoziției că *Ioanide este arhitect* este adevărul, iar a propoziției că *Ioanide este parlamentar*, falsul. Nu trebuie să uităm, însă, că, în conformitate

<sup>58</sup> Cf. Adrian Miroiu, *Introducere în logica filosofică*, I: „Logică și formalizare”, Editura Universității București, 1994, pp. 178-9.

cu o asumție larg acceptată, nu prin intermediul instrumentarului logic - formal se stabilește valoarea alethică a unei propoziții (sintetice) independente. În logică, o propoziție nonanalitică este considerată adevărată, *vs.* falsă doar prin ipoteză. Așadar, evaluarea propozițiilor cu privire la Ioanide reclamă un fundament extra-logic.

Într-o postură oarecum diferită s-ar afla enunțul „*Cel care a fost în 1993 regele Franței și-a irosit averea*“. Chiar dacă depășim cadrul formal al logicii, luând în seamă conținutul informativ, evaluarea alehică a propoziției reprezentate de enunț creează probleme. Astfel, putem afirma că cel care a fost în 1993 regele Franței este un individ imaginar, dar nu știm în măsură să stabilim dacă acesta se numără sau nu printre cei care manifestă (în lumea actuală, respectiv într-o lume ficțională) proprietatea de a-și fi irosit averea. În aceste condiții, vom spune, potrivit soluției propuse de E. M. Zemach<sup>59</sup>, că cel care a fost în 1993 regele Franței este un obiect „vag“, întrucât, în raport cu cel puțin o proprietate (în speță, în raport cu proprietatea de a-și fi irosit averea), este indeterminat. În consecință, din punct de vedere material, propoziția exprimată de enunțul „*Cel care a fost în 1993 regele Franței și-a irosit averea*“ nu are o valoare de adevăr cunoscută (ea comportându-se ca un denotat de enunț variabil) și, prin aceasta, diferă de afirmațiile care l-au avut ca subiect pe Ioanide.

Semnificativ diferite în planul conținutului, propozițiile cu subiect imaginar invocate mai sus au un comportament similar la nivel formal. Pentru a conchide cu privire la validitatea unei inferențe, nu este necesar să ne raportăm la valorile alethice pe care le au în fapt propozițiile care o alcătuiesc (adevărul, falsul, la limită, o valoare necunoscută).

În sfârșit, enunțurile singulare ale căror subiecte au câte un denotat actual sînt unanim acceptate în cadrul de analiză al logicii formale.

Mai liberală decît „jungla meinongiană“, perspectiva semantică supusă atenției permite o determinare mai clară a „spațiului de joc“ aferent logicii formale, potrivit următoarelor propoziții concluzive:  $\Phi$  (1) dacă termenii individuali din  $L$  denotă indivizi actuali și dacă operatorii „ $(\forall x_i)$ “ și „ $(\exists x_i)$ “ sînt socotiți abrevieri ale sincategoremelor „pentru orice substituent actual al individului  $x_i$ , ...“ și „există cel puțin un substituent actual al individului  $x_i$ , astfel încît ...“, atunci se confirmă integral toate teoremele și regulile de derivare din logica clasică;  $\Phi$  (2) dacă se păstrează semnificațiile „actualiste“ ale cuantorilor clasici, o dată cu acceptarea în  $L$  a termenilor (individuali) cu referință ireală, generalizarea existențială a propozițiilor singulare și toate inferențele care se fundamentează pe aceasta devin nevalide;  $\Phi$  (3) dacă existența este asumată într-o variantă „atenuată“ – ca și consistență – și dacă atît termenii individuali din  $L$  cît și aplicațiile desemnate de cuantorii „ $(\forall x_i)$ “ și „ $(\exists x_i)$ “ se corelează cu aceasta, atunci se obține o „dublură“ banală a logicii clasice, singura deosebire constînd în aceea că vom avea de-a face cu o existență „în sens larg“, iar nu cu existența actuală; în sfârșit,  $\Phi$  (4) dacă se acceptă că denotatele termenilor individuali din  $L$  sînt fie reale, fie ficționale, fie inexistente, se poate prezerva validitatea constructelor formale din logica de ordinul întîi, în măsura în care se trece la proliferarea cuantorilor potrivit celor trei „palieri“ ale universului (lumea reală, lumile ficționale și lumea indivizilor inexistenți).

<sup>59</sup> E. M. Zemach, *Vague Objects*, în: „Noûs“, 25, 1991, pp. 323-40.

În aceste condiții, instanțele cuantorilor schematici „ $(\forall x_i)$ “ / „pentru orice substituent real al individului  $x_i$ , ...“ și „ $(\exists x_i)$ “ / „pentru cel puțin un substituent real al individului  $x_i$ , ...“ – care, prin dezambiguizare, vor fi legate indiscutabil de lumea actuală – sînt corelate cu specificările schemelor „ $(\wedge x_i)$ “ / „pentru orice substituent existent al individului  $x_i$ , ...“ și „ $(\vee x_i)$ “ / „pentru cel puțin un substituent existent al individului  $x_i$ , ...“ – care se corelează cu universul mai larg al lumilor existente –, respectiv cu instanțele cuantorilor schematici „ $(\Pi x_i)$ “ / „pentru orice substituent al individului  $x_i$ , ...“ și „ $(\Sigma x_i)$ “ / „pentru cel puțin un substituent al individului  $x_i$ , ...“. Alături de aceștia ar putea fi plasați cuantorii care se aplică fie la substituenții imaginari, fie la substituenții inexistenți ai individului  $x_i$ . Dat fiind că par a avea o productivitate relativ redusă în planul comunicării, renunțăm să-i exploatăm în cele ce urmează.

Este de la sine înțeles că reamenajarea logicii de ordinul întâi, prin acceptarea unor indivizi de sorturi inedite (printre ei numărîndu-se și indivizii identici cu nimicul) schimbă fundamental raporturile dintre schemele cuantificaționale.

Spre exemplu, dacă  $x_i$  are cel puțin o intrare liberă în  $\varphi$  și nici o intrare controlată, atunci propoziția  $(\Sigma x_i) \varphi$  este trivial - adevărată. În mod cert, pentru substituentul  $\wedge$  al lui  $x_i$ , se adevărește  $\varphi$ . Într-o astfel de împrejurare, însă, orice inferare finalizată în concluzia  $(\Sigma x_i) \varphi$  este laxă, adică trivial - validă, întrucît eventualele premise ale concluziei  $(\Sigma x_i) \varphi$  sînt cu totul irelevante. Orice premisă poate fi eliminată sau, și mai drastic, poate fi înlocuită cu negația ei, fără a afecta validitatea <sup>60</sup>. Printre inferențele laxe s-ar număra, de pildă, regula generalizării particularizante <sup>61</sup>:  $\varphi [\alpha / x_i] \Rightarrow (\Sigma x_i) \varphi$ . Caracterul limită al nimicului afectează și operațiile „împachetate“ în schema  $(\Pi x_i)$ , în măsura în care asumptiile de mai sus îndreptătesc derivarea propoziției de identitate (D23). Situațiile neobișnuite iscate de prezența cuantificărilor derivate din  $(\Pi x_i)$  și  $(\Sigma x_i)$  justifică substituirea lor în definițiile care vor succeda acestei prezentări cu operațiile rezumate în schemele  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$ .

$$(D23) (\Pi x_i) \varphi = (\wedge x_i) \varphi$$

Lăsînd ca sarcină a unei lucrări independente desfășurarea altor reguli din domeniul operațiilor de cuantificare ontologic neutre, vom reține omologarea cuantificărilor de individ clasice care trimit la obiectele din lumea reală ca și cuantificări mărginite, potrivit soluției propuse de către logicienii „meinongieni“, îndeosebi de către R. Routley.

$$(D24.1) (\forall x_i) \varphi = (\wedge x_i) (E_a(x_i) \rightarrow \varphi)$$

$$(D25.1) (\exists x_i) \varphi = (\vee x_i) (E_a(x_i) \wedge \varphi)$$

Caracterul aparte al indivizilor inconsistenti și, implicit, relațiile insolite statornicite între cuantificările individuale aplicate la lumile existente și cuantificările analoge raportate la întregul univers (inclusiv la lumea indivizilor inexistenți) fac ca redefinirea operațiilor derivate prin exemplificare din schemele  $(\forall x_i)$  și  $(\exists x_i)$  – (D24.2), respectiv (D25.2) – să fie, în ultimă instanță, superfluă.

<sup>60</sup> Cu privire la distincția: lax (*slack*) - rigid (*rigid*) și la diferențierea tipurilor de irelevanță, se poate consulta: J. P. Cleave, *A Study of Logics*, Clarendon Press, Oxford, 1991, pp. 290-9.

<sup>61</sup> În acest caz, folosirea expresiei „generalizare existențială“ este improprie.

3 - Regimuri ale cantității în logica formală

$$(D24.2) (\forall x_i) \varphi = (\Pi x_i) (E_a(x_i) \rightarrow \varphi)$$

$$(D25.2) (\exists x_i) \varphi = (\Sigma x_i) (E_a(x_i) \wedge \varphi)$$

Ce ar mai fi de adăugat la capătul acestui periplu în universul atât de greu de controlat al ontologiei?

Mai întâi, trebuie remarcat faptul că validarea regulilor din logica de ordinul întâi reclamă fie formularea în metalimbajul lui  $L$  (de regulă, în secțiunea naturală a acestuia) a asumției că toți termenii individuali au referință actuală, fie definirea în  $L$  a cuantificărilor „actualiste” prin intermediul cuantificărilor „ontologic neutre” și a operației de atribuire a existenței factuale.

O dată conturate căile de promovare a existenței (atât a celei reale, cât și a celei imaginare) la nivel formal, gîlceava privind acceptabilitatea predicatorului „... există (actual)” / „... este actual (existent)” și relațiile acestuia cu cuantorii de particularitate nu mai are obiect<sup>62</sup>. Dacă se stipulează în metalimbaj caracterul factual al tuturor indivizilor semnificați de termenii limbajului  $L$ , predicatorul „ $E_a$ ” este redundant. În schimb, dacă se adoptă cadrul relaxat al logicii libere, prezența predicatorului „ $E_a$ ” în  $L$  devine necesară.

O ultimă precizare în contextul acestui paragraf vizează predicatorii utilizați în  $L$ . Varianta cea mai rigidă a logicii de ordinul întâi, situată în bună tradiție aristotelică, este guvernată de axioma metalogică după care atât predicatele elementare reprezentate în  $L$  cât și negațiile lor sînt satisfăcute de cel puțin un individ actual. Aceasta revine la a spune că prin intermediul respectivelor predicate se atribuie exclusiv atribute contingente. Este de remarcat că în unele calcule formale moderne această clauză nu mai este reținută, evident, cu prețul invalidării unor reguli de inferență clasice. Acolo unde va fi cazul, vom evidenția comportamentul distinct al unor reguli în funcție de poziția adoptată față de predicatele care intervin în respectivele contexte.

#### 1.1.4. UN SISTEM AL CUANTORILOR DE INDIVID STANDARD.

Deslușirea mai multor căi de raportare la indivizi, în funcție de lumile în care aceștia se situează, nu constituie singura împrejurare capabilă să conducă la proliferarea cuanturilor de individ și, implicit, a operațiilor pe care aceștia le desemnează.

*Nota bene.* Evoluînd, în continuare, pe coordonatele logicii libere, vom ancora cuantificările de individ clasice în universul lumilor existente, iar nu în lumea reală. Pentru a semnaliza grafic această precizare de ordin ontologic, vom adopta (ca puncte de plecare în definirea operațiilor de manipulare a cantității) cuantorii schematici „ $(\wedge x_i)$ ” și „ $(\vee x_i)$ ”, păstrînd operatorii „ $(\forall x_i)$ ” și „ $(\exists x_i)$ ” ca expresii ale operațiilor analoage desfășurate în contextul lumii reale. Legile și regulile pe care le vom inventaria la nivelul cuantificărilor „ $(\wedge x_i)$ ” și „ $(\vee x_i)$ ” se vor regăsi, *mutatis mutandis*, la nivelul specificărilor derivate din schemele „ $(\forall x_i)$ ” și „ $(\exists x_i)$ ”.

Prin corelarea negării și, apoi, a conjugării și adjungerii cu instanțele schemelor operaționale „ $(\wedge x_i)$ ” și „ $(\vee x_i)$ ”, se poate parveni la un sistem cuantifica-

<sup>62</sup> Din luxurianta literatură consacrată acestei problematice amintim: A. Pap, *A Note on Logic and Existence*, în: „Mind”, vol. 56, 1947, pp. 72-6; G. Nakhnikian și W. C. Salmon, „Exists” as a Predicate, în: „The Philosophical Review”, vol. 66, 1957, pp. 535-42; K. Lambert, *Notes on „E!”*, în: „Philosophical Studies”, vol. 9, nr. 3, 1958, pp. 60-3; F. B. Ebersole, *Whether Existence is a Predicate*, în: „The Journal of Philosophy”, vol. 60, nr. 18, 1963, pp. 509-24; J. Hintikka, *Studies in the Logic of Existence and Necessity*, în: „The Monist”, vol. 50, nr. 1, 1966, pp. 55-76; St. Read, „Exists” is a Predicate, în: „Mind”, vol. 89, 1980, pp. 412-7.

țional extrem de simplu și ingenios. Conceput de Ludvik Borkowski<sup>63</sup> și preluat, în spațiul românesc, de Petru Ioan<sup>64</sup>, acest sistem va fi prezentat, în cele ce urmează, în acord cu mijloacele limbajului *L*. Minimele diferențe notaționale care vor apărea față de varianta originală nu generează, credem noi, nici o distorsiune.

Înainte de toate, își vor ocupa locul în sistem specificările cuantificărilor schematice  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$ .

Este îndeobște admis faptul că cea mai banală cale de a obține contradictoria schemei de propoziții existențiale  $(\vee x_i) \varphi$  constă în aplicarea la aceasta a unei conective monadice, anume, negarea  $(\sim)$ . Însă, respectiva schemă contradictorie poate fi derivată și prin aplicarea unei operații de ordin superior, care funcționează aidoma negării, la conectiva  $(\vee x_i)$ . În conformitate cu principiul parcimoniei, vom admite o primă omonimie în *L*, astfel încît operația respectivă va fi recunoscută tot sub semnele „negare” și „ $\sim$ ”, cu precizarea că, la nivel formal, ambiguitățile vor fi evitate prin folosirea delimitatorilor (în speță, prin folosirea parantezelor rotunde).

$$(D26) (\sim (\vee x_i)) \varphi = \sim (\vee x_i) \varphi$$

Ținînd seama de corespondențele care se stabilesc între conectorii „ $\sim$ ” și „ $(\vee x_i)$ ” cu anumite expresii din limba română, schema complexă a cuantificărilor de individ  $(\sim (\vee x_i))$  poate fi reprezentată și de sincategorema naturală „*nu pentru cel puțin un substituent existent al individului  $x_i$ , ...*” sau de forma stilizată (dar, pînă la un punct, ambiguă) a acesteia, „*pentru nici un  $x_i$ , ...*”. Pe de altă parte, regula reciprocă de derivare (R8) autorizează identificarea propoziției  $\sim (\vee x_i) \varphi$  cu propoziția  $(\wedge x_i) \sim \varphi$ <sup>65</sup>. Dar noua schemă,  $(\wedge x_i) \sim \varphi$ , este chiar contraduala propoziției  $(\wedge x_i) \varphi$ , potrivit definiției (D27), unde „ $\mathcal{C}$ ” este conectorul constant care stă pentru operația de contradualizare.

$$(D27) \mathcal{C} ((\wedge x_i) \varphi) = (\wedge x_i) \sim \varphi$$

Prin folosirea operatorului propozițional schematic „ $\delta$ ”, contradualizarea se poate defini, în mod general, la nivel molecular, în conformitate cu (D28).

$$(D28) \mathcal{C} (\delta (\varphi_0, \dots, \varphi_k)) = \delta (\sim \varphi_0, \dots, \sim \varphi_k)$$

De regulă, contradualizării i se acordă un statut ambivalent, astfel încît ea poate fi inclusă și în mulțimea operațiilor care se aplică la operații și au drept valori, de asemenea, operații, în speță, ea poate fi aplicată schemei de cuantificări universale,  $(\wedge x_i)$ , potrivit propoziției de identitate (D29).

$$(D29) \mathcal{C} ((\wedge x_i) \varphi) = (\mathcal{C} (\wedge x_i)) \varphi$$

Din cele afirmate pînă acum rezultă că negația schemei cuantificaționale  $(\vee x_i)$ , anume:  $(\sim (\vee x_i))$ , și contraduala cuantificării  $(\wedge x_i)$  –  $(\mathcal{C} (\wedge x_i))$  – sînt identice, ele putînd fi reprezentate, în ultimă instanță, în limbajul formalizat *L* de cuantorul universal - negativ, „ $(\wedge x_i)^{Nc}$ ”.

$$(D30) (\sim (\vee x_i)) = \mathcal{C} (\wedge x_i)$$

<sup>63</sup> Ludvik Borkowski, *On Proper Quantifiers*, I, în: „*Studia Logica*”, vol. 8, Warszawa, 1958, p. 103.

<sup>64</sup> Petru Ioan, *Logică și metalogică. Incursiuni și noi contururi*, Editura Junimea, Iași, 1983, p. 233.

<sup>65</sup> Pentru a evita pedanteria și prezența unor expresii rebarbative, nu explicităm întotdeauna diferența dintre schemă și specificările sale. Din context reiese, însă, cu ușurință, dacă avem de-a face cu o propoziție sau cu o schemă propozițională, cu o operație sau cu o schemă operațională etc.

Avînd o reprezentare proprie în limba română – „*pentru nici un substituent existent al individului  $x_i$ , ...*”, cuantificarea de individ  $(\wedge x_i)^N$  nu ar trebui considerată superfluă, cu atît mai mult cu cît caracterul autonom al acesteia poate fi întărit de două matrice verifuncționale care îi determină (parțial) aria de aplicabilitate.

| $v_2 (\varphi)$ | $v_2 ((\wedge x_i)^N \varphi [x_i / \alpha])$ |
|-----------------|-----------------------------------------------|
| 1               | 0                                             |
| 0               | ?                                             |

| $v_2 ((\wedge x_i)^N \varphi)$ | $v_2 (\varphi [x_i / \alpha])$ |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1                              | 0                              |
| 0                              | ?                              |

71° – 72°. Definiții verifuncționale ale cuantificărilor de individ universal - negative, (D31.1), respectiv (D31.2)

Trebuie să reținem faptul că valabilitatea matricelor definiționale (D31.1) și (D31.2) este îngrădită de prescripția conform căreia  $\alpha$ , respectiv  $x_i$  au cel puțin o intrare (apariție, sau ocurență) în  $\varphi$ , respectiv  $(\wedge x_i)^N \varphi$  (cu respectarea celorlalte clauze de ordin substituțional).

Precizînd nota afirmativă a generalizării prin specificările schemei  $(\wedge x_i)$ , din tabelele definatorii de mai sus, se pot citi două propoziții apodictice: (I) dacă valoarea (alethică) a unei propoziții este egală cu adevărul, atunci valoarea oricărei propoziții ce se obține prin cuantificarea universal - negativă a acesteia se identifică cu falsul; (II) dacă o propoziție obținută printr-o cuantificare universal - negativă este adevărată, atunci orice instanță substitutivă a acesteia are drept valoare alethică falsul.

Corelarea CUANTIFICĂRILOR DE INDIVID UNIVERSAL - AFIRMATIVE –  $(\wedge x_0)$ ,  $(\wedge x_1)$ , ... – cu operațiile de același ordin UNIVERSAL - NEGATIVE –  $(\wedge x_0)^N$ ,  $(\wedge x_1)^N$ , ... – poate fi dublată de asocierea cuantificărilor de individ PARTICULAR - AFIRMATIVE –  $(\vee x_0)$ ,  $(\vee x_1)$ , ... – cu cuantificările analoage PARTICULAR - NEGATIVE. Noua clasă de conective poate fi determinată în maniera în care am identificat specificările schemei  $(\wedge x_i)^N$ .

Punctul de plecare al acestui demers este dat de schema universală  $(\wedge x_i) \varphi$ , din care se poate deriva contradictoria respectivei scheme, fie prin negarea ei ca atare, fie prin negarea operației  $(\wedge x_i)$ .

$$(D32.1) \sim (\wedge x_i) \varphi = (\sim (\wedge x_i)) \varphi$$

În temeiul regulii (R7) și al definiției operației de contradualizare, se poate formula propoziția de identitate (D32.2). Or, schemele cuantificaționale  $(\sim (\wedge x_i))$  și  $(\mathcal{C} (\vee x_i))$  sînt identice, conform cu (D33), ceea ce permite reprezentarea sintetică a acestora în limbajul formalizat  $L$  prin intermediul semnului comun: „ $(\vee x_i)^N$ ”, care are drept replică în limba română sincategorema „*nu pentru orice substituent existent al individului  $x_i$ , ...*”.

$$(D32.2) \sim (\wedge x_i) \varphi = (\vee x_i) \sim \varphi = (\mathcal{C} (\vee x_i)) \varphi$$

$$(D33) (\sim (\wedge x_i)) = (\mathcal{C} (\vee x_i))$$

Și specializările schemei  $(\vee x_i)^N$  tolerează un control verifuncțional parțial. Astfel, dacă  $x_i$  are cel puțin o intrare liberă în  $\varphi$  (și nici o intrare legată), atunci pot fi admise matricele definiționale (D34.1 – 2).



| $v_2 (\varphi [\alpha / x_i])$ | $v_2 ((\forall x_i)^N \varphi)$ |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1                              | ?                               |
| 0                              | 1                               |

| $v_2 ((\forall x_i)^N \varphi)$ | $v_2 (\varphi [\alpha / x_i])$ |
|---------------------------------|--------------------------------|
| 1                               | ?                              |
| 0                               | 1                              |

73° - 74°. Definiții verifuncționale ale cuantificărilor  
de individ particular - negative (D34.1 - 2)

În contrast cu tabelele de adevăr (D31.1) și (D31.2), definițiile de mai sus permit calcularea valorii alethice a unei propoziții numai pe temeiul falsității altor propoziții. Astfel, dacă o propoziție (singulară) este falsă, atunci orice generalizare (individuală) particularizant - negativă a acesteia este adevărată și dacă o propoziție obținută printr-o generalizare particularizant - negativă are drept valoare falsul, orice instanță substitutivă a acesteia are drept valoare adevărul. Nu trebuie să se uite, însă, că generalizările în discuție trebuie să fie relevante.

În ideea unei contextualizări mai „dense” a familiilor de cuantificări analizate, aducem în atenție operația de dualizare -  $\mathcal{D}$  -, care poate fi plasată cu egală îndreptățire atât în clasa conectivelor cât și în cea a operațiilor care generează operații din alte operații. La nivel macropropozițional, această operație se definește în propoziția de identitate (D35).

$$(D35) \mathcal{D} (\delta (\varphi_0, \dots, \varphi_k)) = (\mathcal{D} \delta) (\varphi_0, \dots, \varphi_k) = \\ = (\sim \delta) (\sim \varphi_0, \dots, \sim \varphi_k) = \sim \delta (\sim \varphi_0, \dots, \sim \varphi_k)$$

Pe baza acestei identificări pot fi determinate cel puțin două definiții logic - relevante, (D36) și (D37).

$$(D36) (\mathcal{D} (\wedge x_i)) = (\forall x_i)$$

$$(D37) (\mathcal{D} (\wedge x_i)^N) = (\forall x_i)^N$$

Conjugând schemele  $(\forall x_i)$  și  $(\forall x_i)^N$  se obține un crochiu pentru CUA-NTIFICĂRILE DE INDIVID PARTICULARIZANT - ÎNCHISE, redat în  $L$  de semnele „ $((\forall x_i) \wedge (\forall x_i)^N)$ ” și „ $(\forall x_i)^Z$ ”, iar în limba română de sintagma „numai pentru unii substituenți existenți ai individului  $x_i, \dots$ ”. Este de remarcat aici că și conjugarea se acomodează cu argumente operaționale.

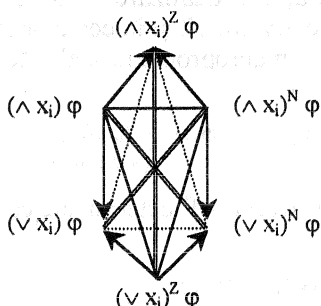
Fără a insista asupra tuturor parametrilor care le configurează spațiul de joc, reținem, totuși, că operațiile care exemplifică schema  $(\forall x_i)^Z$  nu sînt definibile verifuncțional, nici măcar parțial. În ce privește această aserțiune, preferăm să oferim în locul unei justificări formale (de altfel, ușor de realizat) o ilustrare în limba română. Astfel, pe temeiul adevărului *versus* falsității propoziției că *Socrate este om*, nu putem decide asupra valorii alethice pe care o dobîndește afirmația că *numai unii indivizi existenți sînt oameni*.

Aici se impune totuși o adăugire. Dacă se acceptă presupoziția că prin intermediul predicatelor simple reprezentate în limba română se atribuie exclusiv proprietăți contingente, atunci valoarea afirmației că *numai unii indivizi existenți sînt oameni* se identifică în mod trivial cu adevărul. Oricum, însă, adevărul acestei propoziții nu este justificat prin valoarea aserțiunii că *Socrate este om*. Invers, cunoscînd doar valoarea afirmației că *numai unii indivizi actuali sînt oameni*, nu putem nici adevăra, nici infirma propoziția: *Socrate este om*.

Prin negarea cuantificării schematice  $(\forall x_i)^Z$  sau prin adăugarea schemelor  $(\wedge x_i)$  și  $(\wedge x_i)^N$ , se poate deriva structura CUANTIFICĂRILOR DE INDIVID UNIVERSAL - DESCHISE, care este reprezentată în  $L$  de conectorii „ $(\sim (\forall x_i)^N)$ “, „ $((\wedge x_i) \vee (\wedge x_i)^N)$ “ și „ $(\wedge x_i)^Z$ “, conform cu (D38), iar în limba română de sincategorema „pentru orice substituent existent al individului  $x_i$  sau pentru nici unul, ...“. Negație a schemei  $(\forall x_i)^N$ , noua structură logică nu tolează o definiție verifuncțională.

$$(D38) (\sim (\forall x_i)^Z) = ((\wedge x_i) \vee (\wedge x_i)^N) = (\wedge x_i)^Z$$

Schemele cuantificaționale invocate în acest context –  $(\wedge x_i)$ ,  $(\forall x_i)$ ,  $(\wedge x_i)^N$ ,  $(\forall x_i)^N$ ,  $(\forall x_i)^Z$  și  $(\wedge x_i)^Z$  –, care „condensează“, fiecare în parte, câte o familie de cuantificări de individ, își precizează o dată în plus modul de acțiune prin situarea într-o structură logică hexadică a propozițiilor (schematice) obținute cu ajutorul lor. Folosind o sintagmă a logicianului Petru Ioan, vom spune că hexagonul logic care va fi prezentat în cele ce urmează sintetizează „definițiile contextuale“ ale respectivelor cuantificări.



75°. Hexagonul logic al schemelor propoziționale obținute prin aplicarea cuantificărilor de individ standard

În această diagramă logică, linia continuă simplă reprezintă relația de contrarietate, linia continuă întreruptă, relația de subcontrarietate, linia continuă simplu orientată, relațiile de sub-, respectiv supra - alternare (în funcție de sensul „citirii“, iar linia dublă, relația de contradicție.

Întrucât am făcut deja cunoștință (în paragraful 1.1.2.) cu mecanismele de derivare și de validare a unor reguli din legile sub-, respectiv supra - alternării, contrarietății, subcontrarietății și contradicției, nu vom desfășura de-o manieră exhaustivă regulile care pot fi deciptate din hexagonul logic.

Printr-o exemplificare arbitrară, s-ar putea reda acele reguli valide cuprinse în hexagon care au drept premisă propoziția  $(\forall x_i)^N \phi$ .

$$(R34) (\wedge x_i)^N \phi \Rightarrow (\forall x_i)^N \phi$$

$$(R36) (\wedge x_i)^N \phi \Rightarrow \sim (\wedge x_i) \phi$$

$$(R35) (\wedge x_i)^N \phi \Rightarrow (\wedge x_i)^Z \phi$$

$$(R37) (\wedge x_i)^N \phi \Rightarrow \sim (\forall x_i)^Z \phi$$

$$(R38) (\wedge x_i)^N \phi \Leftrightarrow \sim (\forall x_i) \phi$$

Am lăsat la urmă două scheme cuantificaționale limită, care, de altfel, nu își găsesc locul în structura hexadică. Ele se obțin prin adăugarea, respectiv conjugarea cuantificărilor  $(\wedge x_i)$  și  $(\forall x_i)^N$ .

$$(D39) (\forall x_i) = ((\wedge x_i) \vee (\vee x_i)^N)$$

$$(D40) (F x_i) = ((\wedge x_i) \wedge (\vee x_i)^N)$$

Denumite în limba română de expresiile „pentru fiecare sau nu pentru fiecare substituent existent al individului  $x_i$ , ...”, respectiv „pentru fiecare și nu pentru fiecare substituent existent al individului  $x_i$ , ...”, cuantificările  $(\forall x_i)$  și  $(F x_i)$  slujesc la definirea tautologiei și a contradicției, *id est*, la definirea propoziției logice care este întotdeauna / în orice interpretare sau descriere de stare / în orice caz adevărată, respectiv a propoziției logice care este întotdeauna falsă.

Dacă tautologia și contradicția sînt denumite în  $L$  de constantele enunțiative „ $\top$ ”, respectiv „ $\perp$ ”, atunci definițiile corespunzătoare revin la schemele de identitate (D41) și (D42).

$$(D41) \top = (\forall x_i) \varphi$$

$$(D42) \perp = (F x_i) \varphi$$

Cu precizarea că pare puțin probabilă găsirea unor utilizări „naturale” pentru schemele „ $(\forall x_i)$ ” și „ $(F x_i)$ ” – dată fiind calitatea lor de cazuri limită –, încheiem prezentarea cuantorilor de individ standard și, implicit, a operațiilor pe care aceștia le denumesc.

**1.1.5. CUANTIFICĂRI DE INDIVID NONSTANDARD.** Oricît de neplăcut ne-ar veni, trebuie să avertizăm cititorul asupra faptului că inventarul de cuantificări pe care urmează să-l prezentăm suferă de un defect congenital, anume: absența unui criteriu clar, în măsură să justifice calificarea unei cuantificări de individ drept standard, respectiv nonstandard. În ultimă instanță, plasarea unor cuantificări la rubrica „nonstandard” a avut drept temei gradul relativ scăzut de operaționalizare și accentul pus pe substituții clasici ai acestora.

O primă familie de cuantificări nonstandard poate fi alcătuită o dată cu analiza mai detaliată a așa - ziselor „formule cuantificaționale cu prefix omogen”.

Avînd în vedere doar aspectul procedural al problemei, ne vom îndrepta atenția doar spre acele formule în care apar fie cuantori universali (afirmativi), fie cuantori existențiali (afirmativi). Formulele care conțin cîte un prefix omogen alcătuit din alte tipuri de cuantori individuali pot fi tratate de-o manieră similară.

Fie „ $(\wedge x_0) \dots (\wedge x_k) \varphi$ ” și „ $(\vee x_0) \dots (\vee x_k) \psi$ ”, două formule ale căror matrice – „ $\varphi$ ”, respectiv „ $\psi$ ” – conțin un număr nedefinit de elemente din șirul „ $x_0$ ”, ..., „ $x_k$ ”. Fiecare din cele două formule reprezintă cîte o propoziție complexă obținută prin aplicarea a  $k+1$  cuantificări de individ (universal - afirmative, respectiv existențial - afirmative), mai întîi la  $\varphi$ , respectiv  $\psi$ , apoi la rezultatul generalizării propozițiilor  $\varphi$  și  $\psi$  prin  $(\wedge x_k)$ , respectiv  $(\vee x_k)$ , ...,  $(\wedge x_0)$ , respectiv  $(\vee x_0)$ .

Însă, aceste propoziții complexe pot fi obținute pe o cale mult mai simplă. Operațiile desemnate de cuantorii care alcătuiesc prefixurile celor două formule pot fi „concentrate” în cîte o *CUANTIFICARE COMPLEXĂ* în concordanță cu propozițiile de identitate (D43) și (D44).

$$(D43) (\wedge x_0 \dots x_k) \varphi = (\wedge x_0) \dots (\wedge x_k) \varphi$$

$$(D44) (\vee x_0 \dots x_k) \psi = (\vee x_0) \dots (\vee x_k) \psi$$

Noile operații de cuantificare se aplică o singură dată la câte o singură propoziție –  $\varphi$ , respectiv  $\psi$  –, dar în privința substituenților existenți ai tuturor indivizilor componenți ( $x_0, \dots, x_k$ ). Oricum, ele determină o oarecare economie discursivă, întrucât permit să se evite aplicarea a câte  $k + 1$  cuantificări la  $k + 1$  propoziții diferite. Într-o lectură aproximativă, cuantorii de individ „ $(\wedge x_0 \dots x_k)$ ” și „ $(\vee x_0 \dots x_k)$ ” revin în limba română la sincaregoremele „*pentru toți substituenții existenți ai indivizilor  $x_0, \dots, x_k \dots$* ”, respectiv „*pentru cel puțin câte un substituent existent al indivizilor  $x_0, \dots, x_k \dots$* ”.

Următoarea categorie de cuantificări nonstandard pe care o aducem în atenție cuprinde aplicațiile pe care le denumesc *CUANTORII DE INDIVID RESTRÎNȘI / SORTAȚI / CU DOMENIU MĂRGINIT*<sup>66</sup>.

În mod aparent paradoxal, pot fi amintite aici înseși operațiile care exemplifică schemele de cuantificare clasice –  $(\forall x_i)$  și  $(\exists x_i)$  –, ce-i drept, numai dacă sînt considerate în contextul logicii libere. Potrivit unei convenții instituite anterior, propozițiile  $(\forall x_i) \varphi$  și  $(\exists x_i) \varphi$  pot fi reformulate sub forma schemelor închise  $(\wedge x_i) (E_a(x_i) \rightarrow \varphi)$ , respectiv  $(\vee x_i) (E_a(x_i) \wedge \varphi)$ , astfel încît cuantificările aplicate să nu conțină nici un angajament privind existența reală. Dar, antecedentul operației de implicare din prima propoziție și al operației de conjungere din a doua propoziție<sup>67</sup> poate fi transferat asupra conectivelor  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$ , obținîndu-se propozițiile  $(\wedge x_i)_{E_a(x_i)} \varphi$  și  $(\vee x_i)_{E_a(x_i)} \varphi$ , identice cu primele. Secvențele „ $(\wedge x_i)_{E_a(x_i)}$ ” și „ $(\vee x_i)_{E_a(x_i)}$ ” funcționează ca și cuantori mărginiți și sînt coreferente cu expresiile nesaturate din limba română: „*pentru orice substituent al individului  $x_i$  care este actual - existent, ...*”, respectiv „*pentru cel puțin un substituent al individului  $x_i$  care este actual - existent, ...*”. Doar din considerente de ordin stilistic sau estetic, cuantorii sortați „ $(\wedge x_i)_{E_a(x_i)}$ ” și „ $(\vee x_i)_{E_a(x_i)}$ ” sînt înlocuiți, apoi, cu formele abreviate „ $(\forall x_i)$ ”, respectiv „ $(\exists x_i)$ ”.

Mecanismul de generare a cuantificărilor sortate este extrem de productiv și în logica angajată ontologic. Schemele definiționale (D45) și (D46) indică faptul că putem construi o clasă infinit numărabilă de cuantificări restrînse. Evident, nu fiecare dintre acestea va fi reprezentată într-o formă abreviată, pentru a nu face practic imposibilă analiza logică. Se știe doar că suplețea unui formalism este determinată de numărul restrîns al constantelor.

$$(D45) (\wedge x_i)_{P_j^1(x_i)} \varphi = (\wedge x_i) (P_j^1(x_i) \rightarrow \varphi)$$

$$(D46) (\vee x_i)_{P_j^1(x_i)} \varphi = (\vee x_i) (P_j^1(x_i) \wedge \varphi)$$

Rămîne, astfel, la latitudinea celui care efectuează analiza logică să întrebuițeze cuantorii mărginiți, fie în formă analitică, fie în formă sintetică (abreviată). Trebuie să adăugăm aici, însă, mențiunea că, de regulă, în locul complicării operațiilor de cuantificare se preferă complicarea domeniilor de acțiune aferente acestora. Spre exemplu, dacă se acceptă corespondențele (F1.1) și (F1.2),

<sup>66</sup> Cf. [58: 162-8]; W. Hodges, *Elementary Predicate Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, p. 43; L. Borkowski, *Formale Logik. Logische Systeme. Einführung in die Metalogik*, Akademie - Verlag, Berlin, 1976, p. 143.

<sup>67</sup> Ne-am îngăduit să lărgim aria de utilizare a expresiei „antecedent”. Ea desemnează, astfel, primul argument al unei operații binare, oricare ar fi aceasta. Al doilea argument al respectivei operații va fi considerat (con-) succedent (sau succedent).

atunci enunțul „*Toți oamenii sînt muritori*” este formalizat mai degrabă în varianta „ $(\wedge x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x))$ ”, decît în varianta „ $(\wedge x) P^1(x) \wedge R^1(x)$ ”. Aceasta înseamnă că, de obicei, enunțul dat este structurat logic în forma „*Pentru orice x, dacă x este om, x este muritor*”, iar nu în forma „*Pentru orice x care este om, x este muritor*”. Cît privește abrevierea cuantorului sortat de individ „ $(\wedge x) P^1(x)$ ”, ea pare a fi cu totul nerecomandabilă.

$$(F1.1) f(\text{„... este un om”}) = \text{„}P^1\text{”}$$

$$(F1.2) f(\text{„... este muritor”}) = \text{„}R^1\text{”}$$

O importanță aparte este acordată în contextul cuantificării nonstandard așa-numiților *CUANTORI NUMERICI*<sup>68</sup>. Promovarea lor în perimetrul formalismelor este motivată de faptul că folosirea exclusivă a cuantorilor de individ clasici în codificarea logică a multor enunțuri particulare conduce la formule rebarbative.

De exemplu, sub rezerva acceptării ipotezelor (F2.1) și (F2.2), enunțul „*Cel puțin trei politicieni români sînt cinstiți*” este reflectat în limbajul *L* de formula „ $(\vee x) (\vee y) (\vee z) (P^1(x) \wedge Q^1(x) \wedge P^1(y) \wedge Q^1(y) \wedge P^1(z) \wedge Q^1(z) \wedge (x \neq y) \wedge (x \neq z) \wedge (y \neq z))$ ” sau, dacă se ține seama de caracterul poliadic al operației de atribuire a diversității (în mulțimea indivizilor), așa cum transpare din propoziția formală (D47), de formula „ $(\vee x) (\vee y) (\vee z) (P^1(x) \wedge Q^1(x) \wedge P^1(y) \wedge Q^1(y) \wedge P^1(z) \wedge Q^1(z) \wedge (x \neq y \neq z))$ ”

$$(F2.1) f(\text{„... este un politician român”}) = \text{„}P^1\text{”}$$

$$(F2.2) f(\text{„... este cinstit”}) = \text{„}Q^1\text{”}$$

$$(D47) (\alpha_0 \neq \dots \neq \alpha_n) = (\alpha_0 \neq \alpha_1) \wedge \dots \wedge (\alpha_0 \neq \alpha_n) \wedge \dots \wedge (\alpha_1 \neq \alpha_2) \wedge \dots \wedge (\alpha_1 \neq \alpha_n) \wedge \dots \wedge (\alpha_{n-1} \neq \alpha_n)$$

Ce ne-am face, însă, dacă am lua în seamă existența a cel puțin douăzeci de politicieni români cinstiți? Codificarea formală standard ar fi, în acest caz, inutilizabilă.

O primă subclasă de cuantificări numerice poate fi originată în schema clasică  $(\vee x_i)$ . Redenumită sub forma „ $(1x_i)$ ”, această structură logică ar deschide șirul numărabil al *CUANTIFICĂRILOR DE INDIVID MINIMIZANTE* (altfel spus, cuantificări de minimizare) –  $(1x_i)$ ,  $(2x_i)$ ,  $(3x_i)$  etc. –, ce pot fi definite în succesiunea de identificări (D48.1.1) – (D48.n.1):

$$(D48.1.1) (1x_i) \varphi = (\vee x_j) \varphi [x_j / x_i].$$

$$(D48.2.1) (2x_i) \varphi = (\vee x_j) (\vee x_k) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge (x_j \neq x_k)),$$

$$(D48.3.1) (3x_i) \varphi = (\vee x_j) (\vee x_k) (\vee x_m) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \wedge (x_j \neq x_k \neq x_m)) \text{ ș.a.}$$

<sup>68</sup> În tratarea acestei problematici am utilizat următoarele surse bibliografice: P. Lorenzen, *Formale Logik*, 2. Aufl., Walter de Gruyter, Berlin, 1962, pp. 139-40; G. Hasenjaeger, *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der Modernen Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg / München, 1962, pp. 100 sqq. (sau versiunea engleză a acesteia: *Introduction to the Basic Concepts and Problems of Modern Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1972, pp. 88 sqq.); A. Menne, *Einführung in die Logik*, 2. Aufl., Francke Verlag, München, 1973, pp. 71-2; Virginia Klenk, *Understanding Symbolic Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1983, pp. 363-8; S. Guttenplan, *The Languages of Logic. An Introduction*, Basil Blackwell, Oxford, 1986, p. 217; M. Balais, *Logica simbolică*, II, Universitatea „Babeș - Bolyai”, Cluj Napoca, 1988, p. 21.

Dacă am uza de posibilitatea „concentrării” cuantificărilor existențial - afirmative, de regula comutativității conjuncției și, apoi, de definițiile care guvernează derivarea cuantificărilor sortate, propozițiile de mai sus ar putea fi redată într-o variantă ușor simplificată, conform cu (D48.1.2) – (D48.n.2):

$$(D48.1.2) (1x_i) \varphi = (\forall x_j) \varphi [x_j / x_i],$$

$$(D48.2.2) (2x_i) \varphi = (\forall x_j x_k)_{x \neq x_k} (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i]),$$

$$(D48.3.2) (3x_i) \varphi = (\forall x_j x_k x_m)_{x \neq x_k \neq x_m} (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i]) \text{ etc.}$$

Să mai luăm notă de faptul că stabilirea relației de coreferență între semnele din limbajul  $L$ , respectiv din limba română, ale cuantificărilor minimizante nu ridică nici un fel de probleme.

„(1 $x_i$ )” = „pentru cel puțin un substituent existent al individului  $x_i$  ...”,

„(2 $x_i$ )” = „pentru cel puțin doi substituenți existenți ai individului  $x_i$  ...”,

„(3 $x_i$ )” = „pentru cel puțin trei substituenți existenți ai individului  $x_i$  ...” etc.

Cu un rol operatoriu deloc neglijabil se asociază CUANTIFICĂRILE DE INDIVID MAXIMIZANTE / DE MAXIMIZARE, reprezentate în  $L$  de cuantorii „(1 !  $x_i$ )”, „(2 !  $x_i$ )”, „(3 !  $x_i$ )”, ..., iar în limba română, de sincategoremele „pentru cel mult un substituent existent al individului  $x_i$  ...”, „pentru cel mult doi substituenți existenți ai individului  $x_i$  ...”, „pentru cel mult trei substituenți existenți ai individului  $x_i$  ...” și așa mai departe.

Este foarte important să reținem constatarea că folosirea termenului „existent (-ți)” în lectura cuantorilor de maximizare nu semnifică nici un angajament existențial. Spre exemplu, enunțul „Cel mult un politician român este corupt” nu conține supoziția că cel puțin un individ din lumile existente ale universului este politician român și corupt.

În aceste condiții, definirea cuantificărilor maximizante în supoziție existențială, așa cum propune, de pildă, Gisbert Hasenjaeger prin seria de definiții (D49.1.1) – (D49.n.1) nu pare a fi corectă.

$$(D49.1.1) (1 ! x_i) \varphi = (\forall x_j) (\wedge x_k) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j)),$$

$$(D49.2.1) (2 ! x_i) \varphi = (\forall x_j) (\forall x_k) (\wedge x_m) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k)),$$

$$(D49.3.1) (3 ! x_i) \varphi = (\forall x_j) (\forall x_k) (\forall x_m) (\wedge x_n) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \wedge \varphi [x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m)) \text{ etc.}$$

Mai potrivită ni se pare soluția care presupune antrenarea în definitori doar a cuantificărilor de individ universal-afirmative, rezolvare prezentată, printre alții, de Virginia Klenk:

$$(D49.1.2) (1 ! x_i) \varphi = (\wedge x_j) (\wedge x_k) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j)),$$

$$(D49.1.3) (1 ! x_i) \varphi = (\wedge x_j x_k) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j)),$$

$$(D49.2.2) (2 ! x_i) \varphi = (\wedge x_j) (\wedge x_k) (\wedge x_m) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k)),$$

$$(D49.2.3) \quad (2 ! x_i) \varphi = (\wedge x_j x_k x_m) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k)),$$

$$(D49.3.2) \quad (3 ! x_i) \varphi = (\wedge x_j) (\wedge x_k) (\wedge x_m) (\wedge x_n) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \wedge \varphi [x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m) \text{ etc.})$$

$$(D49.3.3) \quad (3 ! x_i) \varphi = (\wedge x_j x_k x_m x_n) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \wedge \varphi [x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m) \text{ etc.})$$

Apelînd la un nou exemplu, vom spune că, pe temeiul corespondențelor tractive (F3.1) – (F3.3) enunțul „*Unii politicieni români au în proprietate cel mult o casă*” poate fi redat în *L* prin mijlocirea formulelor „ $(1x) (Q^1(x) \wedge (1! y) (P^1(y) \rightarrow \rightarrow R^2(x, y)))$ ”, respectiv „ $(\vee x) (Q^1(x) \wedge (\wedge y) (\wedge z) (P^1(y) \wedge P^1(z) \wedge R^2(x, y) \wedge \wedge R^2(x, z) \rightarrow (y = z)))$ ”.

$$(F3.1) \quad f (\text{„... este un politician român”}) = „Q^1”$$

$$(F3.2) \quad f (\text{„... este o casă”}) = „P^1”$$

$$(F3.3) \quad f (\text{„... are în proprietate ...”}) = „R^2”$$

Se poate lesne remarca faptul că prima dintre formulele corespunzătoare este construită cu ajutorul unui cuantor nonstandard și astfel se dovedește a fi mult mai elegantă și mai ușor de mînuit decît formula coreferentă care îi succede. În plus, analiza logică dezvăluie faptul că respectivul enunț lasă deschisă problema existenței a cel puțin unei case în proprietatea unor politicieni români.

În categoria „maximatorilor” / cuantorilor de maximizare se înscrie un operator aparte – „ $((\aleph_0 - 1) ! x_i)$ ” –, în expresie naturală, „*pentru un număr finit de substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...*”, cu ajutorul căruia putem reprezenta ideea că, fiind dată o propoziție  $\varphi$  în structura căreia individul  $\alpha$  poate să aibă numai intrări libere, doar un număr finit de substituții ale acesteia relative la  $\alpha$  sînt adevărate:  $((\aleph_0 - 1) ! x_i) \varphi [x_i / \alpha]$ . Notăm că  $\aleph_0$  este cel mai mic număr cardinal transfiniț și reprezintă cardinalitatea mulțimii numerelor naturale.

Negația propoziției  $((\aleph_0 - 1) ! x_i) \varphi [x_i / \alpha]$  este identică cu generalizarea minimizantă prin  $(\aleph_0 x_i)$  a propoziției  $\varphi$  relativ la individul  $\alpha$  și conține gîndul că substituțiile adevărate ale propoziției  $\varphi$  în privința lui  $\alpha$  sînt în număr infinit.

$$(D50) \quad ((\aleph_0 x_i) \varphi [x_i / \alpha] = \sim ((\aleph_0 - 1) ! x_i) \varphi [x_i / \alpha])$$

Antrenarea în formalisme a ultimilor doi cuantori nonstandard creează o perspectivă metalogică inedită, fapt pentru care ei sînt plasați într-o extensie cu cuantori generalizați a logicii de ordinul întîi sau în așa-numita „logică de ordinul doi slabă”<sup>69</sup>.

Deosebit de relevante se dovedesc operațiile rezultate din conjugarea cuantificărilor minimizante cu cuantificările maximizante, care indică aceeași valoare numerică și controlează intrările într-o propoziție ale aceluiași individ:  $((1 x_i) \wedge \wedge (1 ! x_i))$ ,  $((2 x_i) \wedge (2 ! x_i))$ ,  $((3 x_i) \wedge (3 ! x_i))$  ș.a. Din considerente de ordin practic, respectivele operații – să le zicem *CUANTIFICĂRI NUMERICE DE PRECIZIE* – vor fi reprezentate de-o manieră sintetică în limbajul formalizat *L* prin intermediul cuantorilor „ $(! 1 x_i)$ ”, „ $(! 2 x_i)$ ”, „ $(! 3 x_i)$ ” etc. Sincategoremele din limba română

<sup>69</sup> În engleză, „*weak second - order logic*”. Cf. J. van Benthem și K. Doets, *Higher - Order Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1983, pp. 278; 291-2.

care reproduc înțelesurile acestor cuantori formalizați alcătuiesc, la rândul lor, șir numărabil: „pentru exact un substituent existent al individului  $x_i$ , ...”, „pentru exact doi substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...”, „pentru exact trei substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...” ș. a.

Definirea cuantificărilor de precizie prin mijlocirea cuantificărilor clasice –  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$  – se finalizează în seria de identificări (D51.1 – n):

$$(D51.1) (! 1 x_i) \varphi = (\vee x_j) (\varphi [x_j / x_i] \wedge (\wedge x_k) (\varphi [x_k / x_i] \rightarrow (x_k = x_j))),$$

$$(D51.2) (! 2 x_i) \varphi = (\vee x_j) (\vee x_k) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge (x_j \neq x_k) \wedge (\wedge x_m) (\varphi [x_m / x_i] \rightarrow (x_m = x_j) \vee (x_m = x_k))),$$

$$(D51.3) (! 3 x_i) \varphi = (\vee x_j) (\vee x_k) (\vee x_m) (\varphi [x_j / x_i] \wedge \varphi [x_k / x_i] \wedge \varphi [x_m / x_i] \wedge (x_j \neq x_k \neq x_m) \wedge (\wedge x_n) (\varphi [x_n / x_i] \rightarrow (x_n = x_j) \vee (x_n = x_k) \vee (x_n = x_m)) \text{ etc.}$$

Definitorii extrem de complicați ai propozițiilor de mai sus dovedesc o dată în plus că utilizarea cuantificărilor de precizie antrenează o salutară economie operatorie.

Fie, spre ilustrare, enunțul „*Ion a cumpărat o singură (exact o) mașină sport*”. Dacă se asumă notațiile (F4.1) – (F4.3), atunci enunțul ales este tradus de-o manieră standard în  $L$  de formula „ $(\vee x) (P^1(x) \wedge Q^2(a, x) \wedge (\wedge y) (P^1(x) \wedge Q^2(a, y) \rightarrow (y = x)))$ ”, iar într-o variantă nonstandard, de secvența formalizată „ $(!1x) (P^1(x) \wedge Q^2(a, x))$ ”.

$$(F4.1) f („Ion”) = „a”$$

$$(F4.2) f („... este o mașină sport”) = „P<sup>1</sup>”$$

$$(F4.3) f („... a cumpărat ...”) = „Q<sup>2</sup>”$$

Aplicate curent în situațiile de comunicare, cuantificările numerice ar trebui să fie subordonate unui sistem riguros de reguli, aidoma exemplarelor derivate din schemele clasice,  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$ . Păstrînd această problemă ca temă a unei cercetări independente, ne mărginim la prezentarea regulilor care asociază cuantificările numerice cu negația.

$$(R39) \sim (kx_i) \varphi \Leftrightarrow ((k-1)!x_i) \varphi$$

$$(R40) \sim (k!x_i) \varphi \Leftrightarrow ((k+1)x_i) \varphi$$

$$(R41) \sim (!kx_i) \varphi \Leftrightarrow ((k-1)!x_i) \varphi \vee ((k+1)x_i) \varphi$$

Pe baza regulilor și definițiilor asumate sau demonstrate, se pot construi derivări întemeietoare pentru toate cele trei inferențe reciproce. Pentru a nu transforma aceste considerații într-un exercițiu formal arid, vom oferi în locul respectivei demonstrații o ilustrare edificatoare în limba română. Astfel, din propoziția că *trei filosofi au fost monarhi* se obține, în urma negării, afirmația că *nu trei filosofi au fost monarhi* (adică, *cel mult doi filosofi au fost monarhi sau cel puțin patru filosofi au fost monarhi*). Exemplul ales sugerează, în plus, pertinenta construirii unui operator schematic care să redea cuantificările complexe obținute prin aplicarea operației de negare la cuantificările de precizie. Prin urmare, dacă am admite identificarea (D52), în care  $(\sim (!kx_i))$  constituie *SCHEMA CUANTIFICĂRILOI NUMERIC - IMPRECISE*, posibil de exprimat în limba română de sintagmele „...”,



pentru exact  $k$  substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...“ și „pentru cel mult  $k - 1$  sau pentru cel puțin  $k + 1$  substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...“, atunci negația afirmației că *trei filosofi au fost monarhi* revine la propoziția că *cel mult doi sau cel puțin patru filosofi au fost monarhi* (adică, există cel mult doi sau cel puțin patru  $x$ , astfel încât  $x$  a fost filosof și  $x$  a fost monarh).

$$(D52) \sim (! kx_i) \varphi = (\sim (! kx_i)) \varphi$$

Menționăm ca pe o curiozitate faptul că propoziția exprimată de enunțul „Nu doar trei filosofi au fost monarhi“, obținută în urma aplicării operației exprimate de sincategorema „nu doar“ la propoziția dată, constituie contrara, iar nu contradictoria acesteia. Ea conține ideea că cel puțin patru filosofi au fost monarhi.

Mai greu de recuperat în plan formal se dovedesc a fi aplicațiile reprezentate în limbajele naturale (în speță, în limba română) de CUANTORII NUMERICI FRAȚIONARI sau PROCENTUALI<sup>70</sup>, în alcătuirea cărora intră determinanți cantitativi de felul: „unul din doi“, „cel mult 75%“, „cel puțin o treime“ etc.

Considerăm, înainte de toate, că respectivii determinanți „naturali“ ar trebui reformulați potrivit unui singur sistem de proporții. Spre exemplu, s-a putea conveni că dintre expresiile coreferente „o treime“, „unul din trei“ și „33, (3) %“, ultima se acomodează cel mai bine unei transpuneri la nivel formal. În același fel, expresiile „cel puțin trei pătrimi“ și „cel puțin trei din patru“ ar lăsa loc sintagmei „cel puțin 75 %“ / „cel puțin 75 de procente“ / „cel puțin 75 dintr-o sută“.

O dată omogenizați, determinanții ar urma să se asocieze cu câte un termen individual variabil, astfel încât întregii obținuți – cuantorii de individ procentuali – să poată fi concatenați cu enunțuri pentru a obține alte enunțuri (evident, cu respectarea celorlalte reguli de formare).

Cuantorii de individ procentuali se subsumează în limbajul  $L$  schemeilor „(n %  $x_i$ )“, „(n ! %  $x_i$ )“ și „(! n %  $x_i$ )“, iar în limba română, sincategoremelor „pentru cel puțin n procente dintre substituenții existenți ai individului  $x_i$ , ...“, „pentru cel mult n procente dintre substituenții existenți ai individului  $x_i$ , ...“ și „pentru (exact) n procente dintre dintre substituenții existenți ai individului  $x_i$ , ...“.

Fie, spre ilustrare, textul inferențial „Doi din trei cetățeni români au drept de vot; cel puțin 75 de procente dintre cei care locuiesc în România sînt cetățeni români; prin urmare, dintre cei care locuiesc în România, cel puțin jumătate au drept de vot“.

După ce se omogenizează determinanții cantitativi, asumînd coreferența sincategoremelor „doi din trei“ și „cel puțin jumătate“ cu expresiile „(exact) 66, (6) de procente“, respectiv „cel puțin 50 de procente“ și după ce se traduc în limbajul formalizat  $L$  „constantele descriptive“, potrivit schemeilor (F5.1 – 3), fragmentul lingvistic supus atenției poate fi reflectat în universul formalismelor prin secvența „(! 66, (6) %  $x$ ) ( $P^1(x) \rightarrow Q^1(x)$ ); (75 %  $y$ ) ( $R^1(y) \rightarrow P^1(y)$ )  $\Rightarrow$  (50%  $z$ ) ( $R^1(z) \rightarrow Q^1(z)$ )“.

$$(F5.1) f („... este cetățean român“) = „P<sup>1</sup>“$$

<sup>70</sup> Acești cuantori sînt menționați (deși într-o manieră nesistematică) încă în lucrările lui J. H. Lambert. Cf. R. Blanché, *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Armand Colin, Paris, 1970, p. 234; P. Ioan, *Perspective logice. Contribuții la reconstruirea unui profil disciplinar*, Editura Junimea, Iași, 1987, p. 26.

(F5.2)  $f$  („... are drept de vot“) = „ $Q^1$ “

(F5.3)  $f$  („... locuiește în România“) = „ $R^1$ “

Așa cum se poate observa, matricele propozițiilor (formalizate) cuantificate procentual se construiesc cu ajutorul unei conective nesimetrice (implicarea), subînțelegînd că ordinea în care sînt dispuse argumentele acestei operații nu este aleatoare. Dacă am fi apelat la operația de conjugare – operație comutativă – am fi obținut rezultate inacceptabile, printre acestea numărîndu-se și identificarea propozițiilor exprimate de enunțurile „Doi din trei cetățeni români au drept de vot“ și „Doi din trei indivizi care au drept de vot sînt cetățeni români“.

S-ar putea construi un algoritm decizional specific inferențelor alcătuite din propoziții cuantificate proporțional?

În literatura logică sînt consemnate cel puțin două încercări pe această temă (însă nici una din ele suficient de elaborată), una datorată lui logicianului român Florea Țuțugan<sup>71</sup> și cealaltă lui Robert Blanché [70a: 233 sqq.]. Una dintre ideile de bază prezente aici este aceea că din două propoziții cuantificate fracționar se poate extrage o concluzie, numai dacă suma determinantilor cantitativi din structura acestora este supraunitară<sup>72</sup>. Dacă această condiție este îndeplinită, se poate adăuga că determinantul din concluzie se calculează scăzînd valoarea 1 din suma determinantilor care apar în premise.

Transferată în sistem procentual, această clauză privind posibilitatea derivării unei concluzii cuantificate fracționar revine la prescripția după care suma determinantilor din premise trebuie să depășească 100 de procente și la constatarea că determinantul concluziei se calculează scăzînd din respectiva sumă valoarea 100.

Ar mai fi nevoie, însă, să stabilim tipul cuantificării procentuale din concluzie: de minimizare? de maximizare? de precizie? Acest lucru se poate face, credem noi, după o ierarhizare a cuantificărilor proporționale în raport cu „tăria“ lor. Astfel, vom spune că schemele  $(! n \% x_i)$ ,  $(n \% x_i)$  și  $(! n \% x_i)$  sînt dispuse în ordinea descrescătoare a tăriei lor și că în concluzie „se urmează partea cea mai slabă“.

Întorcîndu-ne la inferența - exemplu de mai sus, se poate constata că premisele nu autorizează deducerea concluziei  $((66, (6) + 75) - 100 \neq 50)$ . O concluzie formală a respectivei inferențe ar putea fi  $(41, (6) \% z) (R^1(z) \rightarrow Q^1(z))$ . Adoptînd în locul cuantificării procentuale cuantificarea fracționară, această concluzie veritabilă este exprimată în limba română de enunțul „Cel puțin 5 din 12 locuitori ai României au drept de vot“.

Cuantificările procentuale nu sînt scutite de dificultăți, una dintre ele constituind-o problema negării propozițiilor construite cu ajutorul lor. Spre exemplu, care ar fi negația afirmației că *cel puțin 75 de procente dintre locuitorii României sînt cetățeni români*? Să fie aceasta: *cel mult, dar nu exact 75 de procente dintre locuitorii României sînt cetățeni români*? Această formulare destul de ciudată și aparent greu de tradus în limbaj formal vrea să atragă atenția asupra unei limite maxime – 75% –, limită care nu este atinsă. Cîte o situație similară apare în cazul negării generalizărilor procentuale maximizante și de precizie.

<sup>71</sup> Florea Țuțugan, *Silogistica judecăților de predicție. Contribuții, adaosuri și rectificări la silogistica clasică*, Editura Academiei, București, 1957, p. 223.

<sup>72</sup> Pentru a nu cădea cu totul în pedantism, am îngăduit în derularea acestui demers o nouă omonimie: expresia „determinant“ este utilizată indistinct atît în supoziție materială cit și în supoziție formală.

Astfel, negarea afirmației că *cel mult 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români* conduce la ideea că *cel puțin, sigur mai mult, 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*. De data aceasta sîntem puși în fața unei limite inferioare despre care știm cu certitudine că este depășită. În sfîrșit, prin negarea unei propoziții care a fost generalizată printr-o cuantificare procentuală de precizie se instituie o limită superioară neatinsă și, în același timp, o limită inferioară, care este în mod sigur depășită. O ilustrare a acestei împrejurări este dată de negația propoziției că (*exact*) *75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*.

Formalizarea enunțurilor care exprimă negarea unor propoziții cuantificate procentual nu constituie o problemă insolubilă. O rezolvare în acest sens este oferită (deși nu explicit) de B. E. Thompson<sup>73</sup>. În mod concret, se propune spre utilizare o variabilă numerică specială – „ $\iota$ ” –, care reprezintă o valoare pozitivă infinitesimală. Altfel spus,  $\iota$  este un număr mai mare decît 0, dar, în același timp, atît de mic încît pentru orice numere naturale diferite de 0 –  $m$ ,  $n$  și  $k$  –, dacă  $m > n$ , atunci  $m > (n + (k \cdot \iota))$ . În aceste condiții, indiferent de cîte ori l-am adăuga pe  $\iota$  lui  $n$ , nu se obține o valoare egală cu  $m$ .

Dacă revenim la enunțurile naturale folosite în exemplificarea acestei probleme și la corespondențele traductive asociate cu constantele descriptive din componența acestora, putem construi suita de formalizări (F6.1) – (F6.3).

(F6.1)  $f$  („*Cel mult, dar nu exact 75 de procente dintre locuitorii României sînt cetățeni români*”) = „ $((75 - \iota)! \% x) (R^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ ”

(F6.2)  $f$  („*Cel puțin, sigur mai mult, 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*”) = „ $((75 + \iota)! \% x) (R^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ ”

(F6.3)  $f$  („*Nu (exact) 75% dintre locuitorii României sînt cetățeni români*”) = „ $((75 - \iota)! \% x) (R^1(x) \rightarrow Q^1(x)) \vee ((75 + \iota)! \% x) (R^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ ”

Relativ ingenioasă, soluția avansată mai sus are de înfuntat obiecția privind valoarea variabilei „ $\iota$ ”. Faptul că identificarea numărului  $\iota$  se face în moduri diferite, în funcție de context, împietează asupra testării, sub raportul validității, a inferențelor în care el apare.

La fel de greu de controlat la nivel formal sînt numeroasele și variatele aproximări ale cuantificărilor numerice<sup>74</sup>. Dificultățile sînt legate, în primul rînd, de înțelesul vag al modificatorilor care se atașează semnelor respectivelor cuantificări („*aproape*”, „*circa*”, „*aproximativ*”, „*mult mai mult de*”, „*mult mai puțin de*”, ...) <sup>75</sup>. Spre exemplu, enunțul „*Trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți*” nu conține nici o neclaritate sub aspectul cantității. Evident, nu același lucru se poate afirma în cazul enunțurilor „*Aproape trei pătrimi* –”, „*Circa trei pătrimi* –”, „*Mult mai mult de trei pătrimi* –”, „*Mult mai puțin de trei pătrimi* – *dintre politicienii români sînt cinstiți*”.

<sup>73</sup> B. E. Thompson, *An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang, New York, 1992, p. 164.

<sup>74</sup> Cîteva referiri lapidare la „cuantorii de aproximație” pot fi întîlnite la Gheorghe Enescu (*Cîteva probleme ale logicii moderne*, în: Gh. Enescu (ed.),  *Direcții în logica contemporană*, Editura Științifică, București, 1974, p. 174) și M. Balais [68f: 21]).

<sup>75</sup> Cu privire la cuantificările numerice (proportionale) și la posibilitățile de reprezentare (în silogistică) a aproximărilor acestora se pot consulta: P. L. Peterson, *Complexly Fractionated Syllogistic Quantifiers*, în: „*Journal of Philosophical Logic*”, 20, 1991, pp. 287-313; [73: 44-71; 162-203].

Expresiile „aproape” și „circa” trimit la o modificare a cuantificării de bază cu o „cîtime” minimă, în sens descendent în primul caz, în ambele sensuri, în cel de-al doilea. Dar care este valoarea acestei cîtimi ?

O soluție convenabilă pare să fie aceea care presupune utilizarea variabilei „t”. Trebuie să aducem, însă, o precizare importantă; dat fiind că sensul expresiilor de genul „aproape” și „circa” fluctuează pe o scală relativ întinsă în funcție de context (spre exemplu, ele nu sînt asumate la fel în domeniul științific și în comunicarea cotidiană), valoarea variabilei „t” ar fi mai bine să o numim ne semnificativă decît infinitesimală.

În mod analog ar putea fi tratați modificatorii „mult mai mult de” și „mult mai puțin de”. În acord cu punctul de vedere formulat de B. E. Thompson [73: 163], vom face apel la variabila „σ”, pentru a desemna cea mai redusă valoare numerică semnificativă <sup>76</sup>. Este de prisos să amintim că și σ variază în raport de context. În funcție de sensul indicat de modificador – ascendent, respectiv descendent –, valoarea σ se adaugă sau se scade la / din valoarea de bază.

Transpunînd toți determinanții cantitativi în sistem procentual și ținînd, în același timp, seama de corepondențele traductive (F7.1 – 2), putem institui, spre ilustrare, formalizările (F7.3 – 6).

$$(F7.1) f(\text{„... este politician român”}) = „P^1”$$

$$(F7.2) f(\text{„... este cinstit”}) = „R^1”,$$

$$(F7.3) f(\text{„Aproape trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți”}) = \\ = „((75 - t) \% x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x))”$$

$$(F7.4) f(\text{„Circa trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți”}) = \\ = „((75 - t) \% x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x)) \vee ((! 75 \% x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x)) \vee \\ \vee ((75 + t) \% x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x))”$$

$$(F7.5) f(\text{„Mult mai mult de trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți”}) = „((75 + \sigma) \% x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x))”$$

$$(F7.6) f(\text{„Mult mai pu in de trei pătrimi dintre politicienii români sînt cinstiți”}) = „((75 - \sigma) \% x) (P^1(x) \rightarrow R^1(x))”$$

Din cele prezentate reiese că ambiguitățile intrinseci ale secven elor naturale care conțin cuantori de aproxima ie nu pot fi cu totul eliminate de analiza logică, în ciuda instrumentarului formal laborios pus la lucru. Valoarea unei propoziții cuantificate în mod aproximativ se stabile te, în ultimă instanță, pe considerente pragmatice, o dată cu acordarea unor valori determinate variabilelor „t” și „σ”.

Dintre cuantorii de aproxima ie, at t de rebeli analizei logice, se deta ează prin importan   CUANTORII STOCASTICI <sup>77</sup> și CUANTORII PLURATIVI <sup>78</sup>.

Dacă φ este o schemă propozițională în structura căreia φ are cel pu in o intrare liberă ( i nici o intrare controlată), atunci generalizarea stocastică

<sup>76</sup> Autorul invocă folose te în acest sens expresia „the lowest significant value”.

<sup>77</sup> Grigore Constantin Moisil, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Edition de l'Académie, Bucarest, 1972, pp. 643-6; cf.  i Ion Didilescu  i Petre Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică  i interpretările moderne*, Editura Didactică  i Pedagogică, București, 1976, pp. 301 sqq.

<sup>78</sup> Nicholas Rescher, *Venn Diagrams for Plurative Syllogisms*,  n: N. Rescher, *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht - Holland, 1968, pp. 126-33; cf.  i [77b: 301 sqq.]. Este de remarcat, că Nicholas Rescher definește predicatori silogistici, iar nu cuantori plurativi. Nimic nu împiedică, însă, corelarea celor două categorii de operatori.

universal - afirmativă a acesteia este reprodusă în limbajul  $L$  de formula predicțională „ $(!(100 - \iota) \% x_i) \varphi [x_i / \alpha]$ “, iar în limba română de enunțul declarativ „Pentru cei mai mulți / Pentru aproape toți substituenții existenți ai individului  $x_i$ ,  $\varphi [x_i / \alpha]$ “. În vederea unei simplificări notaționale, instituiam relația de coreferență între cuantorii (schematici) „ $(!(100 - \iota) \% x_i)$ “ și „ $(Px_i)$ “, astfel încât să fie valabilă propoziția formală de identitate (D53).

$$(D53) (Px_i) \varphi [x_i / \alpha] = (!(100 - \iota) \% x_i) \varphi [x_i / \alpha]$$

Valoarea cantitativă cvasi - neglijabilă -  $\iota$  -, care distinge între conectivele  $(\wedge x_i)$  și  $(P x_i)$  determină, pînă la urmă, comportamente operaționale semnificativ - distincte. O propoziție de forma  $(\wedge x_i) \varphi$  este adevărată, dacă și numai dacă nici un individ existent nu ia locul lui  $x_i$  într-un exemplar arbitrar al schemei  $\varphi$  sub semnul falsității. În schimb, orice specificare a schemei  $(Px_i) \varphi$  poate fi adevărată, chiar dacă un număr, ce-i drept infim, de substituții ale propozițiilor ce exemplifică  $\varphi$  au drept valoare alethică falsul. Una dintre cele mai importante consecințe ale acestor date este faptul că, în cazul generalizării stocastice universal - afirmative, este invalidată regula instanțierii. Din  $(Px_i) \varphi$  nu urmează cu necesitate  $\varphi [\alpha / x_i]$ , întrucît  $\alpha$  s-ar putea număra printre acele foarte puține substituții ale lui  $x_i$ , astfel încît  $\sim \varphi$ . Tot sub semnul nevalidității stă regula detașării (adică *modus ponens*) originată într-o implicație cuantificată universal - stocastic. Astfel, premisele  $(Px_i) (P_j^1(x_i) \rightarrow P_k^1(x_i))$  și  $P_j^1[\alpha / x_i]$  nu autorizează derivarea concluziei  $P_k^1[\alpha / x_i]$ .

Să mai adăugăm, de o manieră explicită, că falsitatea unei propoziții singulare nu constituie un temei suficient pentru deducerea falsității unei generalizări stocastice universal - afirmative a acesteia. Aceasta revine, în expresie formală, la afirmația că din  $\sim \varphi [\alpha / x_i]$  nu decurge cu necesitate  $\sim (Ux_i) \varphi$ . Pentru comparație, se poate reține caracterul valid al regulii (R42).

$$(R42) \sim \varphi [\alpha / x_i] \Rightarrow \sim (\wedge x_i) \varphi$$

|                                  |                          |
|----------------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $(\wedge x_i) \varphi$        | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $\varphi [\alpha / x_i]$      | 2: $(E (\wedge x_i))$    |
| 4. $\sim \varphi [\alpha / x_i]$ | 1: (R)                   |
| 5. $\sim (\wedge x_i) \varphi$   | 2-4: (I~)                |

76°. O demonstrație în SD a regulii (R42)

Așa cum se constată, sistemul SD conține o derivare originată în premisa  $\sim \varphi [\alpha / x_i]$  și încheiată cu concluzia  $\sim (\wedge x_i) \varphi$ .

Prin contradualizarea schemei operaționale  $(Px_i)$  se obține crochiul cuantificărilor stocastice universal-negative, reprezentat în limbajul formalizat  $L$  de expresia „ $(Bx_i)$ “, iar în limba română de sincategorema „pentru foarte / pentru prea puțini substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...“.

$$(D54) (Bx_i) \varphi = (Px_i) \sim \varphi = (!(100 - \iota) \% x_i) \sim \varphi = (!\iota \% x_i) \varphi$$

Constituindu-se ca și cuantificări universal - negative atenuate, cuantificările stocastice în atenție nu se armonizează cu toate regulile clasice de derivare. Spre

exemplu, dacă validitatea regulilor (R43) și (R44) este în afara oricărei îndoieli, la fel de neîndoielnică este nevaliditatea regulilor analoage construite cu ajutorul conectivei  $(Bx_i)$ : (R' 43), respectiv (R' 44).

$$(R43) (\wedge x_i)^N \varphi \Rightarrow \sim \varphi [\alpha / x_i]$$

$$(R' 43) (Bx_i) \varphi \Rightarrow \sim \varphi [\alpha / x_i]$$

$$(R44) \varphi [\alpha / x_i] \Rightarrow \sim (\wedge x_i)^N \varphi$$

$$(R' 44) \varphi [\alpha / x_i] \Rightarrow \sim (Bx_i) \varphi$$

Pentru a compensa întrucîtva împuținarea regulilor de control al generalizărilor stocastice pomenite, să reținem că schemele (reciproc) contraduale  $(Px_i) \varphi$  și  $(Bx_i) \varphi$  se supun legii contrarietății, astfel încît sînt universal - valabile regulile de derivare (R45) - (R46).

$$(R45) (Px_i) \varphi \Rightarrow \sim (Bx_i) \varphi$$

$$(R46) (Bx_i) \varphi \Rightarrow \sim (Px_i) \varphi$$

O a treia structură de generalizări stocastice se poate deriva prin dualizarea cuantificărilor stocastice universal - afirmative, respectiv prin negarea cuantificărilor stocastice universal - negative. Reamintim că operațiile de dualizare și contradualizare se aplică în aceeași măsură operațiilor și propozițiilor. În vederea obținerii unei economii notaționale, optăm pentru corelarea dualizării și contradualizării cu propozițiile, cel puțin în reprezentarea acestor cîteva definiții.

$$(D55) (Kx_i) \varphi = \sim (Bx_i) \varphi = \sim (Px_i) \sim \varphi = (!\sigma\% x_i) \varphi$$

Exprimată în limbajul formalizat  $L$  de cuantorul „ $(Kx_i)$ “, iar în limba română de expresia nesaturată „*pentru destul / suficient / semnificativ de mulți substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...*“, schema cuantificărilor stocastice particular - afirmative se distinge net de schema standard  $(\vee x_i)$ . Precum se știe, adevărarea unei singure specificări a schemei  $\varphi [\alpha / x_i]$  era suficientă pentru a conchide că propoziția corespunzătoare particular afirmativă (de forma  $(\vee x_i) \varphi$ ) este adevărată. În schimb, pentru a spune că o exemplificare a schemei  $(Kx_i) \varphi$  este adevărată, trebuie să fi stabilit în prealabil adevărul unui număr destul de mare de instanțe substitutive ale acesteia. Așadar, nu este vorba aici de o singură instanță, nici de un număr foarte mic / infim de instanțe.

Nu insistăm asupra regulilor de la care se abat cuantificările stocastice existențial - afirmative, pentru că ele se determină prin analogie cu celelalte cazuri. Mai potrivit ni se pare să ne îndreptăm atenția asupra unor reguli aferente general - valabile.

Astfel, se verifică regulile care exprimă legile sub-, respectiv supra - alternării - (R47) și (R48) -, regulile care redau legea necontrazicerii - (R49) și (R50) -, precum și regulile (R51) și (R52), care „dezgheață“ o parte a definiției (D55), în sensul că statornicesc dualitatea propozițiilor cuantificate stocastic prin exemple ale cuantificărilor schematice:  $(Px_i)$ , respectiv  $(Bx_i)$ .

$$(R47) (Px_i) \varphi \Rightarrow (Kx_i) \varphi$$

$$(R50) (Kx_i) \varphi \Leftrightarrow \sim (Bx_i) \varphi$$

$$(R48) \sim (Kx_i) \varphi \Rightarrow \sim (Px_i) \varphi$$

$$(R51) (Px_i) \varphi \Leftrightarrow \sim (Kx_i) \sim \varphi$$

$$(R49) \sim (Kx_i) \varphi \Leftrightarrow (Bx_i) \varphi$$

$$(R52) (Kx_i) \varphi \Leftrightarrow \sim (Px_i) \sim \varphi$$

Îndestulător de relevante și de productive ni se par și cuantificările stocastice particular - negative, derivate prin negarea, dualizarea, respectiv contradualizarea

cuantificărilor stocastice universal - afirmative, universal - negative, respectiv existențial - negative. Convenind să notăm structura acestor operații cu ajutorul expresiei „ $(Gx_i)$ ” / „pentru destui substituenți existenți ai individului  $x_i$ , nu ...” / „nu pentru cei mai mulți substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...”, sîntem în măsură să formulăm definiția (D56).

$$(D56) (Gx_i) \varphi = \sim (Px_i) \varphi = \sim (Bx_i) \sim \varphi = (Kx_i) \sim \varphi$$

Însă, această definiție poate fi prezentată și în manieră desfășurată, sub forma regulilor care reproduc legile sub-, respectiv supra - alternării, legea necontrazicerii și legea subcontrarietății.

$$(R53) (Bx_i) \varphi \Rightarrow (Gx_i) \varphi$$

$$(R56) \sim (Gx_i) \varphi \Rightarrow \sim (Bx_i) \varphi$$

$$(R54) \sim (Gx_i) \varphi \Leftrightarrow (Px_i) \varphi$$

$$(R57) (Gx_i) \varphi \Leftrightarrow \sim (Px_i) \varphi$$

$$(R55) \sim (Gx_i) \varphi \Rightarrow (Kx_i) \varphi$$

$$(R58) \sim (Kx_i) \varphi \Rightarrow (Gx_i) \varphi$$

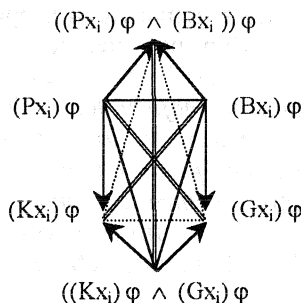
La acestea se mai pot adăuga regulile care confirmă dualitatea cuantificărilor stocastice particular - negative cu corespondentele lor universal - negative.

$$(R59) (Gx_i) \varphi \Leftrightarrow \sim (Bx_i) \sim \varphi$$

$$(R60) (Bx_i) \varphi \Leftrightarrow \sim (Gx_i) \sim \varphi$$

Mai departe, nimic nu ne împiedică să completăm sistemul cuantificărilor stocastice cu specificările schemelor complexe  $((Kx_i) \wedge (Gx_i))$  și  $((Px_i) \vee (Bx_i))$ , *id est*, cu cuantificările stocastice existențial - închise, respectiv universal - deschise, redate de-o manieră abstractă în limba română de sincategoremele „pentru destul de mulți, dar nu pentru cei mai mulți substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...”, respectiv „pentru cei mai mulți sau pentru un număr înfim de substituenți existenți ai individului  $x_i$ , ...”.

Prin prisma legilor de sub- și supra - alternare, de necontrazicere, de contrarietate (sau de contradualizare) și de dualizare, s-ar putea întocmi un tablou cu 22 de reguli de control privind aceste cuantificări stocastice complexe. Nu credem, însă, în oportunitatea reproducerii desfășurate a respectivelor reguli, deoarece ele pot fi „citite” cu ușurință într-o structură logică ce conține toate cele 6 tipuri de cuantificări stocastice definite. Acest hexagon al propozițiilor cuantificate stocastic este, în ultimă instanță, o replică banală a hexagonului logic al propozițiilor obținute prin generalizări standard, liniile care îl alcătuiesc păstrîndu-și vechile semnificații.



77°. Hexagonul logic al schemelor propoziționale cuantificate stocastic

Ar mai fi de prezentat, în cele ce urmează, câteva ilustrări ale spațiului de joc conturat de cuantificările stocastice și, eventual, o altă cale de sistematizare a regulilor aferente. Cît privește problema exemplificării, ni se pare potrivit să oferim cîte o ilustrare în limba română, respectiv în  $L$  a schemelor care apar în polii structurii hexadice de mai sus, lăsînd în seama cititorului identificarea corespondențelor care susțin operațiile de formalizare.

$$(F8.1) f („Aproape toți sau foarte puțini oameni calculați sînt generoși“) = „((Px) \vee (Bx)) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))“$$

$$(F8.2) f („Cei mai mulți oameni calculați sînt generoși“) = „(Px) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))“$$

$$(F8.3) f („Foarte puțini oameni calculați sînt generoși“) = „(Bx) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))“$$

$$(F8.4) f („Destul de mulți oameni calculați sînt generoși“) = „(Kx) (P^1(x) \wedge Q^1(x))“$$

$$(F8.5) f („Destul de mulți oameni calculați nu sînt generoși“) = „(Gx) (P^1(x) \wedge Q^1(x))“$$

$$(F8.6) f („Destul de mulți dar nu aproape toți oameni calculați sînt generoși“) = „((Kx) \wedge (Gx)) (P^1(x) \wedge Q^1(x))“$$

Nu atît de facil este de găsit o sistematizare care să concureze structura hexadică a propozițiilor cuantificate stocastic. Ambiguitățile intrinseci cuantificărilor stocastice, reliefate, de altfel, o dată cu utilizarea în definiții a variabilelor „ $t$ ” și „ $\sigma$ ”, nu îngăduie asumarea unui fundament construit pe tandemul generalizare - instanțiere. Între propozițiile singulare și generalizările lor stocastice nu se poate stabili (formal) nici o relație logică (în afara cazului limită: interferența) și nici o dependență verifuncțională. S-ar putea adopta, în schimb, un grup minimal de reguli, suficient de puternic pentru a le întemeia pe toate celelalte. Cît privește modalitatea de întemeiere a regulilor derivate, se poate opta între varianta tezială și varianta deducției naturale<sup>79</sup>. Ne îngăduim, totuși, să lăsăm tratarea acestei probleme în sarcina unei lucrări ulterioare.

**CUANTORII PLURATIVI** – asupra cărora ne vom opri în cele ce urmează – sînt oarecum înrudiți, dar nu și identici cu cuantorii stocastici. Luînd drept punct de plecare în acest demers explicativ sistematizarea propozițiilor plurative în varianta propusă de Nicholas Rescher, vom introduce patru cuantori schematici plurativi – „(U $x_i$ )“, „(W $x_i$ )“, „(W'  $x_i$ )“ și „(U'  $x_i$ )“ –, care se constituie în abrevieri ale sincategoremelor naturale „pentru majoritatea substituenților existenți ai individului  $x_i, \dots$ “, „pentru mai puțin de jumătate dintre substituenții existenți ai individului  $x_i, \dots$ “, „pentru cel puțin jumătate dintre substituenții existenți ai individului  $x_i, \dots$ “, respectiv „pentru cel mult jumătate dintre substituenții existenți ai individului  $x_i, \dots$ “ / „nu pentru majoritatea substituenților existenți ai individului  $x_i, \dots$ “. Aplicațiile reunite sub aceste „etichete“ grafice permit

<sup>79</sup> Cu alte cuvinte, în justificarea elementelor unei derivări pot fi invocate fie axiome și reguli, fie exclusiv reguli. Pentru o perspectivă completă asupra acestei probleme se poate consulta: Petru Ioan, *Axiomatica. Studiu morfo-logic*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1980, (îndeosebi) pp. 47-112.



construirea de propoziții plurative general - afirmative, general - negative, particular - afirmative, respectiv particular - negative.

Definițiile celor patru categorii de cuantificări plurative îmbracă aceeași formă contextuală – utilizată și în explicitarea celorlalte operații – și au drept fundament cuantificările procentuale. Este de notat faptul că explicitarea cuantificărilor plurative universale presupune utilizarea variabilei numerice „1” ca semn al unei valori infinitezimale.

$$(D57) (Ux_i) \varphi = ((50 + 1) \% x_i) \varphi \quad (D59) (W'x_i) \varphi = (50 \% x_i) \varphi$$

$$(D58) (Wx_i) \varphi = ((50 - 1) ! \% x_i) \varphi \quad (D60) (U'x_i) \varphi = (50 ! \% x_i) \varphi$$

Dacă se asumă, spre exemplificare, corespondențele traductive (F9.1) și (F9.2), atunci propozițiile plurative desemnate de enunțurile naturale „Majoritatea oamenilor culți sînt toleranți”, „Mai puțin de jumătate dintre oamenii culți sînt toleranți”, „Cel puțin jumătate dintre oamenii culți sînt toleranți” și „Cel mult jumătate dintre oamenii culți sînt toleranți” se identifică cu propozițiile formalizate  $(Ux) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ ,  $(Wx) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ ,  $(W'x) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ , respectiv  $(U'x) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ .

$$(F9.1) f(\text{„... este un om cult”}) = \text{„}P^1\text{”}$$

$$(F9.2) f(\text{„... este tolerant”}) = \text{„}Q^1\text{”}$$

Folosind mecanismul logic care ne-a permis proliferarea cuantificărilor standard (precum și a cuantificărilor stocastice), vom aduce în atenție clasa cuantificărilor plurative particular - închise – reunite în schema operațională compusă  $((W'x_i) \wedge (U'x_i)) / \text{„pentru exact jumătate dintre substituenții existenți ai individului } x_i, \dots\text{”}$  – și clasa cuantificărilor plurative general - deschise, care se regăsesc în crochiul logic  $((Ux_i) \vee (Wx_i)) / \text{„pentru mai mult de jumătate sau pentru mai puțin de jumătate dintre substituenții existenți ai individului } x_i, \dots\text{”}$ .

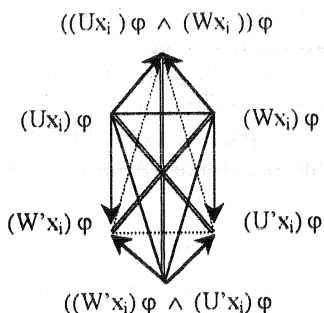
$$(D61) ((W'x_i) \wedge (U'x_i)) \varphi (= (W'x_i) \varphi \wedge (U'x_i) \varphi) = (! 50 \% x_i) \varphi$$

$$(D62) ((Ux_i) \vee (Wx_i)) \varphi (= (Ux_i) \varphi \vee (Wx_i) \varphi) = (\sim (! 50 \% x_i)) \varphi$$

Dintre propozițiile naturale care se obțin prin aplicarea celor două categorii de cuantificări plurative, ar putea fi invocate acelea care sînt exprimate de enunțurile „Exact jumătate dintre oamenii culți sînt toleranți”, respectiv „Mai mult de jumătate sau mai puțin de jumătate dintre oamenii culți sînt toleranți”. În planul limbajului formalizat  $L$ , propozițiile pomenite mai sus pot fi reflectate de formulele „ $((W'x) \wedge (U'x)) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ ”, respectiv „ $((Ux) \wedge (Wx)) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))$ ”.

Cît privește sistematizarea regulilor de derivare aferente celor șase clase de cuantificări plurative, se pot remarca similitudinile cu cuantificările stocastice corespunzătoare, astfel încît se poate contura o structură logică impecabilă – hexagonul logic al propozițiilor plurative –, care se dovedește suficient de „puternică” pentru a rezuma cele mai relevante raporturi dintre elementele componente.

Se pot inventaria, astfel, regulile care exprimă subalternarea propozițiilor plurative particulare la propozițiile plurative generale de aceeași calitate, contrarietatea dintre propozițiile plurative generale și propozițiile plurative particular - închise, precum și subcontrarietatea instalată între afirmațiile plurative particulare, respectiv general - deschise.



78°. Hexagonul logic al schemelor propoziționale obținute prin efectuarea cuantificărilor plurative

Să mai adăugăm, în încheierea acestui paragraf, că sistemul cuantorilor non-standard pe care l-am prezentat poate fi dublat cu un sistem analog din logica tradițională, în perimetrul căreia operațiile de cuantificare sînt „ancorate” în lumea reală. Așa cum se poate constata la o inspecție retrospectivă chiar sumară, fundamentul tuturor definițiilor aferente cuantificărilor nonstandard este alcătuit din operațiile de instituire a identității, respectiv a diversității și de cuantificările standard „neutre” – subsumate schemelor  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$  –, care trimit la indivizii (cunoscuți sau necunoscuți) ce populează lumile posibile. Dacă în locul acestor operații legate de înțelegerea existenței ca și consistență am folosi specificările schemelor  $(\forall x_i)$  și  $(\exists x_i)$ , atunci am putea parveni la o familie de cuantificări nonstandard „angajate ontologic”, în cazul cărora se face trimitere la domeniul tuturor indivizilor reali. Ne permitem să nu efectuăm o desfășurare a respectivei problematice, cu atît mai mult cu cît derivarea acestor operații de cuantificare este foarte simplă. Cît privește exprimarea la nivel formal, se poate conveni asupra utilizării cuantorilor nonstandard „neutri”, cu specificarea de-o manieră explicită a cadrului ontologic asumat.

**1.1.6. FAMILII DE CUANTORI ÎN LOGICA DE ORDINUL DOI.** Un punct de plecare în cercetarea posibilităților de cuantificare a propozițiilor din logica de ordinul doi este constituit de două considerații retrospective.

Mai întîi, este de remarcat faptul că secțiunea limbajului  $L$  aferentă logicii de ordinul întîi are o expresivitate relativ scăzută. Această cvasi - sărăcie semnificativă este dată, printre altele, de angajarea doar a două sorturi de variabile: termenii individuali variabili și enunțurile variabile (acestea din urmă, de altfel neutilizate) –, de reprezentarea sintetică a predicatelor și de ignorarea circumstanțelor discursive (spatiale, temporale etc.).

În al doilea rînd, se poate reține că diversitatea cîtimilor manipulate nu este în măsură să ascundă faptul că operațiile de cuantificare (fie standard, fie nonstandard) din logica clasică (de bază) sînt aplicabile propozițiilor numai în privința indivizilor necunoscuți care intră în structura lor.

Cu referire la aceste două aspecte semnalate, vom anticipa că asumarea cadrului teoretic al logicii de ordinul doi determină o proliferare a operațiilor de cuantificare, dar nu atît prin multiplicarea determinanților cantitativi, cît prin diversificarea tipurilor de obiecte la care aceștia se aplică. Să mai adăugăm că discriminarea mai nuanțată a obiectelor logice va fi susținută de rafinarea limbajului formalizat  $L$ .

O primă extensie a logicii de ordinul întâi poate fi asociată cu recuperarea circumstanțelor enunțării. Astfel, s-ar contura o „logică topologică“, adică o logică a pozițiilor generice [70b: 253], în perimetrul căreia valorile alethice ale propozițiilor depind de „ocaziile“ în care sînt asertate <sup>80</sup>.

Pentru a realiza o oarecare economie discursivă, ne vom raporta doar la una dintre instanțele topo - logicii – logica temporală – și, în consecință, vom valorifica o singură specificare a binomului „spațiu - timp“, circumstanța temporală.

Interesați de fundamentarea științei demonstrative, „părinții greci“ ai logicii tradiționale (în mod special, Platon și Aristotel) au impus o direcție de analiză rigidă, înlăuntrul căreia parametrul temporal – prin referința sa la schimbare și mișcare – nu-și mai găsește locul. Însă, această „excomunicare“ a timpului nu a fost operantă, dat fiind că de-a lungul istoriei logicii s-au consemnat destule referiri la incidența sa în planul gîndirii. Dintre problemele rezolvate (fie și implicit) în cheie temporală, s-ar putea aminti: formularea principiilor logice (în mod special, a principiului necontrazicerii și a principiului excluderii terțului) <sup>81</sup>, analiza afirmațiilor cu privire la „viitorii contingenți“ / faptele contingente din viitor <sup>82</sup>, definirea modalităților alethice și a implicației diodoriene <sup>83</sup>, formularea „argumentului dominator“ <sup>84</sup> etc. De altfel, deloc surprinzător, cercetările moderne de logică temporală încep cu recodificarea formală a problemelor mai sus menționate.

În acest sens, se poate conveni că elementele șirurilor  $(„t_i“)_i \in \mathbb{N}$  și  $(„t_i“)_i \in \mathbb{N}$  sînt date parametrice, respectiv date variabile. Cu alte cuvinte, componentele primului șir denotă momente (considerate) cunoscute într-un context determinat, iar componentele celui de-al doilea șir, momente absolut necunoscute.

**Observație.** Uneori, în locul expresiilor „ $t_0$ “ și „ $t_1$ “, respectiv „ $t_0$ “ și „ $t_1$ “ vom folosi expresiile coreferente cu acestea: „ $t$ “ și „ $t$ “, respectiv „ $t$ “ și „ $t$ “.

Vom lua, apoi, în considerare o dată specială – parametrul „ $t$ “ – pentru a ne referi la circumstanța temporală prezentă. Este de reținut, că „timpul prezent privilegiat“ se determină, la urma urmelor, în funcție de situația de comunicare luată în considerare. La expresiile formalizate introduse se poate adăuga predicatorul diadic „ $P$ “, care denumeste o operație definită pe mulțimea perechilor (ordonate) alcătuite din cîte două momente. Înțelesul noii constante primitive se dezvăluie prin asocierea ei cu sincategorema naturală coreferentă „... precedă ...“.

În sfîrșit, propunem spre utilizare cuantorul temporal schematic „ $(Q_t)$ “ – „pentru  $Q$  substituenți existenți ai momentului  $t_i$ , ...“ –, astfel încît specificările sale să formeze o mulțime echinumerică cu mulțimea cuanturilor de individ. În alți termeni, CUANTORII TEMPORALI conțin aceeași determinanți cantitativi ca și cuantorii de individ, deosebirea constînd exclusiv în variabilele ale căror intrări le controlează.

<sup>80</sup> O definire clară a conceptului de ocazie poate fi găsită în: Georg Henrik Von Wright, *Normă și acțiune* (studiu logic), Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1982, p. 42.

<sup>81</sup> A se vedea, de pildă, varianta aristotelică a principiului necontrazicerii: „[...] nu e cu putință ca același lucru să fie și să nu fie într-unul și același timp“. (Aristotel, *Metafizica*, Editura Academiei, București, 1965, p. 344.).

<sup>82</sup> Cf. Anton Dumitriu, *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, București, 1971, pp. 202-7.

<sup>83</sup> Cf. Nicholas Rescher, *Essays in Philosophical Analysis*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh, 1969, p. 288-9; N. Rescher și A. Urquhart, *Temporal Logic*, Springer - Verlag, Wien, New York, 1971, p. 125; J. L. Gardies, *La logique du temps*, Presses Universitaires de France, Paris, 1975, pp. 9-30.

<sup>84</sup> Cf. P. Ohlström și P. F. V. Hasle, *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995, pp. 15-6; [2: 21].

Modalitatea cea mai simplă de explicitare a condiției temporale sub care apar propozițiile reclamă o situație în contextul evaluării, *id est* la nivelul metalimbajului (într-o logică de ordinul doi).

În noul cadrul explicativ, vom acorda constantei „ $v_2$ ” statutul de operator binar, în conformitate cu o nouă relație traductiv - formală: „ $v_2$ ” = „valoarea alethică (bivalentă) a (propoziției) ... în (momentul) ...”. Așadar, operația  $v_2$  nu se mai aplică acum la câte o propoziție, ci la câte o pereche (ordonată) alcătuită dintr-o propoziție și o circumstanță temporală<sup>85</sup>.

De o amenajare inedită beneficiază și relațiile de desemnare corespunzătoare enunțurilor. Astfel, dacă în paradigma standard, enunțurile exprimă propoziții, în lumina noii perspective, ele exprimă judecăți, adică rezultate ale unor evaluări de propoziții pe anumite coordonate temporale.

Avantajele oferite de acest spațiu de joc sînt însemnate.

Fie, spre ilustrare, enunțurile (1) „George Bush este președintele SUA” și (2) „George Bush a fost președintele SUA”. Dacă se adoptă instrumentarul logicii clasice, respectivele enunțuri – foarte apropiate din punct de vedere intensional – sînt reflectate la nivel formal de formule complet disparate, precum „ $P^1(a)$ ”, respectiv „ $R^1(a)$ ” (în orizont atomic), „A”, respectiv „B” (în orizont molecular). Motivația acestei discrepante rezidă în neputința de a stabili vreo corelație între predicatorii „... este președintele SUA” și „... a fost președintele SUA”. Se prea poate, însă, ca aceste pierderi de conținut să vicieze rezultatul analizei logice.

Mai nimerită pare să fie efectuarea unei formalizări capabile să surprindă exact aspectul de ordin temporal ce diferențiază judecățile exprimate de enunțurile (1) și (2). În acest sens, vom considera că verbul copulativ „este” din primul enunț manifestă, pe lângă efectuarea operației de atribuire, momentul adevărării rezultatului ei, anume, prezentul. Păstrînd parametrul enunțiativ „A” ca semn formalizat al propoziției încă neasertate cum că *George Bush este președintele SUA*, îi vom asocia enunțului (1) expresia formală „ $v_2(A, \bullet) = 1$ ”. Reamintim că semnificația parametrului temporal „ $\bullet$ ” se precizează în funcție de contextul ales.

Pe de altă parte, se poate observa că judecata reprezentată de enunțul (2) coincide în conținut cu judecata exprimată de enunțul (1), dar nu și în ce privește momentul (-ele) adevărării. Mai exact, în enunțul (2), momentul (-ele) adevărării afirmației că *George Bush este președintele SUA* este (sînt) stabilit (-e) în trecut. Pe baza acestor considerații, enunțul (2) poate fi formalizat în varianta „ $(\forall t)(P(t, \bullet) \wedge (v_2(A, t) = 1))$ ”.

Exploatînd analogia cuantorilor temporali cu cuantorii de individ, am putea consemna corespondentele formulei la care se reduce enunțul (2) în contextul logicii clasice (care ancorează operațiile de cuantificare în lumea reală) sau în teoria cuantificărilor nonstandard.

Astfel, asumînd cadrul ontologic asigurat de lumea reală, enunțul (2) poate fi tradus prin formula „ $(\exists t)(P(t, \bullet) \wedge (v_2(A, t) = 1))$ ” – „pentru cel puțin un substituent real al momentului  $t$ ,  $t$  precedă momentul prezent /  $t$  este un moment din trecut și valoarea alehică a propoziției  $A$  în  $t$  este adevărul” –, care, mai apoi, poate fi rescrisă în cadrul logicii libere (de angajament ontologic)

<sup>85</sup> În locul redefinirii subnectorului „ $v_2$ ”, s-ar putea adopta, în consens cu majoritatea cercetătorilor în logica temporală, un predicator diadic constant coreferent cu sincategoremele naturale „...este adevărat (-ă) în (momentul)...” și „...este realizat (-ă) în (momentul)...”.

sub forma „ $(\forall t) (E_a(t) \wedge P(t, A) \wedge (\forall_2 (A, t) = 1))$ ” / „pentru cel puțin un substituent existent al momentului  $t$ ,  $t$  aparține lumii reale și precedă momentul prezent, iar valoarea propoziției  $A$  în  $t$  este adevărul”.

Aceeași formulă de bază poate fi pusă, apoi, în relație de coreferență cu expresia care reflectă rezultatul unei cuantificări sortate, de maniera „ $(\forall t)_{P(t, A)} \forall_2 (A, t) = 1$ ” („pentru cel puțin un substituent existent al momentului  $t$  care precedă momentul prezent, valoarea propoziției  $A$  în  $t$  este adevărul”). Raportîndu-ne la aceeași ontologie „tare”, care este asigurată de lumea reală, ar fi de luat în considerare rezultatele cuantificărilor temporale sortate  $(\exists t)_{P(t, A)}$  și  $(\forall t)_{E_a(t) \wedge P(t, A)}$ :  $(\exists t)_{P(t, A)} (\forall_2 (A, t) = 1)$ , respectiv  $(\forall t)_{E_a(t) \wedge P(t, A)} (\forall_2 (A, t) = 1)$ .

Nu vom insista asupra diversificării cuantificărilor temporale în funcție de determinanții cantitativi puși în joc. Așa cum s-a mai spus, ea poate fi desfășurată într-o strictă corespondență cu proliferarea cuantificărilor de individ. Ni se pare potrivit, în schimb, să deslușim corelațiile cuantificărilor temporale cu diferitele sorturi de momente. Considerată în sens larg, expresia „moment” denotă o unitate temporală oarecare: o secundă, un minut, o oră, un secol etc. Or, uneori se impune precizarea „întinderii” momentelor invocate, iar calea cea mai simplă de realizare a acestui obiectiv constă în folosirea unor abrevieri ale predicatorilor naturali: „... este o secundă”, „... este un minut” etc.

Spre exemplu, dacă adoptăm corespondențele de formalizare (F10.1) și (F10.2), putem transforma enunțul „*Emil a fost spitalizat 7 zile*” în formula „ $(! 7 t) (Z(t) \wedge P(t, A) \wedge (\forall_2 (B, t) = 1))$ ”. De remarcat, că, în această formulă, „ $Z$ ” funcționează ca predicator constant, iar „ $A$ ” abreviază termenul circumstanțial „*astăzi*”. Mai apoi, ținînd cont de relațiile care subzistă între unitățile de măsură a timpului, se poate accepta identitatea propozițiilor  $(! 7 t) (Z(t) \wedge P(t, A) \wedge (\forall_2 (B, t) = 1))$  și  $(! 168 t) (O(t) \wedge P(t, A) \wedge (\forall_2 (B, t) = 1))$ , cu precizarea că „ $O$ ” prescurtează sincategorema „... este o oră”, iar „ $A$ ” denotă ora prezentă (și nu ziua de astăzi).

(F10.1)  $f$  („*Andrei este spitalizat*”) = „ $B$ ”

(F10.2)  $f$  („... este o zi”) = „ $Z$ ”

Firește, această rafinare a instrumentarului formal poate genera o „inflama-re” pernicioasă în planul expresiei și, astfel, poate obstacula analiza logică. De aceea, avînd neconținut în vedere obiectivele esențiale, dar limitate ale demersului logic (exactitatea, coerența și consecvența), vom folosi „briicul occamian” ori de cîte ori apar în limbaj entități superflue.

O problemă destul de interesantă privește formalizarea enunțurilor care exprimă situarea unui fapt în trecut, respectiv în viitor, cu indicarea precisă a intervalurilor care le separă de momentul prezent.

Fie, de pildă, enunțul „*Andrei și-a înaintat demisia acum trei zile*”. La o primă analiză se poate stabili cu ușurință că secvența dată exprimă adevărarea propoziției că *Andrei își înaintează demisia*, într-o unitate de timp din trecut aflată la un interval de trei zile față de ziua prezentă. Din păcate, determinarea cantitativă a intervalului de timp nu poate fi redată prin intermediul vreunui cuantor. Singura soluție pare să fie redefinirea predicatorului „ $P$ ”, astfel încît acesta să indice pe lîngă relația de precedență numărul unităților de timp care alcătuiesc intervalul de la momentul prezent pînă la momentul de referință. În acest sens, asumînd formalizările (F11.1) – (F11.2), enunțul de mai sus poate fi adus la formula „ $(! 1 t) (Z(t) \wedge P_3(t, A) \wedge (\forall_2 (C, t) = 1))$ ”.

(F11.1)  $f$  („Andrei își înaintează demisia“) = „C“

(F11.2)  $f$  („... precedă cu trei unități temporale (zile) ...“) = „ $P_3$ “

O temă oarecum înrudită cu cea prezentată adineaori se referă la enunțurile în care adevărarea propozițiilor nu este fixată într-un moment, ci într-un interval de momente. Rezolvarea ei se aseamănă cu soluția dată problemei precedente, numai că de data aceasta vom apela la un predicator triadic „ $S$ “ – „... este situat între ... și ...“, cu adăugirea că ultimele două argumente ale operației desemnate formează un interval închis. Aceasta înseamnă că primul argument al operației  $S$  poate să coincidă cu unul dintre „capetele“ intervalului.

Astfel, preluând opțiunile „traductive“ de la ultimul exemplu, putem pune în corespondență enunțul „*Pînă poimîine, Andrei își înaintează demisia*“ cu formula „ $(\wedge t) (\wedge t') (Z(t) \wedge Z(t') \wedge P_2(a, t') \wedge S(t, a, t') \rightarrow (v_2(C, t) = 1))$ “.

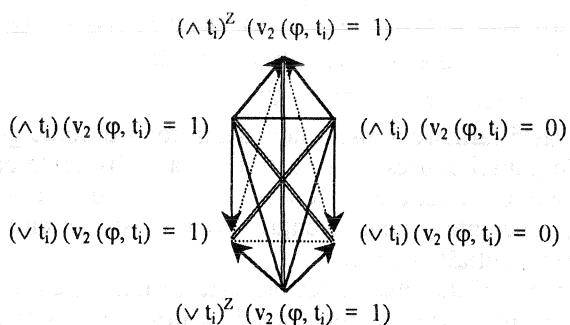
Printre altele, „citirea“ formulei scoate în arată că valoarea alethică a propoziției cum că *Andrei își înaintează demisia* este egală cu adevărul într-un moment oarecare aflat între ziua de astăzi (inclusiv) și ziua de poimîine (inclusiv).

Dintre aplicațiile cuantificărilor temporale ce pot fi adunate sub eticheta acestui paragraf, este demnă de reținut definiția implicării „diodoriene“ / „formale“, *id est* a operației de afirmare a relației de consecuție logică ( $\Rightarrow$ ).

(D63.1)  $(\varphi \Rightarrow \psi) = (\wedge t_i) ((v_2(\varphi, t_i) = 1) \rightarrow (v_2(\psi, t_i) = 1))$

(D63.2)  $(\varphi \Rightarrow \psi) = \sim(\vee t_i) ((v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\psi, t_i) = 0))$

La aceasta se poate adăuga o sistematizare a cuantificărilor temporale standard, sub forma unui hexagon de propoziții cuantificate în privința momentelor oarecare ce apar în structura lor.



79°. Hexagonul logic al schemelor judicative ce se obțin prin aplicarea unor cuantificări temporale standard

De regulă, se apreciază că diagrama de mai sus reunește și interconectează toate tipurile de propoziții declarative / apofantice. Apelînd, apoi, la o decriptare „desfășurată“, respectivele conexiuni se distribuie în șase echivalențe:  $\Phi$  (1) o propoziție este tautologică / totdeauna realizabilă, dacă și numai dacă valoarea acesteia este identică întotdeauna (în orice moment) cu adevărul;  $\Phi$  (2) o propoziție este inconsistentă / irealizabilă, dacă și numai dacă valoarea acesteia nu este niciodată (în nici un moment) egală cu adevărul;  $\Phi$  (3) o propoziție este (nehotărît -) realizabilă, dacă și numai dacă valoarea acesteia este uneori (cel puțin într-un mo-

ment) identică cu adevărul;  $\Phi$  (4) o propoziție este (nehotărît -) falsifiabilă, dacă și numai dacă valoarea alethică a acesteia nu este egală întotdeauna cu adevărul;  $\Phi$  (5) o propoziție este amfoteră / simplu - realizabilă, dacă și numai dacă este uneori, dar nu întotdeauna adevărată;  $\Phi$  (6) o propoziție este analitic - indecisă, dacă și numai dacă este întotdeauna sau nu este niciodată adevărată -, care pot fi transpuse în schemele referențiale (R61) – (R66).

$$(R61) (\varphi = \top) \Leftrightarrow (\wedge t_i) (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

$$(R62) (\varphi = \perp) \Leftrightarrow (\wedge t_i)^N (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

$$(R63) (\varphi \neq \perp) \Leftrightarrow (\vee t_i) (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

$$(R64) (\varphi \neq \top) \Leftrightarrow (\vee t_i)^N (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

$$R65) (\varphi \neq \perp \neq \top) \Leftrightarrow (\vee t_i)^Z (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

$$(R66) ((\varphi = \top) \vee (\varphi = \perp)) \Leftrightarrow (\wedge t_i)^Z (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

Asumarea cadrului „metalogic” sau evaluativ nu constituie singura cale de a recupera dimensiunea temporală. Există variante la fel de simple și elegante de a integra în formalisme factorul temporal, fără a depăși, însă, cadrul logicii de ordinul întâi.

Potrivit uneia dintre aceste alternative, timpul este considerat drept un element consitutiv al subiectului, iar nu un moment al adevărării propoziției respective.

Fie, într-o reluare ce aduce un spor de determinare, enunțul „*George Bush a fost în 1991 președintele SUA*”. Dacă ne situăm în cadrul evaluativ de analiză logică și dacă ținem seama de transcrierile formale ale constantelor nonlogice din alcătuirea respectivului enunț, potrivit schemelor (F12.1 – 3), se poate deriva formula „ $v_2 (P^1 (a), t) = 1$ ”.

$$(F12.1) f („George Bush”) = „a”$$

$$(F12.2) f („... este președintele SUA”) = „P<sup>1</sup>”$$

$$(F12.3) f („1991”) = „t”$$

Dar circumstanța temporală exprimată de data „1991” poate fi deplasată de pe afirmația că *George Bush este președintele SUA* pe subiectul acestei propoziții, *George Bush*. În urma efectuării operației rezultă un individ oarecum diferit de George Bush, anume, *George Bush din anul 1991*. Or, acestui individ concretizat temporal i se atribuie proprietatea de a fi președinte al SUA.

Sîntem de acord că multiplicarea indivizilor prin aplicarea operațiilor de „concretizare temporală” are implicații ontologice contestabile. Într-adevăr, e greu de acceptat că un individ, ca George Bush, trebuie să lase loc în plan ontologic unui număr practic infinit de indivizi. Mai apoi, nu e greu de sesizat că, într-o atare situație, cunoașterea ar fi imposibilă.

Se cuvine, așadar, să aducem unele precizări. Mai întîi, în conformitate cu principiul parcimoniei, nu vom efectua alte concretizări temporale de indivizi în afara celor strict necesare. De exemplu, ar fi absurd să ne referim la 3.600 de concretizări ale unui individ pe parcursul unei ore. În al doilea rînd, nu trebuie să uităm că subiectele afirmațiilor noastre nu sînt indivizi „ontici”, ci „semnificații extensionale”. Astfel, indivizii *George Bush din anul 1991* și *George Bush din anul 1997* pot fi socotiți identici în context ontologic, dar diferiți în context dis-

cursiv. Spre exemplu, proprietatea de a fi președinte al SUA se atribuie primului individ sub semnul adevărului, iar celui de-al doilea, sub semnul falsității.

Este de remarcat că în actele de comunicare apar frecvent afirmații referitoare la indivizi „mărginiți”<sup>86</sup>, și nu avem în vedere aici doar rezultatele concretizărilor temporale. Astfel, un individ, să zicem *Oscar*, care este (prin ipoteză) un scriitor strălucit, dar și un afacerist veros nu poate primi decât în mod ambiguu proprietatea de a fi demn de întreaga noastră considerație. La rigoare, sîntem îndreptățiți să afirmăm că doar *scriitorul Oscar* este demn de întreaga noastră considerație.

Revenind asupra enunțului declarativ „*George Bush a fost în 1991 președintele SUA*”, putem conveni că acesta exprimă aceeași propoziție ca și enunțul „*George Bush – la – momentul 1991 este președintele SUA*”. Mai departe, vom nota cu „temp” funcția de concretizare temporală, astfel încît termenul individual complex „*George Bush – la – momentul 1991*” să poată fi redat la nivel formal de parametrul „temp (a, t)”. După cum se poate constata, funcția: temp este definită pe mulțimea perechilor ordonate alcătuite din cîte un individ și cîte un moment și ia valori în mulțimea indivizilor concretizați temporal. În consecință, una dintre replicile formalizate ale enunțului „*George Bush a fost în 1991 președintele SUA*” poate fi: „ $P^1$  (temp (a, t))”.

Plasarea dimensiunii temporale a propozițiilor la nivelul subiectului logic nu stînjenește în nici un fel efectuarea operațiilor de cuantificare (oricare ar fi tipul acestora). Spre exemplu, expresia „*De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte*” – forma stilizată a enunțului „*Pentru cel puțin cinci (substituenți existenți ai momentului) t, t precedă momentul prezent și Miron – la – (momentul) t se află în pericol de moarte*”, poate fi asociată cu matricea de formalizare (80°).

|                                                                               |                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $f$ („ <i>Miron</i> ”)                                                        | „b”                                                |
| $f$ („... se află în pericol de moarte”)                                      | „ $P^1$ ”                                          |
| $f$ („ <i>De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte</i> ”) | „ $(5t) (P(t, a) \wedge P^1(\text{temp}(b, t)))$ ” |

80°. O matrice de formalizare aferentă enunțului „*De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte*”

Nimic nu ne împiedică, apoi, să rescriem formula obținută în contextul cuantificării nonstandard, în varianta „ $(5t)_p(t, a) P^1(\text{temp}(b, t))$ ”, ce reflectă enunțul natural „*Pentru cel puțin cinci substituenți existenți ai momentului din trecut t, Miron – la – t se află în pericol de moarte*”.

Ar rămîne, totuși, de adăugat o precizare cu privire la relațiile dintre indivizi și concretizările lor temporale. În acest sens, vom asuma ideea că o proprietate manifestată sub semnul adevărului de un individ este manifestată în același fel de toate concretizările temporale ale acestuia (trecute, prezente sau viitoare). Reciproca, însă, nu este valabilă.

A treia cale de reflectare a incidenței factorului timp în plan discursiv presupune deplasarea accentului logic la nivelul predicatului. Așadar, nu propoziția în

<sup>86</sup> Cu privire la această problemă recomandăm și: P. Stekeler - Weithofer, *Grundprobleme der Logik. Elemente einer Kritik der formalen Vernunft*, Walter de Gruyter, Berlin, 1986, p. 116.



ansamblul ei și nici subiectul acesteia, ci operația prin care respectivului subiect i se atribuie o proprietate constituie obiectul temporalizării.

Fie, din nou, enunțul „George Bush a fost în 1991 președintele SUA”. Dacă se acceptă reformularea coreferentă „George Bush este – la – momentul 1991 președintele SUA” și se reiau vechile formalizări ale „constantelor descriptive”, enunțului în atenție i se poate pune în corespondență formula „temp ( $P^1$ ,  $\lambda$ ) (a)”.

În ciuda omonimiei (de altfel, benigne) instalate, se poate remarca faptul că semnul „temp” permite obținerea unor operatori din alți operatori; așadar el nu funcționează acum ca operator *stricto sensu*. Astfel, aplicația pe care acesta o desemnează este definită pe mulțimea perechilor formate din câte un predicat și câte o circumstanță temporală și ia valori pe mulțimea concretizărilor temporale de predicate. Și din acest cadru explicativ lipsesc opreliștile specifice în ce privește aplicarea cuantificărilor temporale. Reluînd, din comoditate, enunțul „De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte” și expresiile formalizate aferente, putem institui propozițiile de identitate (I) și (II).

$$(I) (5t) (P(t, \lambda) \wedge \text{temp}(P^1, t)(b)) = (5t) (P(t, \lambda) \wedge P^1(\text{temp}(b, t)))$$

$$(II) (5t)_{\lambda(t, \lambda)} \text{temp}(P^1, t)(b) = (5t)_{\lambda(t, \lambda)} P^1 \text{temp}(b, t))$$

Problema temporalizării ne oferă prilejul unei analize mai detaliate a predicatelor. Așa cum am menționat deja, nu toți logicienii acordă importanță distincției dintre predicate și predicatori, *id est* dintre operațiile de afirmare a atributelor și semnele respectivelor operații. Din păcate, această ignorare a supoziției sub care apar predicatorii este dublată, de regulă, de eliminarea granițelor care separă termenii atributivi de predicatori, respectiv atributele de operațiile de afirmare a acestora. Or, aceste neglijențe terminologice și notaționale sînt generatoare de confuzii grave. Spre exemplu, expresiile „om” și „... este om” nu pot primi decît în mod ilicit același statut logico-semantic. Prima expresie este saturată și denotă un atribut monovalent, în timp ce a doua expresie este nesaturată și desemnează operația de afirmare a atributului denotat de expresia dinții.

Distincția *atribut – operație de atribuire / afirmare* ne permite să purcedem la o prezentare analitică a predicatelor. Componenta esențială a rezolvării acestor probleme este observația că în structura oricărui predicator (variabil, constant sau parametric) intervine același predicator constant, semnul operației de atribuire. Fie „atr”, reprezentarea operației de atribuire în  $L$ . Să acceptăm, în continuare, prin convenție, că șirurile numărabile ( $\langle A_i \rangle_{i \in \mathbb{N}}$ , ( $\langle A_i^{2''} \rangle_{i \in \mathbb{N}}$ , ( $\langle A_i^{3''} \rangle_{i \in \mathbb{N}}$  etc. conțin termeni atributivi parametrici, iar șirurile (de asemenea, numărabile) ( $\langle X_i^{1''} \rangle_{i \in \mathbb{N}}$ , ( $\langle X_i^{2''} \rangle_{i \in \mathbb{N}}$ , ( $\langle X_i^{3''} \rangle_{i \in \mathbb{N}}$  ș.a. termeni atributivi variabili.

**Observație.** În loc de „ $A_0^{i''}$ ”, „ $A_1^{i''}$ ” și „ $A_2^{i''}$ ”, respectiv „ $X_0^{i''}$ ”, „ $X_1^{i''}$ ” și „ $X_2^{i''}$ ” vom scrie uneori „ $A^{i''}$ ”, „ $B^{i''}$ ” și „ $C^{i''}$ ”, respectiv „ $X^{i''}$ ”, „ $Y^{i''}$ ” și „ $Z^{i''}$ ”.

Supunem, apoi, atenției regula „gramaticală” după care concatenarea predicatorului „atr” cu un atribut  $n$ -valent și  $n$  indivizi generează întotdeauna / în orice caz o formulă. Replica semantică a respectivei reguli revine la constatarea că aplicația desemnată de operatorul „atr” are ca domeniu de definiție mulțimea mulțimilor ordonate alcătuite din câte un atribut  $n$ -valent și  $n$  indivizi, iar drept domeniu de valori, mulțimea propozițiilor. În conformitate cu aceste reguli, expresiile de felul „atr ( $A^1$ , a)”, „atr ( $B^2$ , x, b)” sau „atr ( $Y^1$ ,  $f^1$  (c))” trebuie

considerate formule. După cum se observă, printre exemplele oferite, am înscris și o formulă a cărei singură componentă variabilă este un termen atributiv (monovalent). Am dorit, astfel, să atragem atenția asupra posibilității de a cuantifica propozițiile și în privința eventualelor atribute necunoscute din componența lor.

Pentru a completa inventarul posibilităților de recuperare în plan formal a dimensiunii temporale, propunem o ultimă revenire la enunțurile „George Bush a fost în 1991 președintele SUA” și „De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte”. Să valorificăm deocamdată posibilitatea redării analitice a predicatorilor (respectiv a predicatelor) în formalizarea primului enunț. Dacă se traduce prin „a” termenul individual „George Bush” și prin „A<sup>1</sup>” termenul atributiv „președinte al SUA” și dacă se asociază circumstanța „1991” (în expresie formală, „t”) cu operația de atribuire, respectivul enunț poate fi adus la formula „temp (atr, t) (A<sup>1</sup>, a)”.

Ultima variantă de deplasare a factorului temporal în cazul acestui enunț reclamă reconsiderarea operatorului „temp”. De data aceasta, el va redobîndi statutul de operator *stricto sensu*, dar prin asociere cu termenul atributiv „A<sup>1</sup>” și cu termenul circumstanțial „t”. În această împrejurare, enunțul „George Bush a fost în 1991 președintele SUA” se poate rescrie sub forma „George Bush este președintele SUA – la – (momentul) 1991” și este reflectat în plan logic de formula „atr (temp (A<sup>1</sup>, t), a)”. În mod analog, enunțul „De cel puțin cinci ori, Miron s-a aflat în pericol de moarte” poate fi tradus în *L* de formulele coreferente „(5t) (P (t, a) ∧ temp (atr, t) (B<sup>1</sup>, b))” și „(5t) (P (t, a) ∧ ∧ atr (temp (B<sup>1</sup>, t), b))”. (Ne permitem să lăsăm în seama cititorului identificarea formalizărilor prealabile asumate).

La capătul acestui periplu prin domeniul cuantificărilor temporale pot fi menționate cîteva considerații concluzive: ☞ (1) orice propoziție stă sub incidența factorului timp; ☞ (2) dimensiunea temporală a propozițiilor poate fi recuperată atît la nivelul logicii de ordinul doi, *id est* în contextul metalimbajului (și al evaluării), cît și la nivel propozițional (în contextul limbajului - obiect); ☞ (3) plasat în „interiorul” unei propoziții, timpul poate afecta fie subiectul, fie predicatul sau, dacă predicatul este reprodus analitic, fie operația de atribuire, fie atributul; ☞ (4) orice variantă de „localizare” a timpului am alege, cuantificările temporale (aflate în corespondență biunivocă cu cuantificările de individ) au un cîmp de acțiune neîngrădit; ☞ (5) cuantorii temporali nu sînt singurii operatori capabili să reflecte demersuri cantitative cu privire la timp (această afirmație va fi justificată într-un alt paragraf); ☞ (6) nu întotdeauna este oportună explicitarea supozițiilor temporale.

O dată cu prezentarea analitică a predicatelor, s-a creat posibilitatea de a introduce în formalisme noi grupe de cuantori.

S-a făcut, anterior, mențiunea că felul oricărui predicator este hotărît de tipul termenului atributiv alcătuitor. Altfel spus, calificativele „variabil”, „constant” ori „parametric” se transmit direct de la termenul atributiv la predicatorul pe care îl constituie.

Înainte de a discuta problema cuantificării în noul context, este potrivit să se discrimineze în *L* o familie de șiruri numărabile – („X<sub>i</sub><sup>1</sup>”) <sub>i</sub> ∈ N, („X<sub>i</sub><sup>2</sup>”) <sub>i</sub> ∈ N, („X<sub>i</sub><sup>3</sup>”) <sub>i</sub> ∈ N, ... –, ale căror elemente slujesc la redarea sintetică a predicatelor ce conțin cîte un atribut cu totul indeterminat.

**Observație.** Pentru a simplifica notația, propunem valorificarea coreferenței semnelor „ $X_0$ ”, „ $X_1$ ” și „ $X_2$ ” cu expresiile „ $X^i$ ”, „ $Y^i$ ” și „ $Z^i$ ”.

Fie enunțul „*Paul are toate calitățile unui om de stat*”. Dacă se adoptă modalitatea analitică de reprezentare a predicatelor și dacă se instituie traduceri formale (F13.1) – (F13.2), exemplul supus atenției revine la formula predicțională „ $(\wedge X^1) ((\wedge x) (\text{atr} (B^1, x) \rightarrow \text{atr} (X^1, x)) \rightarrow \text{atr} (X^1, c))$ ”.

$$(F13.1) f („Paul”) = „c”$$

$$(F13.2) f („om de stat”) = „B^1”$$

Dacă, dimpotrivă, se preferă redarea sintetică a predicatelor, în corelație cu formalizările (F14.1) și (F14.2), același enunț poate fi asociat cu formula „ $(\wedge X^1) ((\wedge x) (P^1(x) \rightarrow X^1(x)) \rightarrow X^1(c))$ ”.

$$(F14.1) f („Paul”) = „c”$$

$$(F14.2) f („... este un om de stat”) = „P^1”$$

Am invocat aceste două variante de formalizare pentru a ilustra posibilitatea de a distinge clar între CUANTIFICĂRILE ATRIBUTIVE și CUANTIFICĂRILE PREDICĂȚIONALE. Astfel, grafemul „ $(\wedge X^1)$ ” / „*pentru orice substituent existent al proprietății  $X^1$ , ...*” este semnul unei cuantificări atributive, în timp ce „ $(\wedge X^1)$ ” – „*pentru orice substituent existent al predicatului  $X^1$ , ...*” – reprezintă o operație de cuantificare predicțională. Are, însă, vreo relevanță această distincție? – Uneori, da. Există anumite împrejurări (una dintre ele fiind legată de recuperarea factorului timp prin concretizarea temporală a atributelor) care ne pun în fața necesității de a reda predicatele de-o manieră analitică. În aceste condiții, enunțurile variabile de forma „ $X_i^{n+1}(\alpha_0, \dots, \alpha_n)$ ” se cer reformulate potrivit schemei predicționale „ $\text{atr}(X_i^{n+1}, \alpha_0, \dots, \alpha_n)$ ”. Or, specificările acestei din urmă scheme se asociază mai curînd cu cuantorii atributivi decît cu cuantorii predicționali.

Este drept că alteori descompunerea predicatorilor și utilizarea cuantorilor atributivi complică inutil analiza logică. Astfel, în formalizarea enunțului „*Radu nu mai are relații cu Mircea*”, avem toate motivele să preferăm angajarea formulei (I), în locul formulei (II).

$$(I) „(\vee t) (\vee X^2) (P(t, a) \wedge (\vee_2 (X^2(a, b), t) = 1) \wedge (\vee_2 (X^2(a, b), a) = 0))”$$

$$(II) „(\vee t) (\vee X^2) (P(t, a) \wedge (\vee_2 (\text{atr}(X^2, a, b), t) = 1) \wedge \wedge (\vee_2 (\text{atr}(X^2, a, b), a) = 0))”$$

Pendularea între cuantificările atributive și cuantificările predicționale permite o redare mai nuanțată a propozițiilor cuantificate. Spre exemplu, identitatea schemelor  $\text{atr}(X^1, \alpha)$  și  $X^1(\alpha)$  atrage după sine identitatea generalizărilor existențiale  $(\vee X^1) \text{atr}(X^1, \alpha)$  și  $(\vee X^1) X^1(\alpha)$ , dar nu anulează o diferență (minimă) de accent. Astfel, formulele „ $(\vee X^1) \text{atr}(X^1, \alpha)$ ” și „ $(\vee X^1) X^1(\alpha)$ ” sînt reproduse de sintagmele sensibil distincte „*Există cel puțin o proprietate pe care o manifestă  $\alpha$* ” / „*Există cel puțin o proprietate care se afirmă despre  $\alpha$  sub semnul adevărului*” și „*Există cel puțin un predicat pe care îl satisface  $\alpha$* ” / „*Există cel puțin un predicat pe care  $\alpha$  îl complinește sub semnul adevărului*”.

În ceea ce privește clasificarea cuantorilor atributivi și a celor predicationali, se poate urmări pas cu pas modalitatea de proliferare a cuantorilor de individ. Cuantorilor „tradiționali” din șirurile numărabile  $(\wedge X_i^n)_{i, n \in \mathbb{N}; n \neq 0}$  și  $(\vee X_i^n)_{i, n \in \mathbb{N}; n \neq 0}$ , respectiv  $(\wedge X_i^n)_{i, n \in \mathbb{N}; n \neq 0}$  și  $(\vee X_i^n)_{i, n \in \mathbb{N}; n \neq 0}$ , li s-ar adăuga ceilalți cuantori „standard” și, în sfârșit, cuantorii „nonstandard”. Astfel, se asistă la o înmulțire semnificativă a cuantorilor din logica de ordinul doi, fără a fi luați în considerare determinanți cantitativi diferiți de aceia care populează logica clasică. Perspectiva s-ar putea întregi, apoi, cu definiții, reguli și diagrame logice calchiate pe modelul constituenților analogi din aceeași logică de bază.

Ajunși la acest punct, trebuie să abordăm, fie și tangențial, chestiunea „universalilor”. Jocul sintactic care ne-a permis să construim propoziții cuantificate în privința unor atribute oarecare din componența lor se cere circumscris unei carcase semantice, cu alte cuvinte el trebuie acomodat la diverse domenii de interpretare (lumea reală, universul lucrurilor existente sau „universul existenței plus nimicul”). Deși ne-am raportat constant la cuantificările neutre (specifice logicii libere), nu putem face abstracție de posibilitatea dublării acestor operații cu cuantificările similare ancorate în lumea reală. Însă, această corelare a cuantificărilor de ordinul doi care nu se referă la indivizi nu este lipsită de obstacole. Spre exemplu, „lectura” formulei  $(\vee X_i^{n+1}) \text{ atr } (X_i^{n+1}, \alpha_0, \dots, \alpha_n)$  – „există cel puțin un atribut real pe care îl manifestă indivizii  $\alpha_0, \dots, \alpha_n$ ” – ridică problema existenței factuale a atributelor.

Soluția filosofică cea mai convenabilă la această temă este datorată lui Aristotel. În lumina acestei perspective, universalile (sau atributele):  $\Phi$  (1) revin lucrurilor individuale;  $\Phi$  (2) subzistă în intelect *sub specie universalitatis et aeterni*;  $\Phi$  (3) se spun / enunță despre lucrurile individuale;  $\Phi$  (4) nu sînt lucruri individuale;  $\Phi$  (5) au un caracter necesar;  $\Phi$  (6) sînt anterioare din punct de vedere logic față de indivizi <sup>87</sup>.

Așadar, în măsura în care se situează în planul gîndirii, atributele sînt entități abstracte, și atîta timp cît, distribuindu-se, conferă inteligibilitate indivizilor despre care admitem că aparțin lumii reale, atributele sînt entități reale.

Rămîne, evident, insatisfacția pricinuită de relativismul pragmatic indus, întrucît, pînă la urmă, domeniul realului este constituit prin convențiile adoptate de membrii comunităților lingvistice. Oricît ar părea de trivial, un atribut este real, dacă și numai dacă este manifestat de indivizi aparținînd lumii reale; în continuare, se poate spune că o lume este reală, dacă și numai dacă participanții la actul de comunicare consimt că așa stau lucrurile.

Aceste considerații oarecum banale pot dobîndi replici în contextul logicii formale. Dacă se admite că elementele șirurilor numărabile:  $(\wedge_i \Lambda_i^{1''})_{i \in \mathbb{N}}$ ,  $(\wedge_i \Lambda_i^{2''})_{i \in \mathbb{N}}$ ,  $(\wedge_i \Lambda_i^{3''})_{i \in \mathbb{N}}$  etc. sînt termeni atributivi schematici, ce pot fi specificați în limbajul formalizat  $L$  sau în limba română prin termeni atributivi variabili, constanți ori parametrici, atunci existența factuală a atributelor este definibilă prin regula reciprocă validă (R67).

$$(R67) E_a (\Lambda_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\exists x_0) \dots (\exists x_n) \text{ atr } (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \dots, x_n)$$

<sup>87</sup> Cf. Athanase Joja, *Studii de logică*, IV, Editura Academiei, București, 1976, pp. 31-3; A. Surdu, *Problema universalului la Aristotel din perspectiva lucrării „Categoriae”*, în: „Probleme de logică”, V, Editura Academiei, București, 1973, p. 293.

Pe temeiul definirii existenței factuale a atributelor prin intermediul existenței factuale a indivizilor care le manifestă, putem explicita și cuantificarea existențială atributivă, prin regula de derivare validă (R68).

$$(R68) (\exists X_i^{n+1}) \text{ atr } (X_i^{n+1}, \alpha_0, \dots, \alpha_n) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (\exists x_0) \dots (\exists x_n) ((x_0 = \alpha_0) \wedge \dots \wedge (x_n = \alpha_n) \wedge \text{atr } (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \dots, x_n))$$

Extinzînd analiza la domeniul logicii libere, se pot defini cu ușurință existența (simplă: fie actuală, fie ficțională) și inexistența atributelor, conform cu schemele inferențiale (R69) – (R70).

$$(R69) E (\Lambda_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Sigma x_0) \dots (\Sigma x_n) ((x_0 \neq \wedge) \wedge \dots \wedge (x_n \neq \wedge) \wedge \text{atr } (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \dots, x_n))$$

$$(R70) I (\Lambda_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Pi x_0) \dots (\Pi x_n) (\text{atr } (\Lambda_i^{n+1}, x_0, \dots, x_n) \rightarrow \rightarrow (x_0 = \dots = x_n = \wedge))$$

În mod analog ar putea fi tratată problema existenței predicatelor. Astfel, un predicat este inexistent / inconsistent, dacă și numai dacă singurul obiect care îl satisface este nimicul. Dimpotrivă, sînt existente / consistente toate predicatele ce sînt satisfăcute de obiecte existente. În sfîrșit, predicatele satisfăcute de obiecte actuale vor fi considerate, la rîndul lor, actuale. Utilizînd predicatorii schematici din șirurile:  $(\cdot, \varphi_i^{1''})_{i \in \mathbb{N}}$ ,  $(\cdot, \varphi_i^{2''})_{i \in \mathbb{N}}$ ,  $(\cdot, \varphi_i^{3''})_{i \in \mathbb{N}}$  etc., afirmațiile de mai sus revin la schemele inferențiale (R71) – (R75).

$$(R71) I (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Pi x_0) \dots (\Pi x_n) (\varphi_i^{n+1} (x_0, \dots, x_n) \rightarrow (x_0 = \dots = x_n = \wedge))$$

$$(R72) E (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Sigma x_0) \dots (\Sigma x_n) ((x_0 \neq \wedge) \wedge \dots \wedge (x_n \neq \wedge) \wedge \varphi_i^{n+1} (x_0, \dots, x_n))$$

$$(R73) E (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\forall x_0) \dots (\forall x_n) \varphi_i^{n+1} (x_0, \dots, x_n)$$

$$(R74) E_a (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\Sigma x_0) \dots (\Sigma x_n) (E_a (x_0) \wedge \dots \wedge E_a (x_n) \wedge \varphi_i^{n+1} (x_0, \dots, x_n))$$

$$(R75) E_a (\varphi_i^{n+1}) \Leftrightarrow (\forall x_0) \dots (\forall x_n) \varphi_i^{n+1} (x_0, \dots, x_n)$$

Să adăugăm în încheierea acestor considerații că circularitatea instalată la nivelul definițiilor existenței (respectiv ale inexistenței) nu este vicioasă cîtă vreme conceptele care intervin sînt corelative. Spre exemplu, așa cum s-a putut remarca, existența actuală a indivizilor presupune existența actuală a atributelor sau a predicatelor și reciproc. Dintre aplicațiile noilor cuantificări, ne mulțumim să supunem atenției doar definiția contextuală a operației de identificare a indivizilor, sub forma regulilor (R76) – (R77).

$$(R76) (\alpha_0 = \dots = \alpha_n) \Leftrightarrow (\wedge X_i^1) (X_i^1 (\alpha_0) \leftrightarrow \dots \leftrightarrow X_i^1 (\alpha_n))$$

$$(R77) (\alpha_0 = \dots = \varphi_n) \Leftrightarrow (\wedge X_i^1) (\text{atr } (X_i^1, \alpha_0) \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \text{atr } (X_i^1, \alpha_n))$$

Alături de cuantorii temporali, atributivi sau predicationali, își găsesc locul în logica de ordinul doi și CUANTORII PROPOZIȚIONALI<sup>88</sup>. Prin efectuarea operației-

<sup>88</sup> O cercetare aplicată a cuantoriilor propoziționali (*propositional quantifiers*) este de găsit la: Doroty L. Grover, *Propositional Quantifiers*, în: „Journal of Philosophical Logic”, 1, 1972, pp. 111-36.

5 - Regimuri ale cantității în logica formală

lor desemnate de acești operatori, se obțin generalizări de propoziții cu privire la propozițiile simple necunoscute care intră în alcătuirea lor.

Deși au o incidență ridicată în practica discursivă, cuantificările propoziționale au fost utilizate cu multă rezervă în construirea formalismelor. La originea acestei reticente se prea poate să stea felul în care sînt considerate îndeobște enunțurile variabile (în formularea standard: variabilele propoziționale). Astfel, logicienii aparținînd tradiției fregeene utilizează aceste expresii ca nume echivoce ale valorilor de adevăr, în ultimă instanță, ca „variabile de valori de adevăr”. Or, în atare situație, cuantificările propoziționale sînt greu aplicabile.

Cel mai favorabil cadru de aplicare a cuantificărilor în atenție poate fi asigurat prin interpretarea enunțurilor (declarative) drept semne ale unor idei (sau obiecte noetice) care tolerează o evaluare alethică. Mai apoi, aceste idei pot fi considerate complet determinate, cunoscute într-un context dat ori complet necunoscute, în funcție de expresiile chemate să le materializeze (constante, parametri, respectiv variabile).

Urmînd maniera de prezentare a celorlalte cuantificări din logica de ordinul doi, nu vom reproduce exhaustiv specificările cuantificării propoziționale schematice ( $Qp_i$ ). Este suficient să amintim aici că ele conțin toți determinanții cantitativi din logica de bază (ortodoxă sau neortodoxă). Însă, ne vom strădui să evidențiem cele mai oportune prilejuri de aplicare ale acestora.

În paragraful consacrat regulilor de control al cuantificărilor de individ clasice am folosit constanta „ $\Rightarrow$ ” pentru a desemna operația de stabilire a relației de consecuție logică. Cu acel prilej, am insistat asupra precizării că această relație este plasată în orizont sintactic (în speță, în sistemul deducției naturale *SD*).

În acord cu majoritatea logicienilor, vom face apel și la replica „semantică” a respectivei operații, căreia îi vom alocă în *L* conectorul „ $\therefore$ ”. Vom considera, apoi, că formula „ $\varphi_0, \dots, \varphi_i \therefore \varphi_j$ ” reprezintă rezultatul instituirii relației de consecuție semantică între propozițiile  $\varphi_0, \dots, \varphi_i$  și  $\varphi_j$ . Lecturile aferente acestei formule ar fi următoarele: (1) „dacă propozițiile  $\varphi_0, \dots, \varphi_i$  sînt adevărate, atunci, în mod necesar, valoarea logică a propoziției  $\varphi_j$  se identifică cu adevărul”; (2) „este imposibil ca propozițiile  $\varphi_0, \dots, \varphi_i$  să fie adevărate, iar  $\varphi_j$  falsă”; (3) „generalizarea universală (mai exact: universal - afirmativă) a propoziției  $(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) \rightarrow \varphi_j$ , cu privire la toate propozițiile simple din componența ei este adevărată”.

Dacă  $\varphi_j$  decurge semantic dintr-o mulțime de ipoteze vidă, *id est*, dacă  $\varphi_j$  este o consecință semantică a tautologiei –  $\therefore \varphi_j$ , respectiv  $\top \therefore \varphi_j$ , atunci se poate spune că: (1)  $\varphi_j$  este o propoziție tautologică; (2)  $\varphi_j$  este adevărată pentru orice valoare a propozițiilor simple din alcătuirea ei; (3) generalizarea universală a propoziției  $\varphi_j$  cu privire la propozițiile simple alcătuitoare este adevărată<sup>89</sup>.

Din cele afirmate se desprinde ideea că operația de derivare a unei consecințe semantice dintr-o mulțime de premise nevidă, respectiv din propoziția  $\top$  se lasă definită în termenii unor cuantificări universale propoziționale.

Să presupunem că propozițiile care specifică premisele și concluzia schemei  $\varphi_0, \dots, \varphi_i \therefore \varphi_j$  sînt construite prin aplicarea unora dintre conectivele  $\sim, \rightarrow, \wedge,$

<sup>89</sup> D. M. Gabbay, C. J. Hogger și Julia A. Robinson (eds.), *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, I: „Logical Foundations” (co - ordinator: J. Siekmann), Clarendon Press, Oxford, 1993, pp. 6 sqq. Ne-am permis să adaptăm ideile autorilor la sistemul terminologic și notațional al prezentei lucrări.

$\vee$  și  $\leftrightarrow$  la câteva elemente ale șirului  $A_k, \dots, A_n$ . Potrivit acestor date, modul de aplicare al operației de stabilire a relației de consecuție semantică se determină în propoziția de identitate (D64).

$$(D64) (\varphi_0, \dots, \varphi_i \therefore \varphi_j) = (\wedge p_k) \dots (\wedge p_n) (\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i \rightarrow \varphi_j) [p_k / A_k, \dots, p_n / A_n]$$

În același fel, dacă în  $\varphi_i$  intervin doar denotatele unora dintre parametrii enunțiativi „ $A_k$ ”, ..., „ $A_n$ ” și câteva dintre conectivele verifuncționale menționate mai sus, inferența medadică:  $\therefore \varphi_j$  este intersubstituibilă *salva - validitate* cu propoziția universală  $(\wedge p_k) \dots (\wedge p_n) \varphi_j [p_k / A_k, \dots, p_n / A_n]$ .

Fie, de pildă, textul inferențial „Acum este ziuă. Deci, dacă acum plo- uă, acum este ziuă”. Supusă operației de formalizare în contextul unei analize sintetice moleculare, această secvență lingvistică naturală poate fi transpusă în limbajul formalizat  $L$  sub forma „ $A \Rightarrow B \rightarrow A$ ” / „ $A \therefore B \rightarrow A$ ”. (Corespon- dențele care motivează derivarea respectivei formule sînt evidente.) Validitatea regulii de transformare  $A \Rightarrow B \rightarrow A$  este neîndoielnică, fapt ce poate fi demon- strat și în sistemul deducției naturale  $SD$ .

|                      |                          |
|----------------------|--------------------------|
| 1. A                 | ipoteză primară          |
| 2. B                 | ipoteză auxiliară        |
| 3. A                 | 1: (R)                   |
| 4. $B \rightarrow A$ | 2-3: ( $I \rightarrow$ ) |

81°. O demonstrație în  $SD$  a inferenței  $A \Rightarrow B \rightarrow A$

Întrucît sistemul formal  $SD$  este consistent, putem afirma, mai departe, că propoziția  $B \rightarrow A$  este o consecință semantică a premisei  $A$ , adică,  $A \therefore B \rightarrow A$ . De altfel, corectitudinea formală a inferenței  $A \therefore B \rightarrow A$  poate fi dovedită o dată cu dezvăluirea caracterului tautologic al condiționalului  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ .

| $v_2(A)$ | $v_2(B)$ | $v_2(B \rightarrow A)$ | $v_2(A \rightarrow (B \rightarrow A))$ |
|----------|----------|------------------------|----------------------------------------|
| 1        | 1        | 1                      | 1                                      |
| 1        | 0        | 1                      | 1                                      |
| 0        | 1        | 0                      | 1                                      |
| 0        | 0        | 1                      | 1                                      |

82°. Matricea de adevăr aferentă propoziției formale  $A \therefore B \rightarrow A$

În sfîrșit, pe temeiul constatării că propoziția  $B \rightarrow A$  este o consecință lo- gică (în același timp, sintactică și semantică) a propoziției  $A$ , se poate aserta cu îndreptățire generalizarea universală a implicației  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ , adică, a pro- poziției  $(\wedge p) (\wedge q) (p \rightarrow (q \rightarrow p))$ , aceeași cu  $(\wedge p q) (p \rightarrow (q \rightarrow p))$ .

Prin urmare, conținuturile sau valorile alethice ale propozițiilor simple ce intră în alcătuirea unei inferențe valide nu prezintă din punctul de vedere al logicii formale nici un interes<sup>90</sup>. Oricare ar fi substituțiile operate asupra lor, validitatea

<sup>90</sup> Recomandăm cu privire la această problemă: P. Hoynigen - Huene, *Formale Logik. Eine philosophische Einführung*, Reclam, Stuttgart, 1998, pp. 19 sqq.

inferenței pe care o compun se păstrează. Aceasta înseamnă că, la limită, propozițiile simple alcătuitoare pot fi înlocuite cu negațiile lor. Spre exemplu, este cât se poate de corectă formal derivarea afirmației condiționale că *acum nu este ziudă, dacă (acum) nu plouă* din propoziția că *acum nu este ziudă*.

O ilustrare similară este lesne de găsit și în cazul inferențelor medadice. De exemplu, corectitudinea logică a inferenței  $\therefore A \vee \sim A / \Rightarrow A \vee \sim A$  – ce reproduce la nivel formal semnificația enunțului natural „*Indiscutabil / În mod necesar / Așadar, 2 este un număr par sau 2 nu este un număr par*” – poate fi dovedită atât în context sintactic cât și în context semantic. Derivarea (83°) din *SD* și matricea verifuncțională (84°) întemeiază pe deplin aserțiunea că propoziția  $A \vee \sim A$  este concomitent o teoremă din *SD*, respectiv o propoziție tautologică.

În aceste condiții este justificată și afirmarea generalizării universale a propoziției  $A \vee \sim A$ , *id est* a propoziției  $(\wedge p) (p \vee \sim p)$ . Aceasta revine la a spune că toate substituțiile propoziției  $A \vee \sim A$  (fie formalizate, fie naturale) sînt adevărate.

Dacă ar îndeplini doar rolul de a defini operația de consecuție logică, cuantificările propoziționale ar putea lăsa impresia unor constructe artificioase, iscate din jocul gratuit al logicienilor formalisti. Însă, contrar aparențelor, cuantificările propoziționale intervin cel mai frecvent în situațiile cotidiene de comunicare.

|                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| 1. $\sim (A \vee \sim A)$ | <i>ipoteză primară</i>   |
| 2. $A$                    | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 3. $A \vee \sim A$        | 2: ( $I \vee$ )          |
| 4. $\sim (A \vee \sim A)$ | 1: ( $R$ )               |
| 5. $\sim A$               | 2-4: ( $I \sim$ )        |
| 6. $\sim A$               | <i>ipoteză auxiliară</i> |
| 7. $\sim A \vee A$        | 6: ( $I \vee$ )          |
| 8. $A \vee \sim A$        | 7: ( $C \vee$ )          |
| 9. $\sim (A \vee \sim A)$ | 1: ( $R$ )               |
| 10. $A$                   | 6-9: ( $E \sim$ )        |
| 11. $A \vee \sim A$       | 1-10: ( $E \sim$ )       |

| $v_2 (A)$ | $v_2 (\sim A)$ | $v_2 (A \vee \sim A)$ |
|-----------|----------------|-----------------------|
| 1         | 0              | 1                     |
| 0         | 1              | 1                     |

83°–84°. O demonstrație în *SD* a propoziției formale  $A \vee \sim A$ , respectiv tabelul de adevăr aferent acesteia

Spre exemplu, să presupunem că, într-o conversație banală, Aurel spune despre Lucian că este credul. Gîndul pe care Aurel l-a afirmat implicit și pe care partașii la „nevinovată” bîrfă l-au înțeles explicit este acela că Lucian crede toate propozițiile formulate de orice individ. După cum se vede, propoziția rostită de Aurel conține (e drept, mascat) o cuantificare de individ și o cuantificare propozițională. Ne putem imagina, apoi, că Aurel este contrazis. Marian susține că, dimpotrivă, Lucian este un sceptic. Cu alte cuvinte, Marian spune că Lucian se



îndoiește de toate afirmațiile, oricare ar fi autorii lor. Așadar, și aici avem de-a face cu o cuantificare propozițională.

Sincategoremele - cheie utilizate mai sus - „... afirmă că ...”, „... crede că ...” și „... se îndoiește că ...” - desemnează trei operații binare (ultimele două aflate în relație de contradicție), care se definesc pe produsul cartezian al mulțimii locutorilor cu mulțimea propozițiilor și iau valori în mulțimea propozițiilor.

**Notă.** Potrivit unei terminologii devenite clasice, locutorii sînt persoane care participă la o situație de comunicare.

Elemente constitutive ale (sub -) limbajului specific logicii opiniilor, respectivele expresii își dezvăluie statutul aparte de operatori cu argumente eterogene, care prin concatenarea cu cîte un termen (individual), mai exact, cu cîte un termen capabil să stea pentru un locutor și cu cîte un enunț au drept rezultate enunțuri.

Fie „af”, „cr” și „îd”, operatorii constanți din  $L$ , care abreviază sincategoremele naturale „... afirmă că ...”, „... crede că ...” și „... se îndoiește că ...” și „L”, un predicator monadic constant ce desemnează operația de atribuire a calității de locutor. Această adăugire minimă de simboluri la vocabularul limbajului  $L$  permite travestirea formală a tuturor enunțurilor de opinie care conțin expresiile asertării, credinței, respectiv îndoielii și contribuie la reliefaarea eventualelor determinări cantitative conținute.

Spre exemplu, dacă promovăm desemnările (F15.1) - (F15.2), atunci enunțul „Lucian crede (orbește) spusele șefului său de partid” este explicitat în  $L$  de formula „ $(\wedge p) (L(b) \wedge L(f^1(b)) \wedge af(f^1(b), p) \rightarrow cr(b, p))$ ”.

$$(F15.1) f(\text{„Lucian”}) = „b”$$

$$(F15.2) f(\text{„șeful de partid al lui ...”}) = „f^1”$$

Să mai consemnăm faptul că logica opiniilor oferă un cadru propice pentru aplicarea celor mai diverse cuantificări. Astfel, enunțul „Cele mai multe afirmații ale lui Viorel sînt neîndoielnice” conține o cuantificare stocastică propozițională și (de-o manieră implicită) o cuantificare universală de individ. Sub rezerva acceptării corespondenței (F16), enunțul respectiv poate fi adus la formula „ $(Up) (L(c) \wedge af(c, p) \rightarrow (\wedge x) (L(x) \rightarrow cr(x, p)))$ ”.

$$(F16) f(\text{„Viorel”}) = „c”$$

Apelînd, apoi, la un alt exemplu, putem observa că enunțul „Orice bărbat pune la îndoială de multe ori toate spusele soției sale” reprezintă rezultatul efectuării a trei generalizări eterogene: o cuantificare de individ universal - afirmativă, o cuantificare temporală stocastică particular - afirmativă și o cuantificare propozițională universal - afirmativă. Astfel, dacă se adoptă formalizările (F17.1 - 2), atunci traducerea formală a respectivului enunț natural este asigurată de formula „ $(\wedge x) (\wedge p) (Q^1(x) \wedge L(x) \wedge L(g^1(x)) \wedge af(g^1(x), p) \rightarrow (W't) (v_2(\text{id}(x, p), t) = 1))$ ”

$$(F17.1) f(\text{„... este bărbat”}) = „Q^1”$$

$$(F17.2) f(\text{„soția lui ...”}) = „g^1”$$

Evident, șirul enunțurilor-prototip pentru expresiile de generalizări multiple (unele dintre ele, propoziționale) din domeniul opinabilului poate continua cu exemple și mai complexe, ilustrîndu-se o dată în plus propensiunea locutorilor în spre comunicarea nuanțată.

Întorcându-ne în orizontul rarefiat al formalismelor, putem poposi la o nouă grupă de cuantificări, anume: *CUANTIFICĂRILE DE CONECTIVĂ*. Circumscrie încercărilor de întemeiere a sistemelor formale pe un corpus de primitive cât mai redus, noile operații presupun îmbogățirea limbajelor formalizate cu subclasa conectorilor variabili. În acest sens, vom considera că șirul  $(„d_i”)_{i \in \mathbb{N}}$  din  $L$  reunește chiar expresiile de acest tip.

Cele mai cunoscute demersuri formale în care apar împreunate cuantificările de conectivă și cuantificările propoziționale sînt legate de școala de logică poloneză. Datorată lui Stanislaw Leśniewski, prima încercare de acest fel – protothetica – avea menirea de a constitui împreună cu alte două sisteme axiomatice – ontologia și merologia – „o teorie generală a obiectelor, susceptibilă să fundamenteze matematicile mai satisfăcătoare decît o făcuse logica” [64: 22]. Pe de altă parte, Alfred Tarski a trecut la folosirea combinată a cuantificărilor propoziționale și a cuantificărilor de conectivă o dată cu construirea unui sistem logic fundat pe numai două constante primitive: semnul echivalării și determinantul cuantificărilor universale. Spre exemplificare, redăm mai jos, cu mijloacele limbajului  $L$ , definițiile tarskiene ale conjugării și ale negării [16: 22].

$$(D65) (\wedge p_i) (\wedge p_j) ((p_i \wedge p_j) \leftrightarrow \\ \leftrightarrow (\wedge d_n) (p_i \leftrightarrow ((\wedge p_k) (p_i \leftrightarrow d_n (p_k))) \leftrightarrow (\wedge p_p) (p_p \leftrightarrow d_n (p_p))))$$

$$(D66) (\wedge p_i) (\sim p_i \leftrightarrow (p_i \leftrightarrow (\wedge p_j) p_j))$$

În sfîrșit, ar mai fi de amintit aici modificările aduse de Church și Sobocinski unora din tezele calculelor propuse de Leśniewski și Tarski. Fără a intra în perimetrul acestor analize, se poate reține la încheierea acestei sumare prezentări posibilitatea de a diversifica respectivele operații de cuantificare potrivit schemei de proliferare a cuantificărilor de individ.

În capitolul consacrat preliminarilor terminologice, am stăruit asupra precizării că faptele (sau stările de lucruri) sînt desemnate de elementele unei clase aparte de termeni, iar nu de enunțuri. Reamintim că pe tot parcursul acestei prezentări, enunțurile (declarative) sînt tratate ca nume ale unor afirmații, *i. e.* ale unor idei evaluabile sub raportul valorii de adevăr. Am convenit, apoi, ca acești termeni să fie numiți, prin analogie cu expresiile similare, termeni factici. Cum se construiesc, însă, termenii factici și, implicit, denotatele lor, stările de lucruri?

Calea cea mai simplă presupune adoptarea unui subnector monadic „*faptul că ...*”, în calitate de semn al unei operații care se definește pe mulțimea propozițiilor și care ia valori în mulțimea stărilor de lucruri. Dacă acceptăm, prin convenție, că subnectorul constant „sl” redă în  $L$  semnificația sincategoremei naturale „*faptul că ...*”, putem spune că „sl ( $\phi$ )” este o schemă de termeni factici. Printre specificările acestei structuri logice se numără, de exemplu, termenii formalizați „sl ( $A$ )” și „sl ( $P^1 (f^1 (a)) \leftrightarrow B$ )”, precum și termenii naturali „*faptul că Socrate este filosof*”, „*faptul că fiul lui Vasile este supărat, dacă și numai dacă a fost concediat*” etc.

A doua variantă de formare a termenilor factici reclamă folosirea unei constante pentru a desemna operația care, aplicată la un atribut, generează o funcție. Dacă „g” este semnul respectivei operații în  $L$ , atunci expresiile „g ( $A^1$ )”, „g ( $B^2$ )”, „g (temp ( $A^1$ , t))” ș.a. dobîndesc în  $L$  statutul de operator *stricto sensu*, iar

„g (A<sup>1</sup>) (x)“, „g (B<sup>2</sup>) (x, b)“, „g (temp (A<sup>1</sup>, t)) (a)“ etc., statutul de termen factic. Într-o exemplificare naturală, din termenii atributivi „*asasin*“ și „*a iubi*“ se pot obține operatorii *stricto sensu* „*asasinarea lui ...*“ și „*iubirea dintre ... și ...*“, iar apoi, termenii factici „*asasinarea lui Cezar*“ și „*iubirea dintre Tristan și Isolda*“.

În paranteză fie spus, se constată cu ușurință analogia acestor operatori cu specificările operatorului *stricto sensu* individual „f<sub>i</sub><sup>k</sup>“ (i și k ∈ N; k ≠ 0). La rigoare, sîntem în măsură să susținem că „simbolurile funcționale“ clasice constituie variantele sintetice ale concatenărilor unei constante logice, să zicem: „f“, cu cîte un atribut. Cu alte cuvinte, am avea de-a face aici cu valorificarea propoziției schematice de identitate „f (A<sub>i</sub><sup>k</sup>)“ = „f<sub>i</sub><sup>k</sup>“. Făcînd apel la un exemplu natural, vom observa că din termenul atributiv „*asasin*“ se poate obține operatorul *stricto sensu* individual „*asasinul lui ...*“ și, în continuare, prin concatenarea lui cu termenul „*J. F. Kennedy*“, termenul individual „*asasinul lui J. F. Kennedy*“.

Dincolo de aceste „jocuri de limbaj“, rămîne de reținut instrumentarul formal capabil să redea CUANTIFICĂRILE FACTICE INDIRECTE. Spunem cuantificări indirecte, deoarece generalizarea propozițiilor cu privire la faptele care apar în structura lor nu se realizează cu ajutorul unor „cuantori factici“, ci prin intermediul cuantorilor propoziționali, respectiv al cuantorilor atributivi și al cuantorilor de individ.

Fie, de pildă, enunțul „*Ziariștii relatează majoritatea faptelor în mod tendențios*“. În ipoteza că adoptăm desemnările (F18.1 – 2), respectivul enunț natural poate fi tradus în *L* de maniera „(∧ x) (L (x) ∧ P<sup>1</sup> (x) → (Up) R<sup>2</sup> (x, sl (p)))“.

$$(F18.1) f (\text{„... este ziarist“}) = „P^1“$$

$$(F18.2) f (\text{„... relatează în mod tendențios ...“}) = „R^2“$$

Dacă se consideră oportună o formalizare analitică, atunci, același enunț revine la formulele „(∧ x) (L (x) ∧ P<sup>1</sup> (x) → (Ux<sub>0</sub> ... x<sub>k</sub>) R<sup>2</sup> (x, g<sub>j</sub><sup>k+1</sup> (x<sub>0</sub>, ... x<sub>k</sub>)))“ sau „(∧ x) (L (x) ∧ P<sup>1</sup> (x<sub>i</sub>) → (Ux<sub>0</sub> ... x<sub>k</sub>) R<sup>2</sup> (x, (g (A<sub>j</sub><sup>k+1</sup>)) (x<sub>0</sub>, ... x<sub>k</sub>)))“. Nu este greu de remarcat că aceste din urmă variante formalizate ilustrează complicarea instrumentarului formal direct proporțional cu rafinarea analizei logice.

Ultima chestiune pe care dorim s-o prezentăm sub semnul cuantificării de ordin superior are drept pretext încercarea lui B. F. Chellas de a codifica în plan formal mărcile cantitative specifice termenilor de masă (*mass terms*)<sup>91</sup>. În acord cu o distincție propusă de R. E. Grandy<sup>92</sup>, respectivii termeni se referă la materiile (-ialele) din care se constituie indivizii și se corelează cu termenii sortați (*sortal terms*), *id est*, cu termenii care se referă la indivizi. Printre termenii de masă se numără, de exemplu, expresiile „*aur*“, „*apă*“, „*pămînt*“, „*stofă*“ etc. iar printre termenii sortați, expresiile „*inel*“, „*pahar*“, „*lopată*“, „*stofă*“ ș.a..

Problema ridicată de cei doi autori nu a primit rezolvări întrutotul satisfăcătoare. Astfel, luînd în considerare enunțul-prototip „*Pe masă se află un inel (de aur)*“, R. E. Grandy găsește de cuviință să apeleze la cadrul de formalizare oferit de logica de ordinul doi. Mai exact, autorul apreciază că termenii de masă intră în alcătuirea predicatorilor de ordinul întîi, iar termenii sortați, în alcătuirea predicatorilor de ordinul doi<sup>93</sup>. Rămîne, totuși, nelămurit temeiul capabil să justi-

<sup>91</sup> B. F. Chellas, *Quantity and Quantification*, în: „Synthese“, 31, 1975, pp. 487-91.

<sup>92</sup> Sursa acestor considerații este [91].

<sup>93</sup> Trebuie să mărturisim că ne-am îngăduit să transpunem (ne place să credem, fără vicii de conținut) ideea lui Grandy în cadrul terminologic fixat la începutul acestei lucrări.

fice disponerea unor expresii de felul „... este un inel” sau „... este o statuie” printre predicatorii de ordin superior.

Sesizînd această slăbiciune, B. F. Chellas preferă să plaseze predicatorii compuși din termeni de masă, respectiv din termeni sortați la același nivel. Dacă facem abstracție de dimensiunea temporală (pe care Chellas o recuperează în expresie formală!), putem rescrie formula asociată enunțului „Pe masă se află un inel” în varianta „ $(\forall r) (R(r) \wedge (\forall x) ((x \in r) \wedge O(x)))$ ”, unde „R” și „O” corespund predicatorilor (de ordinul întâi) „... este un inel”, respectiv „... se află pe masă”, iar „r” și „x” sînt variabile de sorturi diferite din logica de ordinul întâi. Valorile semantice ale variabilei „r” sînt indivizi (lucruri), iar ale variabilei „x”, materii (materiale). Destul de interesantă, această soluție prezintă, totuși, inconvenientul că oferă un statut ambiguu operației de afirmare a relației de apartenență. Alături de apartenența unui individ la o clasă, ar urma să acceptăm apartenența unei materii la un lucru.

În ceea ce ne privește, socotim că problema supusă atenției admite o soluționare mult mai simplă. Din cele prezentate pînă acum se poate constata că dificultatea majoră este legată de operaționalizarea în regimuri diferite a termenilor sortați, respectiv a termenilor de masă. În lipsa altor precizări, această încercare de a transfera diferența de natură dintre termeni la nivelul predicatorilor în care se transformă este perfect justificată. Or, se pare că termenii de masă nu sînt atributivi (sau predicabili), *i. e.*, nu au virtuți operaționale. Prin urmare, grafemele de felul „este aur”, „este apă” etc. nu pot fi tratate drept predicatori. Această observație, credem noi, schimbă fundamental datele problemei.

Potrivit noii situații, vom lua în considerare o clasă de operatori *stricto sensu* monadici, unii parametrici – reușiți în *L* ca specificări ale schemei „ $s_i$ ” –, alții constanți (pentru care se vor introduce în *L* simboluri speciale), astfel încît din concatenarea lor cu termenii de masă (parametrici) – reprezentați în *L* ca elemente ale șirului („ $S_i$ ”)  $i \in \mathbb{N}$  – să rezulte termeni sortați (sau atributivi) monovalenți.

**Observație.** Simbolurile „ $s_0$ ” și „ $S_0$ ” vor fi substituite uneori cu expresiile „s” și „S”.

Prelucrarea constituenților obținuți în direcția derivării predicatorilor și, mai apoi, a enunțurilor se supune, în chip firesc, regulilor de formare deja introduse.

Să ne oprim, pentru început, la unul dintre exemplele folosite de autorii mai sus pomeniți, „Pe masă se află aur”. Dacă acceptăm că respectiva expresie este forma eliptică a enunțului „Pe masă se află cel puțin un obiect din aur” și dacă ne însușim corespondențele traductive (F19.1 – 3), atunci se poate deriva în plan formal secvența „ $(\forall x) (atr(s(S), x) \wedge P^1(x))$ ”.

$$(F19.1) \quad f(\text{„... se află pe masă”}) = \text{„}P^1\text{”}$$

$$(F19.2) \quad f(\text{„aur”}) = \text{„}S\text{”}$$

$$(F19.3) \quad f(\text{„obiect din ...”}) = \text{„}s\text{”}$$

Așa cum se poate constata, varianta de formalizare propusă nu incumbă folosirea unor predicatori de niveluri diferite și nici nu reclamă diferențierea termenilor individuali variabili.

Relativ la enunțul „Pe masă se află (cel puțin) un inel” se poate adopta o soluție și mai simplă. Astfel, dacă se formalizează sintetic predicatorii „... se

află pe masă“ și „... este un inel“, sub formele „ $P^1$ “, respectiv „ $Q^1$ “, obținem, în mod banal formula „ $(\forall x) (P^1(x) \wedge Q^1(x))$ “. Este de remarcat că, în acest caz, este superfluă orice referire la termenii de masă, implicit, la materialul din care este confecționat inelul de pe masă.

În spațiul de joc astfel amenajat, pot fi recuperate cele mai insolite combinații de cuantificări. Fie, de pildă, enunțul „*Marius a băut ieri trei sticle cu bere*“. Notînd cu „ $b$ “, „ $R^2$ “ și „ $s(S)$ “ replicile formalizate ale parametrilor naturali „*Marius*“, „... bea ...“, respectiv „*sticlă cu bere*“, enunțul considerat poate fi adus la forma „ $(\forall t) (Z(t) \wedge P_1(t, a) \wedge (\forall_2 ((\exists x) (atr(s(S), x) \wedge R^2(b, x)), t) = 1))$ “.

Este de prisos să adăugăm că, în conformitate cu principiul parcimoniei, variantele analitice de formalizare vor fi utilizate numai atunci cînd corectitudinea analizei logice depinde hotărîtor de acest lucru. O astfel de situație apare atunci cînd se impune reprezentarea în plan formal a raporturilor dintre unitățile de măsură ale denotatelor termenilor de masă, în felul în care s-au valorificat și relațiile instituite între fracțiunile temporale. Spre exemplu, pentru a dovedi la nivel formal că propozițiile exprimate de enunțurile (I) „*Marius a vîndut alaltăieri (exact) 5 hectolitri de lapte*“ și (II) „*Marius a vîndut alaltăieri (exact) 600 de litri de lapte*“ stau într-un raport de identitate, trebuie să ținem cont de identificarea: 1 hectolitr (hl) = 100 de litri (l). În acest sens, operatorii *stricto sensu* „*hectolitrul de ...*“ și „*litru de ...*“ vor fi formalizați prin constantele „ $hl$ “, respectiv „ $l$ “, iar nu prin parametrii arbitrari corespunzători derivați din schema „ $s_i$ “. Coroborate cu corespondențele traductive (F20.1) – (F20.3), aceste precizări permit transformarea enunțurilor naturale (I) și (II) în formulele (I.1) „ $(\forall t) (Z(t) \wedge P_2(t, a) \wedge (\forall_2 ((\exists x) (atr(hl(S), x) \wedge P^2(b, x)), t) = 1))$ “, respectiv (II.1) „ $(\forall t) (Z(t) \wedge P_2(t, a) \wedge (\forall_2 ((\exists x) (atr(l(S), x) \wedge P^2(b, x)), t) = 1))$ “.

$$(F20.1) f („Marius“) = „b“$$

$$(F20.2) f („... vinde ...“) = „P^2“$$

$$(F20.3) f („lapte“) = „S“$$

Mai apoi, în temeiul propoziției de identitate:  $100\ l = 1\ hl$ , ultima formulă admite o rescriere în limbajul  $L$ , potrivit variantei (II.2) „ $(\forall t) (Z(t) \wedge P_2(t, a) \wedge (\forall_2 ((\exists x) (atr(hl(S), x) \wedge P^2(b, x)), t) = 1))$ “. Comparînd formulele (I.1) și (II.2), se poate constata că noua codificare formală slujește pe deplin scopului pentru care a fost propusă, *id est*, face să transpară în plan formal identitatea propozițiilor considerate.

Evident, șirul exemplificărilor și aplicațiilor poate continua, luînd în considerare alte materii și alte scale de măsurare a acestora.

**1.1.7. O SCURTĂ RETROSPECTIVĂ.** La capătul acestui periplu prin „jungla“ operațiilor de cuantificare simțim nevoia să formulăm cîteva concluzii provizorii: ☞ (1) dintre toți operatorii logici, cuantorii asigură cea mai fidelă reflectare a cantității la nivel formal; ☞ (2) de obicei, cuantorii sînt considerați conectori. De altfel, ei au fost tratați pînă acum tocmai în această calitate. Să reținem, deocamdată ca anticipație, observația că respectivilor operatori li se poate acorda și un alt statut logico - semantic; ☞ (3) în acord cu distincția *supoziție formală* – *supoziție materială*, se cuvine instituită o graniță clară între clasa cuantificărilor și clasa cuantorilor, *id est* între clasa unor aplicații (operații) specifice și clasa semnelor

alocate acestor aplicații; (4) orice cuantor este un semn complex obținut prin concatenarea unui determinant cantitativ cu o variabilă; (5) proliferarea cuanturilor și, implicit, a operațiilor de cuantificare se realizează prin diversificarea încrucișată a determinantilor cantitativi, respectiv a variabilelor cu care se asociază; (6) numărul și felul cuanturilor acceptați în rîndul operatorilor determină caracteristicile subsistemelor logice. Așa cum s-a văzut, o dată cu adoptarea unor grupe de cuantori s-au schimbat și cadrele analizei logice. În mod treptat, s-a trecut de la logica de bază (ortodoxă), la logica liberă de angajament ontologic și, în sfîrșit, la logica de ordinul doi; (7) diversificarea cuanturilor în raport cu felul variabilelor conținute este facultativă. La limită, ne putem mulțumi cu o singură specie de variabile – „variabilele de obiect” / „termenii obiectuali variabili” –, diferențierile necesare urmînd a fi asigurate prin multiplicarea predicatorilor constanți. În acest sens, putem conveni că șirul  $(o_i)_{i \in \mathbb{N}}$  reunește toate variabilele de obiect din  $L$  și că expresiile „In”, „Ct”, „Pr”, „At”, „Pp” și „Co” abreviază în  $L$  predicatorii naturali „... este un individ”, „... este o circumstanță temporală”, „... este un predicat  $n$ -adic”, „... este un atribut  $n$ -valent”, „... este o propoziție”, respectiv „... este o conectivă  $n$ -adică”. Spre exemplu, enunțul „Orice individ are o proprietate” poate fi adus în urma formalizării standard la formula  $(\wedge x) (\vee X^1) \text{atr} (X^1, x)$ . Însă, dacă formalizarea se efectuează potrivit noilor convenții notaționale, același enunț revine la expresia din  $L$   $(\wedge o_1) (\text{In} (o_1) \rightarrow (\vee o_2) (\text{At}^1 (o_2) \wedge \text{atr} (o_2, o_1)))$ . Firește, analiza poate fi rafinată pe măsură ce se iau în considerare și alte tipuri de obiecte. În consecință, cuantorii de individ, cuantorii temporali etc. sînt, în lumina acestei perspective, cuantori sortați, adică instanțieri ale cuanturilor obiectuali; (8) cuantorii constituie un fundament suficient pentru definirea tuturor celorlalți operatori care manipulează cantitatea, fapt ce va fi dovedit, credem noi, în următoarele secțiuni ale prezentei lucrări

## 1.2. UN ADAOS PRIVIND EXPRIMAREA CANTITĂȚII ÎN LOGICA TEMPORALĂ

Printre conectorii care manifestă, cel puțin implicit, aspecte de ordin cantitativ se numără și operatorii chemați să susțină așa-numita „logică a timpului gramatical” (*tense logic*): „P” („cel puțin odată a fost adevărat că / (-ă) propoziția ...”), „H” („pînă acum, a fost întotdeauna adevărat că / (-ă) propoziția ...”), „F” („cel puțin odată va fi adevărat că / (-ă) propoziția ...”) și „G” („de acum înainte, va fi întotdeauna adevărat că / (-ă) propoziția ...”). Acești patru operatori de bază, numiți (oarecum impropriu) „trecut slab”, „trecut tare” / „trecut perpetuu”, „viitor slab”, respectiv „viitor tare” / „viitor perpetuu”<sup>94</sup>, îndeplinesc pe secvențe discursive limitate rolurile cuanturilor temporali în acord cu definițiile (D67) – (D70).

$$(D67) \quad P(\varphi) = (\vee t_i) (P(t_i, \bullet) \wedge (\vee_2 (\varphi, t_i) = 1))$$

<sup>94</sup> J. P. Burgess, *Basic Tense Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, II: „Extensions of Classical Logic”, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1984, p. 92; Petru Ioan, *Recuperarea timpului și devenirii în logica formală*, în: „Analele Științifice ale Universității «Al. I. Cuza» din Iași”, III b, tomul XXII, 1976, p. 40. Expresiile „trecut slab”, „trecut tare”, „viitor slab” și „viitor tare” sînt traduceri ale locuțiunilor „weak past”, „strong past”, „weak future”, respectiv „strong future”.

$$(A7.b) P(\varphi) \wedge PH(\sim \varphi) \rightarrow P(GP(\varphi) \wedge H(\sim \varphi))$$

$$(A8) H(H(\varphi) \rightarrow \varphi) \rightarrow H(\varphi)$$

$$(A9.a) FG(\varphi) \rightarrow GF(\varphi)$$

$$(A9.b) PH(\varphi) \rightarrow HP(\varphi)$$

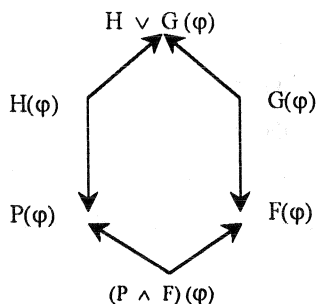
Interpretarea acestor asumptii și derivarea consecințelor care decurg din ele ar putea forma un capitol substanțial de logică temporală, capitol care iese, însă, din cadrele prezentei abordări.

Pe de altă parte, ni se pare oportun să menționăm o contribuție relevantă a logicianului Petru Ioan în direcția sistematizării respectivelor conectori temporali. Valorificând euristic o structură formală impecabilă – hexada logică –, autorul în atenție ne sugerează să mai adăugăm doi conectori temporali compuși: concomitența – „ $(P \wedge F)$ ” – („*cel puțin odată în trecut și cel puțin odată în viitor se adevărește că / propoziția ...*”) și alternanța – „ $(H \vee G)$ ” – („*întotdeauna în trecut sau mereu în viitor se adevărește că / propoziția ...*”) [94b:40].

Noii operatori își dezvăluie valențele cuantificaționale în conformitate cu propozițiile de identitate (D71) – (D72) și se corelează cu ceilalți patru conectori temporali, anterior menționați, într-un hexagon logic al propozițiilor cuantificate temporal de-o manieră implicită.

$$(D71) (P \wedge F)(\varphi) = (\forall t_i) (P(t_i, \mathbf{a}) \wedge (\forall_2 (\varphi, t_i) = 1)) \wedge (\forall t_i) (P(\mathbf{a}, t_i) \wedge (\forall_2 (\varphi, t_i) = 1))$$

$$(D72) (H \vee G)(\varphi) = (\wedge t_i) (P(t_i, \mathbf{a}) \rightarrow (\forall_2 (\varphi, t_i) = 1)) \vee (\wedge t_i) (P(\mathbf{a}, t_i) \rightarrow (\forall_2 (\varphi, t_i) = 1))$$



85°. Un hexagon logic al schemelor propoziționale ce se obțin prin aplicarea conectorilor din logica timpurilor gramaticale

După cum se poate constata, singurele raporturi recuperate în diagrama de mai jos sînt cele de condiționare suficient - necesară. Astfel, relațiile subsumate legilor contrarietății, subcontrarietății și necontrazicerii nu-și mai găsesc aici locul.

La finele tratării acestei chestiuni ne permitem să avansăm propunerea de a lua în seamă și operatorul „N” – „*acum [now] este adevărat că / (-ă) propoziția ...*” – pentru a ne referi la timpul prezent. Deși s-ar părea că propozițiile ce nu joacă rolul de argument al unui conector temporal sînt asociate în mod tacit cu instanța actuală, credem că nu este de prisos explicitarea acestei supoziții. Să mai

$$(D68) H(\varphi) = (\wedge t_i) (P(t_i, \alpha) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(D69) F(\varphi) = (\vee t_i) (P(\alpha, t_i) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(D70) G(\varphi) = (\wedge t_i) (P(\alpha, t_i) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

Productivitatea operatorilor în atenție este cu totul remarcabilă. Într-un răstimp relativ scurt, logicieni de forță, precum A. N. Prior, N. Rescher, N. B. Cochiarella și mulți alții au construit cu ingeniozitate o sumedenie de calcule temporale: sistemul minimal –  $K_t$ , sistemul timpului cauzal relativist, sistemul logicii timpului ramificat, sistemul logicii timpului linear, sistemele logicii timpului linear fără sfârșit, ale timpului linear fără început, ale timpului linear fără început și fără sfârșit, ale logicii timpului rațional, ale logicii timpului integral etc. etc. [70b: 255-6]. Toate aceste sisteme sînt articulate prin prisma metaproprietăților necesare oricărui sistem ipotetico-deductiv (independență a axiomelor, consistență, completitudine și decidabilitate) și au de înfruntat aceleași dificultăți de ordin filosofic (privind: identitatea în schimbare, continuitatea, mișcarea și dezvoltarea, referirea la ceea ce a existat real dar nu mai există și altele). Cît privește alegerea tezelor și regulilor menite să constituie fundamentele (axiomatice) ale respectivei calcule, se poate lesne constata că funcționează principiul toleranței. Fiecare autor a luat în seamă pentru rezolvarea acestei probleme doar considerente de ordin pragmatic. De pildă, J. P. Burgess a apelat la un fundament relativ complex, alcătuit din postulatele formulate mai jos [94 a: 93]<sup>95</sup>.

$$(A0.a) G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (G(\varphi) \rightarrow G(\psi))$$

$$(A0.b) H(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow ((H(\varphi) \rightarrow H(\psi)))$$

$$(A0.c) \varphi \rightarrow GP(\varphi)$$

$$(A0.d) \varphi \rightarrow HF(\varphi)$$

$$(A1.a) G(\varphi) \rightarrow GG(\varphi)$$

$$(A1.b) H(\varphi) \rightarrow HH(\varphi)$$

$$(A2.a) F(\varphi) \wedge F(\psi) \rightarrow F(\varphi \wedge F(\psi)) \vee F(\varphi \wedge \psi) \vee F(F(\varphi) \wedge \psi)$$

$$(A2.b) P(\varphi) \wedge P(\psi) \rightarrow P(\varphi \wedge P(\psi)) \vee P(\varphi \wedge \psi) \vee P(P(\varphi) \wedge \psi)$$

$$(A3.a) G(\perp) \vee FG(\perp)$$

$$(A3.b) H(\perp) \vee PH(\perp)$$

$$(A4.a) G(\varphi) \rightarrow F(\varphi)$$

$$(A4.b) F(\varphi) \rightarrow FF(\varphi)$$

$$(A5.b) P(\varphi) \rightarrow PP(\varphi)$$

$$(A6.a) \varphi \wedge H(\varphi) \rightarrow FH(\varphi)$$

$$(A6.b) \varphi \wedge G(\varphi) \rightarrow PG(\varphi)$$

$$(A7.a) F(\varphi) \wedge FG(\sim\varphi) \rightarrow F(HF(\varphi) \wedge G(\sim\varphi))$$

<sup>95</sup> Ne-am permis să adaptăm formulările originare ale autorului la sistemul notațional al acestei lucrări.



adăugăm că operatorul „N” este singurul conector temporal din sistemul astfel încheiat, care nu are un *definiens* cuantificațional.

$$(D73) N(\varphi) = (\vee_2 (\varphi, \kappa) = 1)$$

Reducibili în ultimă instanță la o subclasă restrînsă de operatori din logica datării, conectorii temporali definiți mai sus ne vor îngădui să exprimăm mai elegant anumite aspecte cantitative din cuprinsul formalismelor.

### 1.3. CUANTIFICARE ȘI MODALIZARE

Continuînd inventarierea operațiilor de cuantificare „mascată” a propozițiilor, vom intra (cu precauție) în domeniul complex al logicii modale. Scopul acestei întreprinderi îl constituie demonstrarea tezei că, în ultimă instanță, modalitățile sînt ipostaze ale cuantificărilor explicite. Cîtă vreme ne vom referi la modalități ca la niște operații propoziționale (conective), se va subînțelege că propozițiile rezultate în urma aplicării lor trebuie considerate *in sensu composito* sau *de dicto*<sup>96</sup>. Cealaltă ipostază a modalităților – *de re* – va fi luată în considerare într-un paragraf ulterior.

Prin ponderea pe care o dețin în clasa operațiilor logice, modalitățile alethice se dovedesc de departe ca cele mai importante aplicații modale.

Dacă „ps” este modalizatorul alethic care abreviază sincategorema naturală „este posibil ca ...”, atunci „ps( $\varphi$ )” este schema reprezentărilor formalizate ale propozițiilor de posibilitate. Dacă se aplică, spre exemplu, operația desemnată de conectorul „ps” la propoziția asertorică / nemodalizată ( $(\vee x) (P^1(x) \wedge R^1(x))$ ), se obține propoziția de posibilitate ps( $(\vee x) (P^1(x) \wedge R^1(x))$ ). În planul limbii române, din enunțul asertoric „Unii negustori sînt cinstiți” se poate deriva enunțul modal „Este posibil ca unii negustori să fie cinstiți”. Așa cum se poate lesne constata, sub incidența *modus* - ului „este posibil ca ...”, verbul „a fi” din *dictum* - ul „Unii negustori sînt cinstiți” trece de la forma de indicativ la forma de conjunctiv. Această modificare de expresie din limba română este neglijabilă sub raportul corectitudinii logice și, de aceea, nu va fi recuperată în plan formal; cîte o situație similară apare și în cazul celorlalte enunțuri modale.

În ciuda aparenței de simplitate pe care o îmbracă și a gradului înalt în care este operaționalizată, modalitatea alehică *posibil* lasă loc unor definiri multiple și chiar discordante.

Potrivit concepției stoico-diodoriene, o propoziție este posibilă, dacă și numai dacă se adevărește în prezent sau în cel puțin unul dintre momentele viitoare.

$$(D74.1) ps(\varphi) = N(\varphi) \vee F(\varphi)$$

$$(D74.2) ps(\varphi) = (\vee t_i) (((t_i = \kappa) \vee P(\kappa, t_i)) \wedge (\vee_2 (\varphi, t_i) = 1))$$

După Aristotel – dacă ar fi să îi urmăim pe lectorii cu autoritate ai capodoperelor acestuia –, o propoziție primește proprietatea de a fi posibilă sub semnul corectitudinii, dacă și numai dacă a fost adevărată cel puțin odată în trecut, este adevărată în prezent sau va fi adevărată cel puțin odată în viitor.

<sup>96</sup> Cu privire la distincția *de dicto* – *de re*, se pot consulta: [77b: 147 sqq.]; G. E. Hughes și M. J. Creswell, *An Introduction to Modal Logic*, Methuen and Co Ltd, London, 1972, p. 183; A. N. Prior, *Formal Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Clarendon Press, Oxford, 1962, p. 209.

$$(D74.3) \text{ ps } (\varphi) = P(\varphi) \vee N(\varphi) \vee F(\varphi)$$

$$(D74.4) \text{ ps } (\varphi) = (\vee t_i) ((P(t_i, \alpha) \vee (t_i = \alpha) \vee P(\alpha, t_i)) \wedge (\vee_2 (\varphi, t_i) = 1))$$

În sfârșit, pentru reprezentanții școlii megarice, propozițiile posibile se identifică cu afirmațiile care se adevăresc în cel puțin o instanță temporală, indiferent de locul pe care această circumstanță îl ocupă pe scala timpului.

$$(D74.5) \text{ ps } (\varphi) = (\vee t_i) (\vee_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

Dincolo de anumite nuanțe în exprimare, definiția aristotelică și definiția megarică asupra modalității *posibil* coincid, astfel încât se poate vorbi, în acest sens, de o definiție aristotelico - megarică. Această explicitare ne conduce, în continuare, la asimilarea propozițiilor posibile cu propozițiile consistente, *id est* cu propozițiile nehotărât - realizabile.

$$(D74.6) \text{ ps } (\varphi) = (\varphi \neq \perp)$$

Până acum (exceptând minimele diferențe terminologice și notaționale), am urmărit cu fidelitate interpretarea temporală curentă a propozițiilor de posibilitate <sup>97</sup>. Sîntem datori, însă, cu introducerea unei precizări.

În literatura logică, *definiens* - urile propozițiilor de identitate care explicitează modalizarea alethică de posibilitate (și nu numai) sînt construite cu ajutorul cuantificărilor universal - afirmative, respectiv particular - afirmative, fără a se preciza întotdeauna regimul ontologic asumat. Or, dacă în locul schemei cuantificaționale „neutre”: „ $(\vee t_i)$ ” se utilizează schema „actualistă” - „ $(\exists t_i)$ ” - se restrînge accepția termenului „posibil (-ă)” la domeniul lumii reale. În această situație, însă, contradicția -  $\perp$  - nu se identifică, așa cum ar fi normal, cu propoziția falsă în toate „interpretările” / „lumi” posibile, ci cu propoziția irealizabilă în lumea reală, ceea ce, evident, nu este cazul. Așadar, exprimarea cu mai multă acuratețe a propozițiilor de posibilitate prin intermediul instrumentarului formal al calculelor temporale presupune asumarea (de-o manieră explicită a) cadrului de angajare ontologică specific logicii libere. Aceeași determinare sub raport ontologic trebuie asociată și cu conectivele temporale P, N și F. Astfel, se înțelege de la sine faptul că domeniul de aplicabilitate al respectivelor operații nu poate fi constituit în exclusivitate de lumea reală, ci de universul tuturor lumilor existente. Printre aceste lumi se numără, bineînțeles, sistemul obiectelor reale, dar și toate „alternativele” fictive ale acestuia.

După cum ne amintim, în logica liberă avem de-a face cu un individ special -  $\wedge$  -, care satisface toate predicatelor, conform cu (T2.1), și manifestă toate proprietățile, conform cu (T2.2).

$$(T2.1) \Rightarrow (\wedge X_i^1) X_i^1 (\wedge) / \Rightarrow \varphi_i^1 (\wedge)$$

$$(T2.2) \Rightarrow (\wedge X_i^1) \text{atr } (X_i^1, \wedge) / \Rightarrow \text{atr } (\wedge_i^1, \wedge)$$

S-a mai spus, în prelungirea acestor două teze, că toate afirmațiile cu privire la individul  $\wedge$  sînt în mod trivial adevărate.

<sup>97</sup> Aplicarea instrumentarului formal specific logicii temporale la definiția stoico - diodoriană respectiv la definiția aristotelico - megarică privitoare la modalitatea *posibil* ( $\delta$ ) este de găsit, de exemplu, în: [83b: 125] și A. N. Prior, *Time and Modality*, Clarendon Press, Oxford, 1957, pp. 13-9.

Printr-o analogie banală, putem defini o circumstanță temporală limită,  $\kappa$ , în care orice propoziție devine adevărată.

$$(T3) \Rightarrow v_2(\varphi, \kappa) = 1$$

În consecință, propoziția  $\perp$ , falsă în toate lumile posibile, este adevărată, totuși, în momentul logic  $\kappa$ .

$$(T4) \Rightarrow v_2(\perp, \kappa) = 1$$

De altfel,  $\kappa$  este singura circumstanță în care se adevărește  $\perp$ .

$$(T5) \Rightarrow (\wedge t_i)((v_2(\perp, \kappa) = 1) \rightarrow (t_i = \kappa))$$

Pe temeiul afirmațiilor de mai sus, se poate susține că o propoziție este posibilă, dacă și numai dacă este adevărată în cel puțin una dintre circumstanțele temporale „existente” (adică, diferite de  $\kappa$ ).

$$(D74.7) \text{ ps}(\varphi) = (\Sigma t_i)((t_i \neq \kappa) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(D74.8) \text{ ps}(\varphi) = (\vee t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1)$$

Prin urmare, o propoziție poate fi caracterizată drept posibilă și dacă circumstanța (-ele) în care se adevărește (-esc) aparține (-) unei (-or) lumi ficționale.

Evoluind pe aceleași coordonate ale logicii temporale, vom încerca să definim, în continuare, modalizatorul alethic „nc”. Prescurtare a sintagmei „este necesar ca ...”, noua constantă permite formularea în  $L$  a propozițiilor de necesitate. Astfel, în urma efectuării *modalizării de necesitate*, din propoziția (asertorică) cum că *nici un celibatar nu este căsătorit*, respectiv din  $A$  se obțin propozițiile apodictice exprimate de enunțurile „Este necesar ca nici un celibatar să nu fie căsătorit”, respectiv „nc ( $A$ )”.

Dacă Diodoros Chronos și reprezentanții școlii stoice au definit *necesarul* drept ceea ce este adevărat în prezent și va fi întotdeauna adevărat în viitor, conform cu (D75.1 – 2), Aristotel și exponenții concepției megarice au asociat propozițiile necesare cu clauza de adevărire în orice circumstanță temporală (trecută, prezentă sau viitoare), potrivit schemelor de identitate (D75.3 – 4) [cf. 83b: 125].

$$(D75.1) \text{ nc}(\varphi) = N(\varphi) \vee G(\varphi)$$

$$(D75.2) \text{ nc}(\varphi) = (\wedge t_i)((t_i = \kappa) \vee \mathcal{P}(\kappa, t_i)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(D75.3) \text{ nc}(\varphi) = H(\varphi) \wedge N(\varphi) \wedge G(\varphi)$$

$$(D75.4) \text{ nc}(\varphi) = (\wedge t_i)((\mathcal{P}(t_i, \kappa) \vee (t_i = \kappa) \vee \mathcal{P}(\kappa, t_i)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

$$(D75.5) \text{ nc}(\varphi) = (\wedge t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

Privilegiind interpretarea aristotelico - megarică, parvenim, în cele din urmă, la identificarea propozițiilor necesare cu propozițiile tautologice.

$$(D75.6) \text{ nc}(\varphi) = (\varphi = \top)$$

Or, propoziția  $\top$  – tautologia – este adevărată în toate interpretările, deci, și în toate momentele (reale, fictive, sau inexistente). Prin urmare, sîntem îndreptățiți să atribuim aceeași proprietate alehică tuturor propozițiilor tautologice (sau necesare).

$$(D75.7) (\varphi = \top) = (\wedge t_i)(v_2(\varphi, t_i) = 1))$$

Ca și în cazul explicitării conectivei modale de posibilitate, trebuie reținută precizarea că operațiile de cuantificare și conectivele temporale care intervin în definirea modalizării de necesitate se corelează cu universul lumilor existente, iar nu cu lumea reală.

Cadrul explicativ al logicii temporale ne permite să deslușim și aria de utilizare corectă a modalizatorului alethic „im“, în expresie naturală: „*este imposibil ca ...*“. Apelînd la o prealabilă definiție prin exemplificare, se poate spune că aplicarea modalizării de imposibilitate la afirmația naturală cum că *toți celibatarii sînt căsătoriți*, respectiv la propoziția formalizată  $(\wedge x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x))$  are drept rezultate afirmațiile de imposibilitate că *este imposibil ca toți celibatarii să fie căsătoriți*, respectiv im  $((\wedge x) (P^1(x) \rightarrow Q^1(x)))$ .

Dat fiind că orice aserțiune care specifică schema im  $(\varphi)$  revine la afirmația că *dictum* - ul acesteia este intersubstituibil *salva veritate* cu contradicția, conform schemei (D76.1), se poate susține, în continuare, că propozițiile imposibile se identifică cu propozițiile care se adevăresc exclusiv în momentul limită  $\kappa$ , potrivit schemelor (D76.2 - 3).

$$(D76.1) \text{ im } (\varphi) = (\varphi = \perp)$$

$$(D76.2) \text{ im } (\varphi) = (\Pi t_i) ((v_2(\varphi, t_i) = 1) \rightarrow (t_i = \kappa))$$

$$(D76.3) \text{ im } (\varphi) = (\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0)$$

Cu alte cuvinte, propozițiile imposibile nu se adevăresc deloc în lumea reală, dar nici în lumile alternative.

$$(D76.4) \text{ im } (\varphi) = \sim P(\varphi) \wedge \sim N(\varphi) \wedge \sim F(\varphi)$$

$$(D76.5) \text{ im } (\varphi) = (\wedge t_i) ((P(t_i, \mathfrak{A}) \vee (t_i = \mathfrak{A}) \vee P(\mathfrak{A}, t_i)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 0))$$

Și aici este de remarcat asocierea cuantificărilor temporale, respectiv a conectivelor P, N și F cu ansamblul lumilor existente.

Al patrulea modalizator alethic - „nnc“ („*nu este necesar ca ...*“) - desemnează conectiva care fixează caracterul *neneesar* (netautologic) al unor propoziții. Concatenînd, spre ilustrare, acest operator constant din *L*, respectiv sintagorema coreferentă din limba română cu enunțurile asertorice „B“, respectiv „*Cei mai mulți politicieni sînt bărbați*“, se pot deriva enunțurile modale „nnc (B)“, respectiv „*Nu este necesar ca cei mai mulți politicieni să fie bărbați*“.

Pentru a contura jocul operatoriu al constantei „nnc“, se poate afirma cu îndreptățire că enunțul „*Nu este necesar ca  $\varphi$* “ înseamnă că „ *$\varphi$  nu se identifică cu tautologia*“ - cum rezultă din (D77.1) - sau, același lucru, că propoziția  $\varphi$  este infirmată în cel puțin una dintre circumstanțele temporale luate în considerare, conform cu (D77.2).

$$(D77.1) \text{ nnc } (\varphi) = (\varphi \neq \top)$$

$$(D77.2) \text{ nnc } (\varphi) = (\Sigma t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0)$$

În măsura în care orice propoziție este adevărată în  $\kappa$ , (D77.2) revine, în ultimă instanță, la (D77.3).

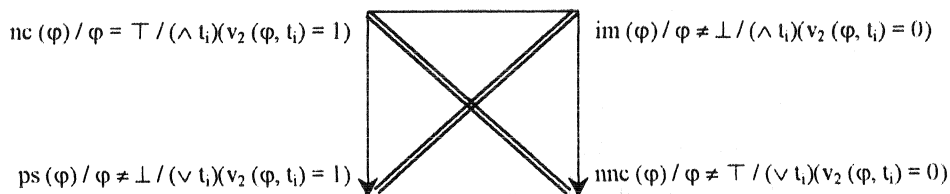
$$(D77.3) \text{ nnc } (\varphi) = (\vee t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0)$$

Într-o altă formulare, orice specificare arbitrară a schemei  $\varphi$  este *necesară*, dacă și numai dacă este infirmată măcar o dată în lumea reală sau cel puțin într-una din lumi alternative (în trecut, în prezent sau în viitor).

$$(D77.4) \text{ nnc}(\varphi) = \sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi)$$

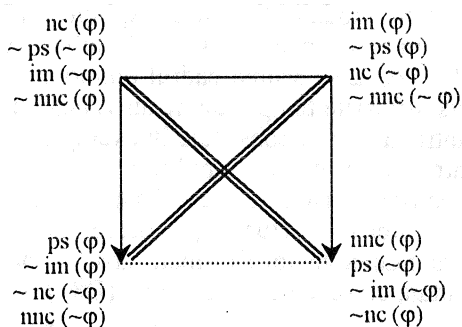
$$(D77.5) \text{ nnc}(\varphi) = (\vee t_i)((P(t_i, \mathbf{a}) \vee (t_i = \mathbf{a}) \vee P(\mathbf{a}, t_i)) \wedge (\vee_2(\varphi, t_i) = 0))$$

Considerațiile avansate pînă acum în ideea explicitării modalităților alethice: *posibil* (-ă), *necesar* (-ă), *imposibil* (-ă) și *necesar* (-ă)<sup>98</sup> prin intermediul cuantificărilor temporale pot fi rezumate în pătratul logic (86°), ce păstrează semnificațiile liniilor alcătuitoare.



86°. Un pătrat logic al propozițiilor modalizate alethice

Dacă se ține seama de posibilitățile de combinare dintre operația de negare –  $\sim$  –, *modi* – ps, nc, im și nnc –, respectiv *dictum* –  $\varphi$  –, figura logică (86°) poate fi dublată printr-un pătrat al pătratelor de propoziții modale (celebra „punte a măgarilor” / *pons asinorum*).



87°. Un pătrat al pătratelor de propoziții modalizate alethice

Respectiva diagramă complexă – impecabilă prin virtuțile ei rezumative – poate fi desfășurată într-o succesiune de scheme inferențiale, ce se subsumează legilor sub- și supra - alternării, conform cu (R78) – (R81), legii contrarietății și legii subcontrarietății, conform cu (R82) – (R83), respectiv (R84) – (R86), legii necontrazicerii, conform cu (R86) – (R89), precum și legii dualității, con-

<sup>98</sup> O tratare filosofică a relației dintre aceste patru modalități este de găsit în: Athanase Joja, *Studii de logică*, III, Editura Academiei, București, 1971, (îndeosebi) pp. 9-42.

form cu (R90) și (R93), celelalte echivalențe formale putînd fi derivate din regulile care deja au fost introduse.

$$(R78) \text{ nc } (\varphi) \Rightarrow \text{ps } (\varphi)$$

$$(R79) \text{ im } (\varphi) \Rightarrow \text{nnc } (\varphi)$$

$$(R80) \sim \text{ps } (\varphi) \Rightarrow \sim \text{nc } (\varphi)$$

$$(R81) \sim \text{nnc } (\varphi) \Rightarrow \sim \text{im } (\varphi)$$

$$(R82) \text{ nc } (\varphi) \Rightarrow \sim \text{im } (\varphi)$$

$$(R83) \text{ im } (\varphi) \Rightarrow \sim \text{nc } (\varphi)$$

$$(R84) \sim \text{ps } (\varphi) \Rightarrow \text{nnc } (\varphi)$$

$$(R85) \sim \text{nnc } (\varphi) \Rightarrow \text{ps } (\varphi)$$

$$(R86) \text{ nc } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{nnc } (\varphi)$$

$$(R87) \text{ nnc } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{nc } (\varphi)$$

$$(R88) \text{ im } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{ps } (\varphi)$$

$$(R89) \text{ ps } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{im } (\varphi)$$

$$(R90) \text{ nc } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{ps } (\sim \varphi)$$

$$(R91) \text{ ps } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{nc } (\sim \varphi)$$

$$(R92) \text{ im } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{nnc } (\sim \varphi)$$

$$(R93) \text{ nnc } (\varphi) \Leftrightarrow \sim \text{im } (\sim \varphi)$$

Sistemul celor patru modalități *logice* explicitate pînă acum – în expresie formală: „ps“, „nc“, „im“ și „nnc“ – poate fi dublat cu sistemul modalităților *reale* analoage. Astfel, dacă se asumă cadrul ontologic asigurat de lumea reală, dacă se face apel la cuantificările temporale de universalitate și de existență aferente acestei lumi – cuantificări ce se constituie în exemplare ale schemelor  $(\forall t_i)$  și  $(\exists t_i)$  – și dacă se introduc în logica timpului gramatical conectorii „P<sub>r</sub>“, „H<sub>r</sub>“, „F<sub>r</sub>“, „G<sub>r</sub>“ și „N<sub>r</sub>“ pentru a construi „trecutul slab actual“, „trecutul tare actual“, „viitorul slab actual“, „viitor tare actual“ și „prezentul actual“, aceste patru modalități reale – reflectate de conectorii formali „ps<sub>r</sub>“, „nc<sub>r</sub>“, „im<sub>r</sub>“ și „nnc<sub>r</sub>“ – se definesc în conformitate cu schemele (D78) – (D81).

$$(D78) \text{ ps}_r (\varphi) = (\exists t_i) (\forall_2 (\varphi, t_i) = 1) = P_r (\varphi) \vee N_r (\varphi) \vee F_r (\varphi)$$

$$(D79) \text{ nc}_r (\varphi) = (\forall t_i) (\forall_2 (\varphi, t_i) = 1) = H_r (\varphi) \wedge N_r (\varphi) \wedge G_r (\varphi)$$

$$(D80) \text{ im}_r (\varphi) = (\forall t_i) (\forall_2 (\varphi, t_i) = 0) = \sim P_r (\varphi) \wedge \sim N_r (\varphi) \wedge \sim F_r (\varphi)$$

$$(D81) \text{ nnc}_r (\varphi) = (\exists t_i) (\forall_2 (\varphi, t_i) = 0) = \sim H_r (\varphi) \vee \sim N_r (\varphi) \vee \sim G_r (\varphi)$$

Pe temeiul definițiilor de mai sus se poate conchide că necesitatea reală și imposibilitatea reală sînt forme „atenuate“ ale necesității, respectiv ale imposibilității logice, în timp ce posibilul real și nenecesarul real sînt variante „tari“ ale posibilului vs. ale nenecesarului logic. Această concluzie poate fi desfășurată, apoi, cu ușurință în cîteva reguli de derivare valide.

$$(R94) \text{ nc } (\varphi) \Rightarrow \text{nc}_r (\varphi)$$

$$(R95) \sim \text{nc}_r (\varphi) \Rightarrow \sim \text{nc } (\varphi)$$

$$(R96) \text{ im } (\varphi) \Rightarrow \text{im}_r (\varphi)$$

$$(R97) \sim \text{im}_r (\varphi) \Rightarrow \sim \text{im } (\varphi)$$

$$(R98) \text{ ps}_r (\varphi) \Rightarrow \text{ps } (\varphi)$$

$$(R99) \sim \text{ps } (\varphi) \Rightarrow \sim \text{ps}_r (\varphi)$$

$$(R100) \text{ nnc}_r (\varphi) \Rightarrow \text{nnc } (\varphi)$$

$$(R101) \sim \text{nnc } (\varphi) \Rightarrow \sim \text{nnc}_r (\varphi)$$

Dat fiind că se determină într-o strictă analogie cu modalitățile logice și au un impact operațional mai curînd la nivel epistemologic decît în plan logic - formal, modalitățile reale nu ocupă un loc marcant în cadrul cercetărilor de logică modală. În aceste condiții, ne vom raporta în cele ce urmează doar la componentele formale din sistemul modalităților alethice.

Moștenite (în forma dată) de la scolastica creștină, cele patru modalități alethice – *posibil*, *necesar*, *imposibil* și *necesar* – pot fi completate cu aplicațiile desemnate de conectorii complecși „(ps  $\wedge$  nnc)“ / „*este posibil, dar nu este necesar ca ...*“ și „(nc  $\vee$  im)“ / „*este necesar sau este imposibil ca ...*“.

Astfel, aplicate la afirmația naturală cum că *omul este singura ființă rațională din Univers*, respectiv la propoziția formalizată C, modalitățile de mai sus iau drept valori propozițiile exprimate de enunțurile „*Este posibil, dar nu este necesar ca omul să fie singura ființă rațională din Univers*“ și „*Este necesar sau este imposibil ca omul să fie singura ființă rațională din Univers*“, respectiv „(ps  $\wedge$  nnc) (C)“ și „(nc  $\vee$  im) (C)“.

Pentru a obține o oarecare economie notațională, putem conveni ca modalizatorii alethici „(ps  $\wedge$  nnc)“ și „(nc  $\vee$  im)“ – care exprimă *contingentul*<sup>99</sup> și *analiticul* – să fie redade sintetic (în formă abreviată) prin intermediul conectorilor „ct“, respectiv „an“.

Fundamentate în calculele temporale cuantificate de propozițiile definiționale (D82.1) – (D82.4), respectiv (D83.1) – (D83.4), conectivele modale reprezentate de „ct“ și „an“ se regăsesc într-o structură hexagonală, care generalizează pătratele logice adineaori prezentate. Ne permitem să lăsăm în seama cititorului deciptarea regulilor din diagramă care au rămas neexplicate.

$$(D82.1) \text{ ct } (\varphi) = (\varphi \neq \perp \neq \top)$$

$$(D82.2) \text{ ct } (\varphi) = (\forall t_i)^Z (v_2 (\varphi, t_i) = 1)$$

$$(D82.3) \text{ ct } (\varphi) = (P (\varphi) \vee N (\varphi) \vee F (\varphi)) \wedge (\sim H (\varphi) \vee \sim N (\varphi) \vee \sim G (\varphi))$$

$$(D82.4) \text{ ct } (\varphi) = (\forall t_i) (\bar{P} (t_i, \alpha) \vee (t_i = \alpha) \vee \bar{P} (\alpha, t_i)) \wedge (v_2 (\varphi, t_i) = 1) \wedge \\ \wedge (\forall t_j) (\bar{P} (t_j, \alpha) \vee (t_j = \alpha) \vee \bar{P} (\alpha, t_j)) \wedge (v_2 (\varphi, t_j) = 0))$$

<sup>99</sup> Uneori termenul „contingent“ este folosit pentru a desemna neneesarul.

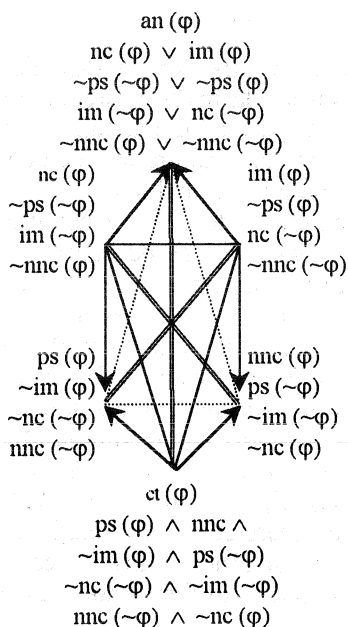
$$(D83.1) \text{ an } (\varphi) = (\varphi = \top) \vee (\varphi = \perp)$$

$$(D83.2) \text{ an } (\varphi) = ((\wedge t_i) (v_2 (\varphi, t_i) = 1) \vee (\wedge t_j) (v_2 (\varphi, t_j) = 0))$$

$$(D83.3) \text{ an } (\varphi) = ((H(\varphi) \wedge N(\varphi) \wedge G(\varphi)) \vee (\sim P(\varphi) \wedge \sim N(\varphi) \wedge \sim F(\varphi)))$$

$$(D83.4) \text{ an } (\varphi) = ((\wedge t_i) (\mathcal{P}(t_i, \mathfrak{A}) \vee (t_i = \mathfrak{A}) \vee \mathcal{P}(\mathfrak{A}, t_i)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_i) = 1) \vee \\ \vee (\wedge t_j) (\mathcal{P}(t_j, \mathfrak{A}) \vee (t_j = \mathfrak{A}) \vee \mathcal{P}(\mathfrak{A}, t_j)) \rightarrow (v_2(\varphi, t_j) = 0)))$$

Reamintim că operatorul „ $(\vee t_i)^Z$ ” este abrevierea cuantorului natural schematic „numai pentru unii substituenți existenți – din lumea reală sau din una din lumile alternative ale acesteia – ai momentului  $t_i$  ...”.



88°. Un hexagon logic al schemelor  
propoziționale modalizate alethice

Urmînd o idee mai veche, datorată lui Petrus Hispanus, am putea înscrie în rîndul modalităților alethice chiar adevărul și falsul<sup>100</sup>. Într-o asemenea perspectivă, expresiile „*este adevărat că ...*” și „*este fals că ...*” – rezumate în  $L$  de conectorii „1” și „0” (omonimia creată nu ridică dificultăți) – ne permit, în ultimă instanță, să redăm două noi moduri în care poate fi dată o propoziție.

Aceste modalități se definesc în limitele logicii clasice și ale logicii temporale prin propozițiile de identitate (D84.1) și (D85.1), respectiv (D84.2) și (D85.2).

$$(D84.1) 1(\varphi) = (v_2(\varphi) = 1)$$

$$(D85.1) 0(\varphi) = (v_2(\varphi) = 0)$$

$$(D84.2) 1(\varphi) = (v_2(\varphi, \mathfrak{A}) = 1) = N(\varphi)$$

$$(D85.2) 0(\varphi) = (v_2(\varphi, \mathfrak{A}) = 0) = \sim N(\varphi)$$

<sup>100</sup> Petrus Hispanus, *Summulae Logicales*, quas e codice manu scripto Reg. Lat. 1205 editit I. M. Bochenski O. P., Domus Editorialis Marietti, Friburgi, 1947, p. 11.



Spre exemplu, dacă ne situăm, din parcimonie, la nivelul molecular de analiză, putem formaliza enunțul „Este adevărat că unii ziariști sînt onești” în variantele identice (din punct de vedere valoric): „ $1(A)$ ”, „ $v_2(A, a) = 1$ ” și „ $N(A)$ ”, respectiv „ $1(A)$ ” și „ $v_2(A) = 1$ ”, după cum se ține sau nu seama de dimensiunea temporală. Se subînțelege că enunțului natural „Unii ziariști sînt onești” îi corespunde formula „ $A$ ”.

În pofida evidentei redundanțe antrenate, noile modalități își merită locul în cadrul formalismelor, fie și pentru că asigură o omogenizare a exprimării. Astfel, scrutînd definițiile (D84.2) și (D85.2), se poate remarca faptul că argumentele operației de identificare se situează, în ambele cazuri, în trei orizonturi diferite: al modalizării, al evaluării, respectiv al dispunerii explicite pe axa temporală.

În plus, conectorii „ $1$ ” și „ $0$ ” ne îngăduie să definim alte două modalități alethice – *contingentul pozitiv*: „ $ct^+$ ” / „se întîmplă (acum) în mod contingent că ...” și *contingentul negativ*: „ $ct^-$ ” / „se întîmplă (acum) în mod contingent că nu ...”<sup>101</sup> –, instituind identitățile (D86.1 – 4), respectiv (D87.1 – 4).

$$(D86.1) \quad ct^+(\varphi) = (ct(\varphi) \wedge 1(\varphi))$$

$$(D86.2) \quad ct^+(\varphi) = ((\forall t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, a) = 1))$$

$$(D86.3) \quad ct^+(\varphi) = ((P(\varphi) \vee N(\varphi) \vee F(\varphi)) \wedge (\sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi)) \wedge N(\varphi)))$$

$$(D86.4) \quad ct^+(\varphi) = (((\forall t_i) ((P(t_i, a) \vee (t_i = a) \vee P(a, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1)) \wedge (\forall t_j) ((P(t_j, a) \vee (t_j = a) \vee P(a, t_j)) \wedge (v_2(\varphi, t_j) = 0)) \wedge (v_2(\varphi, a) = 1))))$$

$$(D87.1) \quad ct^-(\varphi) = (ct(\varphi) \wedge 0(\varphi))$$

$$(D87.2) \quad ct^-(\varphi) = ((\forall t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, a) = 0))$$

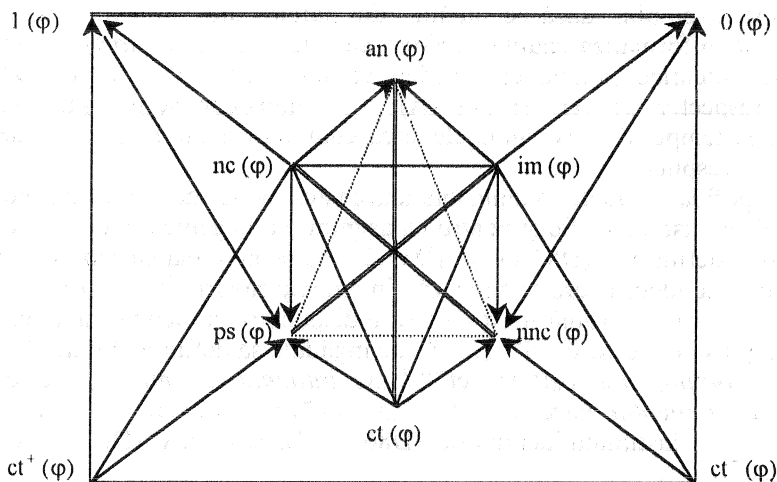
$$(D87.3) \quad ct^-(\varphi) = ((P(\varphi) \vee N(\varphi) \vee F(\varphi)) \wedge (\sim H(\varphi) \vee \sim N(\varphi) \vee \sim G(\varphi)) \wedge N(\sim\varphi)))$$

$$(D87.4) \quad ct^-(\varphi) = (((\forall t_i) ((P(t_i, a) \vee (t_i = a) \vee P(a, t_i)) \wedge (v_2(\varphi, t_i) = 1)) \wedge (\forall t_j) ((P(t_j, a) \vee (t_j = a) \vee P(a, t_j)) \wedge (v_2(\varphi, t_j) = 0)) \wedge (v_2(\varphi, a) = 0))))$$

În ideea ilustrării naturale a modalităților  $ct^+$  și  $ct^-$ , vom observa că din propoziția asertorică: *Bill Clinton este președintele SUA* se pot deriva propozițiile modale cum că *se întîmplă (acum) în mod contingent că Bill Clinton este președintele SUA*, respectiv *se întîmplă (acum) în mod contingent că nu Bill Clinton este președintele SUA*. Pe un temei, totuși extra - logic, putem declara că prima dintre propozițiile modale rezultate este adevărată în momentul redactării acestor pagini.

Cît privește relațiile de derivare care corelează aplicațiile desemnate de modalizatorii „ $1$ ”, „ $0$ ”, „ $ct^+$ ” și „ $ct^-$ ” cu cele exprimate de modalizatorii alethici anterior definiți („ $ps$ ”, „ $nc$ ”, „ $im$ ”, „ $nnc$ ”, „ $ct$ ” și „ $an$ ”), ne mărginim la construirea unei diagrame, în măsură să asigure o minimă conectare.

<sup>101</sup> Dincolo de terminologia și notația oarecum diferite, această idee este preluată din: K. Jacobi, *Möglichkeit*, in: H. Krings, H. M. Baumgartner și Chr. Wild (eds.), *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, IV: *Mensch - Relation*, Kösel Verlag, München, 1973, pp. 931 sqq; R. Carnap, *Grundlagen der Logik und Mathematik*, 2. Aufl., Nymphenburger Verlagshandlung, München, 1973, pp. 22-5.



89°. O structură logică în care se regăsesc schemele propoziționale obținute prin aplicarea a 10 modalități alethice

Dintre inferențele reprezentate geometric în figura (89°), le menționăm, la întâmplare, doar pe acelea care alcătuiesc suita (R102) – (R109).

- |                                                       |                                                       |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| (R102) $nc(\varphi) \Rightarrow 1(\varphi)$           | (R106) $im(\varphi) \Rightarrow 0(\varphi)$           |
| (R103) $\sim 1(\varphi) \Rightarrow \sim nc(\varphi)$ | (R107) $\sim 0(\varphi) \Rightarrow \sim im(\varphi)$ |
| (R104) $ct^+(\varphi) \Rightarrow \sim ct^-(\varphi)$ | (R108) $ct^+(\varphi) \Rightarrow 1(\varphi)$         |
| (R105) $ct^-(\varphi) \Rightarrow \sim ct^+(\varphi)$ | (R109) $ct^-(\varphi) \Rightarrow 0(\varphi)$         |

Dacă „citirea“ celorlalte inferențe este o simplă formalitate, găsirea unui sistem axiomatic consistent, complet și decidabil în care să se regăsească toate aceste reguli este o problemă redutabilă. Ne permitem să lăsăm în seama unei alte analize atacarea acestei teme, cu atât mai mult cu cât în literatura logică sînt consemnate destule astfel de sisteme. În compensație, supunem atenției matricele verifuncționale care determină parțial (!) comportamentele conectivelor modale în contextul clasicei evaluări alethice bivalente.

| $v_2(\varphi)$ | $v_2(ps(\varphi))$ | $v_2(nc(\varphi))$ | $v_2(im(\varphi))$ | $v_2(nnc(\varphi))$ | $v_2(ct(\varphi))$ | $v_2(an(\varphi))$ |
|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| 1              | 1                  | ?                  | 0                  | ?                   | ?                  | ?                  |
| 0              | ?                  | 0                  | ?                  | 1                   | ?                  | ?                  |

| $v_2(\varphi)$ | $v_2(1(\varphi))$ | $v_2(0(\varphi))$ | $v_2(ct^+(\varphi))$ | $v_2(ct^-(\varphi))$ |
|----------------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|
| 1              | 1                 | 0                 | ?                    | ?                    |
| 0              | 0                 | 1                 | ?                    | ?                    |

90° – 99°. Definiri verifuncționale ale modalităților: posibil (D74.9), necesar (D75.8), imposibil (D76.6), nenecesar (D77.6), contingent (D82.5), analitic (D83.5), adevărat (D84.3), fals (D85.3), contingent pozitiv (D86.5) și contingent negativ (D87.5)

|                         |                     |                         |                     |                         |                     |                          |                     |
|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|---------------------|
| $v_2$ (ps( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (nc( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (im( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (nnc( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) |
| 1                       | ?                   | 1                       | 1                   | 1                       | 0                   | 1                        | ?                   |
| 0                       | 0                   | 0                       | ?                   | 0                       | ?                   | 0                        | 1                   |

|                         |                     |                         |                     |                         |                     |                         |                     |
|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|
| $v_2$ (ct( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (an( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (1 ( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (0 ( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) |
| 1                       | ?                   | 1                       | 1                   | 1                       | 0                   | 1                       | ?                   |
| 0                       | 0                   | 0                       | ?                   | 0                       | ?                   | 0                       | 1                   |

|                                       |                     |                                       |                     |
|---------------------------------------|---------------------|---------------------------------------|---------------------|
| $v_2$ (ct <sup>+</sup> ( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) | $v_2$ (ct <sup>-</sup> ( $\varphi$ )) | $v_2$ ( $\varphi$ ) |
| 1                                     | 1                   | 1                                     | 0                   |
| 0                                     | ?                   | 0                                     | ?                   |

(100° – 109°. Alte definiții verifuncționale ale modalităților: posibil (D74.10), necesar (D75.9), imposibil (D76.7), nenecesar (D77.7), contingent (D82.6), analitic (D83.6), adevărat (D84.4), fals (D85.4), contingent pozitiv (D86.6) și contingent negativ (D87.6)

După cum se poate observa, conectivele modale 1 și 0 sînt complet determinate (și nu e de mirare, dat fiind statutul lor de modalități limită), în timp ce *contingentul* și *negația lui – analiticul* – ating pragul maxim de indeterminare.

La încheierea acestui demers de fundamentare a modalităților alethice se cuvine adăugată mențiunea că, în *definiens* - urile propozițiilor de identitate corespunzătoare, cuantificările temporale pot fi substituite (în anumite condiții) cu alte sorturi de cuantificări. Astfel, dacă elementele șirurilor („ $\omega_i$ ”)  $i \in \mathbb{N}$  și („ $\omega_i$ ”)  $i \in \mathbb{N}$  sînt termeni obiectuali parametrici, respectiv termeni obiectuali variabili și dacă în „ $\varphi$ ” apar, alături de operatorii (logici) constanți, doar parametrii „ $\omega_i$ ”, ..., „ $\omega_j$ ” și variabilele „ $\omega_k$ ”, ..., „ $\omega_n$ ”, atunci conectivele modale în atenție se definesc de-o manieră generală prin schemele propoziționale de mai jos.

$$(D74.11) \text{ ps } (\varphi) = (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D75.10) \text{ nc } (\varphi) = (\wedge \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D76.8) \text{ im } (\varphi) = (\wedge \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D77.8) \text{ nnc } (\varphi) = (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D82.7) \text{ ct } (\varphi) = (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j] \wedge (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D83.7) \text{ an } (\varphi) = (\wedge \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j] \vee (\wedge \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D86.7) \text{ ct}^+ (\varphi) = (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j] \wedge (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j] \wedge \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D87.7) \text{ ct}^- (\varphi) = (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j] \wedge (\forall \omega_1 \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j] \wedge \sim \varphi [\omega_i / \omega_1, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

Este de la sine înțeles că modalitățile 1 și 0 nu se definesc cuantificațional.

Spre exemplu, caracterul necesar al propoziției formalizate  $A \wedge P^2(a, x) \rightarrow A$  poate fi dezvăluit printr-o generalizare universală „exhaustivă” (în privința tuturor obiectelor „nonlogice”) ale acesteia:  $nc(A \wedge P^2(a, x) \rightarrow A) = (\wedge p)(\wedge X^2)(\wedge y)(\wedge z)(p \wedge X^2(y, z) \rightarrow p)$ .

În mod similar, enunțurile „Este imposibil ca Hagi Tudose să fie avar și (Hagi Tudose) să nu fie avar” și „Pentru nici un substituent existent al individului  $y$  și pentru nici o substituție consistentă a proprietății  $X^1$ ,  $y$  are proprietatea  $X^1$  și ( $y$ ) nu are proprietatea  $X^1$ ” se dovedesc a fi identice din punct de vedere extensional.

Dintre multiplele aplicații ale conexării operațiilor de cuantificare și de modalizare alethică, vom reține în economia acestui subcapitol doar câteva.

O dată cu construirea sistemelor modale s-a pus în discuție, de-o manieră aplicată, problema modalităților iterate. Cu această ocazie s-au analizat rezultatele aplicării operațiilor de modalizare la propoziții deja modalizate. Fără a intra în detaliile respectivelor încercări (unele dintre ele avînd, de altfel, un aspect ușor frivol), vom remarca faptul că „opacitatea” de ordin intuitiv a enunțurilor care exprimă o modalizare multiplă poate fi redusă prin substituirea unor modalități cu operațiile de cuantificare corespunzătoare. În acest fel, am putea evidenția, de pildă, caracterul eronat al schemei de reducere „ps ( $\varphi$ ) = nc (ps ( $\varphi$ ))” – în notația originară: „ $\Diamond p = \Box \Diamond p$ ” –, pe care Gheorghe Enescu a pus-o în seama lui Parry [cf. 2: 243]. În măsura în care definiția (D75.10) autorizează identificarea (D75.11), iar regula instanțierii propozițiilor universale permite derivarea lui (R110), urmează să acceptăm și deducția (R111).

$$(D76.10) \quad nc(ps(\varphi)) = (\wedge p) \quad ps(p)$$

$$(R110) \quad (\wedge p) \quad ps(p) \Rightarrow ps(\psi \wedge \sim \psi)$$

$$(R111) \quad ps(\varphi) \Rightarrow ps(\psi \wedge \sim \psi)$$

Or, de la posibilitatea unei propoziții (oarecare) nu se poate trece la posibilitatea unei propoziții inconsistente. *Ergo*, schema de reducere:  $ps(\varphi) = nc(ps(\varphi))$  este incorectă.

O problemă deloc neglijabilă privește alcătuirea sistemelor modale cuantificate, în speță, corelarea modalităților *posibil* și *necesar* cu operațiile care specifică schemele  $(\wedge x_i)$  și  $(\vee x_i)$ . Printre tezele de prim rang ce populează aceste sisteme se numără și schemele propoziționale care se subordonează unei reguli a permutării [cf. 2: 343].

$$(T6) \Rightarrow ps((\vee x_i) \varphi) \rightarrow (\vee x_i) ps(\varphi) \quad (T8) \Rightarrow ps((\wedge x_i) \varphi) \rightarrow (\wedge x_i) ps(\varphi)$$

$$(T7) \Rightarrow ps((\vee x_i) \varphi) \leftrightarrow (\vee x_i) ps(\varphi) \quad (T9) \Rightarrow nc((\wedge x_i) \varphi) \rightarrow (\wedge x_i) nc(\varphi)$$

$$(T10) \Rightarrow (\vee x_i) nc(\varphi) \rightarrow ps((\vee x_i) \varphi)$$

Corectitudinea formulării respectivelor condiționări în *L* (de regulă, în loc de „ps” se scrie „ $\Diamond$ ”, în loc de „nc”, „ $\Box$ ”, în loc de „ $x_i$ ”, „ $x$ ” și în loc de „ $\varphi$ ”, „ $Fx$ ”) este condiționată de clauza conform căreia  $x_i$  are în  $\varphi$  cel puțin o intrare liberă și nici o intrare controlată.

Or, cu privire la valabilitatea regulilor de derivare medadice (sau a tezelor) (T6) – (T10) nu există un acord unanim. Unii logicieni se mulțumesc să

atragă atenția asupra caracterului contraintuitiv al schemelor menționate, alții pun sub semnul întrebării chiar statutul lor de reguli valide. [cf. 2: 243]. În ce ne privește, subscriem la prima întîmpinare (astfel, analizînd sumar (T7) – „axioma lui Barcan” – în contextul interpretării cuantorilor de individ clasici, am subliniat aspectul discutabil al trecerii de la existența posibilă din antecedent la existența reală din succedent), dar nu o împărtășim pe cea de-a doua. Dacă în (T6) – (T10) avem de-a face cu modalități logice, iar nu reale, nu putem contesta corectitudinea logică (formală) a acestora. Evident, rămîne de stabilit relevanța unor astfel de scheme, *id est* impactul lor în planul cunoașterii. De exemplu, se poate constata, cu o oarecare insatisfacție că în (T7) putem înlocui – peste tot, respectiv în parte – operația  $(\vee x_i)$  cu aplicația  $(\exists x_i)$ . Aceasta înseamnă că nu are importanță cadrul ontologic asumat: lumea reală ? lumea existentă ?

Ultima chestiune pe care o supunem atenției în acest context este consacrată „implicației stricte”. Precum se știe, intrigat de așa - numitele „paradoxe ale implicației materiale” – *ex falso sequitur quodlibet*, respectiv *verum sequitur ad quodlibet* –, C. I. Lewis a propus spre asumare o operație de implicare specială –  $\prec$  –, definibilă în registrul modalităților alethice <sup>102</sup>.

$$(D88) (\varphi \prec \psi) = \sim ps (\varphi \wedge \sim \psi) = im (\varphi \wedge \sim \psi) = nc (\varphi \rightarrow \psi)$$

Or, modalizarea de necesitate este reductibilă la o cuantificare universală, fie ea și temporală, conform cu (D89), iar cuantificarea universală a unei implicații sugerează prezența unei operații de inferare deductivă.

$$(D89) nc (\varphi \rightarrow \psi) = (\wedge t_i) (\vee_2 ((\varphi \rightarrow \psi), t_i) = 1)$$

$$(D90) (\wedge t_i) (\vee_2 ((\varphi \rightarrow \psi), t_i) = 1) = (\varphi \Rightarrow \psi)$$

Așadar, în ultimă instanță, implicarea strictă se identifică cu derivarea logică.

$$(D91) (\varphi \prec \psi) = (\varphi \Rightarrow \psi)$$

Astfel, C. I. Lewis nu a făcut decît să redenumescă o operație logică fundamentală (deducerea), ale cărei origini nu trebuie căutate în epoca modernă, ci în antichitatea greacă. Cum operația de inferare deductivă este, totuși, de ordin extensional, nu ne mai miră faptul că „paradoxele implicației materiale” în loc să dispară, se convertesc în „paradoxe ale implicației stricte”. De altfel, orice efort de a controla cu mijloace extensionale transpunerea în plan formal a conținuturilor de gîndire (altfel spus, a intensiunilor) este sortit eșecului.

Cu aceste cîteva ilustrări ale dimesiunii cantitative pe care o posedă modalitățile alethice ne încheiem periplul în perimetrul mirific al conectorilor. Așa cum se va vedea, acești operatori nu dețin „monopolul” în ce privește manipularea cantității logice, chiar dacă, trebuie să recunoaștem, își aduc aportul cel mai substanțial la manifestarea acestora.

<sup>102</sup> C. I. Lewis și C. H. Langford, *Symbolic Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Dover Publications Inc., London, 1959.

## 2. INFLEXIUNI CANTITATIVE ÎN REGISTRUL SUBNECTORILOR

În cuprinsul acestui capitol vom căuta să scoatem în evidență aspectele cantitative prezente la nivelul operatorilor care, prin concatenarea cu un număr nedefinit de enunțuri, se transformă în termeni.

### 2.1. REFLECTAREA CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL EVALUĂRII ALETHICE POLIVALENTE

Preferăm să începem identificarea „amprentelor” cantității prin analiza operațiilor de evaluare alethică, datorită conexiunilor imediate ce se pot stabili cu problematica tratată la sfârșitul capitolului precedent.

#### 2.1.1. POT FI TRANSFORMATE MODALITĂȚILE ALETHICE ÎN VALORI LOGICE ?

Cel puțin două sînt împrejurările care susțin un răspuns pozitiv la această întrebare: (I) disponibilitatea adevărului și falsului de a se întruchipa în conective modale (în acest sens, enunțurile asertorice „*Valoarea logică a propoziției  $\varphi$  este adevărul*” și „*Valoarea logică a propoziției  $\varphi$  este falsul*” pot fi identificate cu enunțurile modalizate „*Este adevărat că  $\varphi$* ”, respectiv „*Este fals că  $\varphi$* ”) și (II) rezonanța modală a denumirii pe care o poartă cea de-a treia valoare alethică – „posibilul” / „îndoielnicul”<sup>1</sup> –, pe care promotorii unor calcule trivalente (îndeosebi, Jan Łukasiewicz) au adăugat-o adevărului și falsului.

După cum este îndeobște admis, logica tradițională (chrysippiană) este fundamentată pe *principiul bivalenței*. Conform acestui principiu, există un criteriu care permite asocierea oricărei propoziții (apofantice) fie cu adevărul, fie cu falsul. (În mod obișnuit, se face apel la un criteriu de ordin semantic, și anume criteriul corespondenței, recurgîndu-se la confruntarea dintre propoziții și stările de lucruri pe care le acestea descriu. Este de la sine înțeles că această punere în corespondență nu este o sarcină a logicii formale). Altfel spus, se poate determina în logica tradițională operația de evaluare  $v_2$  – *valoarea (alehică) bivalentă a (propoziției)* ... –, care își „recrutează” argumentele din mulțimea tuturor propozițiilor și care ia valori în mulțimea  $\{0, 1\}$ . Dacă „Ad” reprezintă clasa propozițiilor adevărate, „Fl”, clasa propozițiilor false, iar „Pr”, clasa tuturor propozițiilor, atunci se poate afirma că mulțimea Pr se identifică cu reuniunea disjunctă a mulțimilor Ad și Fl.

Supoziția că orice propoziție poate fi înscrisă numai într-una din subclasele domeniului Pr – fie subclasa Ad, fie subclasa Fl – creează, însă, dificultăți în ceea ce privește evaluarea propozițiilor care descriu stări de lucruri contingente din viitor. Deși se acceptă faptul că logicienii acordă valori de adevăr propozițiilor (sintetice) doar de-o manieră ipotetică, se subînțelege, într-o oarecare măsură, că respectivele propoziții sînt principal decise sub acest raport. Or, s-ar părea că propozițiile de felul celei exprimate de enunțul „*Andrei se însoară mîine*” nu pot

<sup>1</sup> Expresia folosită de Jan Łukasiewicz pentru a reda îndoielnicul este „*Mögliche*”.

primi în „momentul vorbirii” o valoare anume din domeniul  $\{0, 1\}$ , datorită faptului că, în cazuri precum cel aflat în discuție, doar o ființă omnișcintă poate urmări clauza semantică a corespondenței.

Cea mai drastică rezolvare a problemei anunțate constă în ignorarea coordonatelor spațio-temporale și, implicit, în abandonarea dimensiunii „metafizice”. La urma urmelor, analiza logică se efectuează în conformitate cu standardele de exactitate, consistență și consecvență (formală), adică, în acord cu niște calități care nu sînt influențate de valorile de adevăr pe care le dețin în fapt propozițiile. O a doua soluție a problemei, mult mai riguroasă, presupune recuperarea la nivel formal a circumstanțelor de adevărire, păstrîndu-se registrul valoric  $\{0, 1\}$ . Astfel, enunțurile care conțin o supoziție temporală (chiar și acelea care trimit la momente viitoare) sînt tratate ca semne ale unor judecăți, *id est* ca expresii ale unor propoziții de evaluare (de ordinul doi).

Cele două soluții avansate pînă acum au o alternativă mult mai atrăgătoare sub aspect filosofic, și anume, proliferarea valorilor de adevăr. În ideea unei evaluări mai nuanțate a propozițiilor, inclusiv a celor care descriu viitori contingenți, unul dintre „părinții” logicii (-ilor) polivalente – Jan Łukasiewicz – a propus ca, alături de adevăr și fals, să se ia în considerare și valoarea: *posibil*. Principal deosebit de valoroasă, această propunere prezintă inconvenientul că una și aceeași propoziție poate fi dispusă (e drept, sub raporturi diferite) atît în clasa afirmațiilor posibile (problematic) cît și în clasa afirmațiilor adevărate. Or, în această situație, ar trebui să construim un mecanism de control al respectivei „metamorfoze” (în același cîmp valoric), ceea ce conduce la o pernicioasă complicare operațională.

Această problemă poate primi, însă, o rezolvare mult mai simplă în sensul precizărilor formulate de Grigore C. Moisil. Mai întîi, vom observa că termenul „posibil” are la Jan Łukasiewicz înțelesul de posibilitate bilaterală și, astfel, poate fi considerat drept o expresie a contingentului („ct”). Este de reținut, că, în contextul evaluării, simbolul „ct” nu va fi considerat conector modal, ci termen individual constant; mai exact, el este termenul (din *ML*) care desemnează valoarea alethică (trivalentă): *contingentul*. Mai apoi, vom reconstrui registrul valoric trivalent cu corespondentele individuale ale aplicațiilor desemnate de conectorii „nc” și „im” – *necesarul* și *imposibilul* –, iar nu cu adevărul și falsul. În acest fel, evaluarea trivalentă a propozițiilor ar fi asigurată acum de operația de evaluare  $v_3$  – *valoarea (alehică) trivalentă a (propoziției)* ... –, care este definită pe mulțimea  $\text{Pr}$  și ia valori în domeniul  $\{\text{nc}, \text{ct}, \text{im}\}$ .

Avantajul major al acestei reconsiderări este dat de împrejurarea că fiecare propoziție poate fi evaluată în orice moment prin aplicarea operației  $v_3$ , cu precizarea (foarte importantă) că nici o propoziție nu poate primi mai mult de o valoare din mulțimea  $\{\text{nc}, \text{ct}, \text{im}\}$ , indiferent de circumstanțele sau raporturile sub care este analizată. În alți termeni, dacă „Nc” stă pentru clasa propozițiilor necesare, „Im”, pentru clasa propozițiilor imposibile și „Ct”, pentru clasa propozițiilor contingente, atunci reuniunea disjunctă a claselor  $N_c$ ,  $I_m$  și  $C_t$  este identică cu  $\text{Pr}$ . Spre exemplu, pentru a nu fi acuzat de determinism sau fatalism, logicianul poate suspenda evaluarea bivalentă a afirmației că *Andrei se însoară mîine*, pînă la consumarea circumstanței cu pricina, folosind provizoriu registrul valoric trivalent  $\{\text{nc}, \text{ct}, \text{im}\}$ . În speță, dat fiind că nu poate fi pusă în corespondență cu o propoziție analitică din  $L$ , propoziția dată va fi socotită contingentă. Insistăm asupra

faptului că valoarea acestei propoziții nu se schimbă în cadrul evaluativ adoptat, altfel spus, nu poate deveni nici necesară, nici imposibilă. Firește, după ce trece ziua de mâine, se poate efectua și o evaluare bivalentă, spunând, e. g., că propoziția dată este falsă. Chiar și în aceste condiții, din punctul de vedere al valorizării ternare, propoziția rămâne contingentă.

O dată isprăvite aceste considerații lămuritoare putem să consacram prin definiții și exemple posibilitățile de a exprima necesitatea, contingența și imposibilitatea în planul unei evaluări ternare. Astfel, dacă în „ $\varphi$ ” intervin, pe lângă eventualele constante operaționale, termenii obiectuali schematici „ $\omega_i$ ”, ..., „ $\omega_j$ ” și termenii obiectuali variabili „ $\omega_k$ ”, ..., „ $\omega_n$ ” (aceștia avînd exclusiv intrări libere), atunci putem formula schemele de identitate (D92) – (D94).

$$(D92) (v_3(\varphi) = nc) = nc(\varphi) (= (\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = (\wedge \omega_i \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_i, \dots, \omega_j / \omega_j]$$

$$(D93) (v_3(\varphi) = ct) = ct(\varphi) (= (\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = ((\vee \omega_i \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \varphi [\omega_i / \omega_i, \dots, \omega_j / \omega_j] \wedge \\ \wedge (\vee \omega_i \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_i, \dots, \omega_j / \omega_j])$$

$$(D94) (v_3(\varphi) = im) = im(\varphi) (= (\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0) = \\ = (\wedge \omega_i \dots \omega_j \omega_k \dots \omega_n) \sim \varphi [\omega_i / \omega_i, \dots, \omega_j / \omega_j])$$

Omonimia instalată în definițiile de mai sus nu pare să creeze echivocuri. Este cît se poate de clar că semnele „nc”, „ct” și „im” funcționează în *definiendum*-uri ca termeni (de ordinul doi), iar în *definiens*-uri, ca și conectori modali. Complementele definiționale plasate între parantezele rotunde dezvăluie faptul că și în ipostaza de valori alethice necesitatea, contingența și imposibilitatea se reduc la cîteva operații de cuantificare.

Să mai consemnăm că respectiva „travestire” a modalităților nu este un joc formal gratuit, chiar dacă acesta poate fi practicat cu mai mult folos la nivelul limbajelor formalizate. De pildă, enunțul natural „*Este posibil, dar nu este necesar ca Andrei să se însoare mîine*” tolerează foarte bine reformularea „*Valoarea trivalentă a afirmației că Andrei se însoară mîine este contingentul*”. Alegerea variantei optime de exprimare a propozițiilor modalizate vs. de evaluare depinde în ultimă instanță de un criteriu pragmatic. Situațiile concrete de comunicare sînt cele care recomandă o opțiune sau alta.

Uneori pare nimerit să se condenseze într-o singură apreciere evaluarea bivalentă și evaluarea trivalentă. Să presupunem, de pildă, că afirmația cum că *Andrei se însoară mîine*, a cărei valoare în momentul vorbirii este contingentul (conform evaluării trivalente), devine falsă o dată cu trecerea zilei de poimîine (potrivit evaluării trivalente). Or, tot într-un moment ulterior zilei de mîine se poate spune, într-o formulare mai nuanțată, că respectiva propoziție este negativ - contingentă (adică sintetic-falsă). Ne-am situa, astfel, în contextul unei evaluări tetravalente, care se realizează prin efectuarea operației exprimate de subnectorul „ $v_4$ ” – „*valoarea (alethică) tetravalentă a (propoziției) ...*” –, operație care se definește pe mulțimea tuturor propozițiilor (Pr) și ia valori în clasa alcătuită din indivizii abstracți: *necesarul, contingentul pozitiv, contingentul negativ și imposibilul* ({nc, ct<sup>+</sup>,



ct<sup>-</sup>, im}). Notînd cu „Ct<sup>+</sup>” și „Ct<sup>-</sup>” clasa propozițiilor pozitiv - contingente, respectiv clasa propozițiilor negativ - contingente, se poate susține că mulțimile Nc, Ct<sup>+</sup>, Ct<sup>-</sup> și Im sînt disjuncte și partiționează clasa Pr. Altfel spus, evaluarea tetravalentă anunțată mai sus se supune legilor necontrazicerii și exhaustivității.

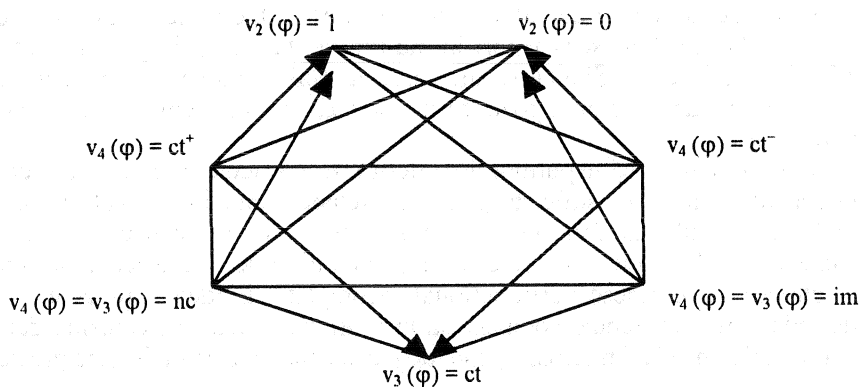
În completarea definițiilor cuantificaționale corespunzătoare valorilor *necesar*, *contingent* și *imposibil*, vom adăuga două propoziții de identitate în care se regăsesc aspecte cantitative reflectate de contingentul pozitiv și de contingentul negativ.

$$(D95) (v_4(\varphi) = ct^+) = ct^+(\varphi) = ((\forall t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, a) = 1)) = ((\forall o_i \dots o_j o_k \dots o_n) \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j] \wedge (\wedge o_i \dots o_j o_k \dots o_n) \sim \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j])) \wedge \varphi$$

$$(D96) (v_4(\varphi) = ct^-) = ct^-(\varphi) = ((\forall t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) \wedge (v_2(\varphi, a) = 0)) = ((\forall o_i \dots o_j o_k \dots o_n) \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j] \wedge (\wedge o_i \dots o_j o_k \dots o_n) \sim \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j])) \wedge \sim \varphi$$

Considerațiile de pînă acum au avut menirea de a ilustra rolul pe care îl joacă supraoperația de cuantificare în conexarea unor evaluări alethice multiple. Am făcut cunoștință, în acest fel, cu evaluările bivalentă, trivalentă și tetravalentă în orizontul unei (- or) logici ce se situează în afara timpului, respectiv cu o evaluare bivalentă în planul unei logici de ordin superior, care oferă mijloace de recuperare a circumstanțelor aferente situațiilor de comunicare.

Cele mai importante relații dintre propozițiile de evaluare specifice fiecărui domeniu de valori luat în considerare, respectiv dintre subclasele în care se disjunge clasa tuturor propozițiilor pot fi rezumate în două diagrame - tip.



|    |                 |                 |    |
|----|-----------------|-----------------|----|
| Nc | Ct <sup>+</sup> | Ct <sup>-</sup> | Im |
| Nc | Ct              |                 | Im |
| Ad |                 | Fl              |    |
| Pr |                 |                 |    |

110° - 111°. Două diagrame logice în care sînt corelate propoziții de evaluare din registre valorice polivalente, respectiv subclasele corespunzătoare acestora

La încheierea acestei sumare analize a posibilității de a trata modalitățile alethice ca valori ale propozițiilor, ne îngăduim să semnalăm o problemă destul de

curioasă. A devenit demult un loc comun spusă că logica bivalentă este logica ce operează cu două valori alethice, și anume, cu *adevărul* și *falsul*. Dincolo de discuțiile privind efectele pe care le antrenează prezența vs. absența factorului temporal, nu s-au consemnat încercări semnificative de acomodare a (supra) logicii bivalente cu alte registre valorice. Clauzele relative la necontrazicere și exhaustivitate par să constrângă logica bivalentă la o evaluare în domeniul  $\{0, 1\}$ . Însă, dacă se acceptă transformarea modalităților alethice în valori logice, așa cum s-a procedat în acest paragraf, se pot adăuga logicii bivalente clasice alte cinci calcule bivalente. Domeniile valorice aferente acestor calcule ar fi:  $\{im, ps\}$ ,  $\{ct, an\}$ ,  $\{nc, nnc\}$ ,  $\{ct^+, (\sim ct^+)\}$  și  $\{ct^-, (\sim ct^-)\}$ .

*Notă.* Expresiile „ $(\sim ct^+)$ ” și „ $(\sim ct^-)$ ” desemnează „noncontingentul pozitiv”, respectiv „noncontingentul negativ”.

Deși se respectă condițiile de necontrazicere și de exhaustivitate, rămîne, totuși, de rezolvat în aceste cazuri o problemă reductibilă, anume, interpretarea conectorilor. La o simplă inspectare a respectivelor perechi de valori alethice, se poate constata că unele conective nu își precizează în întregime parcursul în vreo schemă matriceală corespunzătoare. Spre exemplu, adoptînd registrul valoric  $\{im, ps\}$  și distribuind lui  $\phi$  și lui  $\psi$  aceeași valoare – *posibilul* –, nu putem determina necondiționat valoarea enunțului  $\phi \wedge \psi$ . Ce e drept, se poate spune într-o atare situație că valoarea propoziției  $\phi \wedge \psi$  este *imposibilul*, dacă și numai dacă  $\phi$  este negația lui  $\psi$  sau viceversa. În celelalte interpretări, valoarea propoziției  $\phi \wedge \psi$  este cu certitudine *imposibilul*.

Într-un mod similar, am putea identifica trei alternative la calculul logic trivalent instituit pe domeniul de valori  $\{nc, ct, im\}$ . Operațiile de evaluare corespunzătoare ar lua în acest sens valori în mulțimile  $\{1, ct^-, im\}$ ,  $\{nc, ct^+, 0\}$ , respectiv  $\{an, ct^+, ct^-\}$ . Și aici trebuie cercetat felul în care conectivele își dezvăluie modul de operare. Se prea poate ca în unele cazuri să avem de-a face cu indeterminări valorice.

Este de remarcat că neputința de a defini în matrice complete toate conectivele nu constituie un temei suficient pentru a exclude domeniile de valori corespunzătoare din contextul evaluării. După cum prea bine s-a putut constata, chiar în registrul clasic  $\{0, 1\}$  unele conective (e. g., operațiile de cuantificare sau modalizările alethice) se definesc verifuncțional incomplet. Evident, prezența acestor zone de indeterminare trebuie compensată prin utilizarea altor mecanisme definiționale, astfel încît, în cele din urmă, spațiul de joc al conectivelor să fie bine precizat<sup>2</sup>.

**2.1.2. CUANTIFICARE ȘI PROGNOZARE.** Printre variantele de construire a logicii (-ilor) polivalente se numără și aceea care presupune luarea în considerare a dimensiunii aleatorii.

Pînă acum am urmărit două situații limită în care indivizii se pot corela cu proprietățile. Pe de o parte, am avut de-a face cu indivizi complet determinați în raport cu proprietățile care li se atribuie, astfel încît propozițiile rezultate s-au dovedit fie adevărate, fie false (după cum indivizii manifestă sau nu, în fapt, respectivele proprietăți). Pe de altă parte am ținut seama și de existența indivizilor vagi, *id*

<sup>2</sup> În redactarea acestui paragraf am utilizat în chip deosebit una dintre lucrările lui Grigore C. Moisil, și anume, *Încercări vechi și noi de logică neclasică* (Editura Științifică, București, 1965).

est a indivizilor (total) indeterminați cu privire la o proprietate sau alta sau indeterminați relativ la orice proprietate (exceptând, firește, proprietățile auto - contradictorii, respectiv proprietățile totale). Propozițiilor în care acești indivizi apar în postura de subiect logic le-am refuzat cu titlu provizoriu alocarea vreunei valori de adevăr. Or, cunoașterea umană nu se desfășoară decât în mică măsură pe aceste coordonate extreme. De regulă, în actele de comunicare proprietățile se atribuie unor indivizi parțial determinați, fapt ce permite o evaluare alethică imediată, marcată, totuși, de o oarecare nesiguranță.

În acest cadru policrom pare cu totul nimerit să evaluăm numeric posibilitatea confirmării sau adevărării propozițiilor analizate cu mijloacele unui calcul al probabilităților<sup>3</sup>. Conștienți fiind de absurditatea încercării de a prezenta în toate articulațiile un calcul logico - matematic deosebit de complex pe întinderea unui paragraf al acestei lucrări, ne vom limita la redarea acelor elemente care divulgă o legătură explicită cu operațiile de cuantificare.

Fie „P“, un subnector constant din  $L$  ce se constituie ca abreviere a sinctegoremei naturale „probabilitatea confirmării afirmației (că) ...“. Operația desemnată este definită pe mulțimea tuturor propozițiilor și ia valori în intervalul închis de numere reale  $[0, 1]$ . Este foarte important de reținut faptul că, în noul context, „0“ și „1“ nu desemnează falsul și adevărul, ci grade extreme de probabilitate ale unor propoziții.

Aici se cuvine adăugată o precizare. Probabilitatea confirmării unei propoziții independente poate fi privită ca valoare a raportului dintre numărul substituțiilor adevărate și numărul total al substituțiilor într-un domeniu dinainte ales. Spre exemplu, luând drept domeniu mulțimea marilor poeți români, ne putem întreba cu privire la probabilitatea adevărării afirmației că *Tudor Arghezi este boem*. (Alegera „individului logic“ și a proprietății aferente este absolut arbitrară.) În acest sens, se construiește șirul tuturor substituțiilor propoziției date, de maniera: *Nichita Stănescu este boem, Vasile Alecsandri este boem, Lucian Blaga este boem, George Bacovia este boem* etc. și se împarte numărul propozițiilor adevărate din șir la numărul tuturor propozițiilor care îl alcătuiesc. Rezultatul acestui raport este un număr real din intervalul  $[0, 1]$ , care se identifică cu gradul de confirmare al propoziției că *Tudor Arghezi este boem*.

Această interpretare întâmpină cel puțin două dificultăți; una este legată de relativitatea alegerii domeniului (la limită, în exemplul de mai sus, putem opera substituțiile în mulțimea tuturor indivizilor, cu prețul unei modificări radicale a probabilității), iar cealaltă de supoziția că toate substituțiile au aceeași șansă de adevărare<sup>4</sup> (or, chiar exemplul în atenție pare să contrazică această supoziție). În economia acestei încercări, asumarea respectivelor limite nu creează probleme insurmontabile.

O primă fructificare a operației de probabilizare (prognosticare) este dată de reformularea constituenților care alcătuiesc hexagonul clasic al propozițiilor modalizate alethic. Dacă în „ $\phi$ “ intervin, alături de operatorii (logici) constanți, termenii obiectuali schematici „ $\omega_i$ “, ..., „ $\omega_j$ “ și termenii obiectuali variabili „ $\omega_k$ “, ..., „ $\omega_n$ “, atunci parvenim la schemele de identitate (D97) - (D102).

<sup>3</sup> Printre cei care au definit probabilitatea ca posibilitate numeric cuantificată se numără și Robert Blanché (în: *Raison et discours. Défense à la logique réflexive*, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1967, p. 144).

<sup>4</sup> Este vorba aici despre așa-numitul „principiu al indiferenței“ (*principle of indifference*). Cf. P. J. Hurley, *A Concise Introduction to Logic*, 3<sup>rd</sup> ed., Wadsworth Publishing Company, Belmont, 1988, p. 439.

$$(D97) (P(\varphi) = 1) = nc(\varphi) = (\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = (\wedge o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]$$

$$(D98) (P(\varphi) = 0) = im(\varphi) = (\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0) = \\ = (\wedge o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \sim \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]$$

$$(D99) (P(\varphi) > 0) = ps(\varphi) = (\vee t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = (\vee o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]$$

$$(D100) (P(\varphi) < 1) = nnc(\varphi) = (\vee t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0) = \\ = (\vee o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \sim \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]$$

$$(D101) (0 \neq P(\varphi) \neq 1) = ct(\varphi) = (\vee t_i)^Z (v_2(\varphi, t_i) = 1) = \\ = ((\vee o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]) \wedge \\ \wedge (\vee o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \sim \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]$$

$$(D102) ((P(\varphi) = 0) \vee (P(\varphi) = 1)) = an(\varphi) = \\ = ((\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 1) \vee (\wedge t_i) (v_2(\varphi, t_i) = 0)) = \\ = ((\wedge o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]) \vee \\ \vee (\wedge o_1 \dots o_j o_k \dots o_n) \sim \varphi [o_i / \omega_i, \dots, o_j / \omega_j]$$

Definițiile de mai sus pot fi coroborate cu o explicitare matriceală în care se regăsesc așa-numitele „modalități epistemice“.

| Probabilitatea confirmării lui $\varphi$ este : | $\varphi$ este o propoziție: |
|-------------------------------------------------|------------------------------|
| maximă (identică cu 1)                          | certă                        |
| minimă (identică cu 0)                          | neverosimilă                 |
| diferită de 0                                   | verosimilă                   |
| diferită de 1                                   | incertă                      |
| diferită atât de 0 cât și de 1                  | sintetic-decisă              |
| egală cu 0 sau egală cu 1                       | analitic-indecisă            |

112°. O confirmare matriceală a probabilității  
cu modalitățile epistemice

Astfel, propozițiile modalizate „epistemic“ se distribuie pe o scală relativ frustă a gradelor de probabilitate, între valoarea minimă, 0 și valoarea maximă, 1.

Dintre propozițiile certe (cu o probabilitate maximă / cu cel mai înalt grad de confirmare) se impun atenției în chip deosebit implicațiile și echivalențele. În acest sens, vom spune că implicațiile (propozițiile implicative / propozițiile care se prezintă ca valori ale operației de implicare) certe sînt, pînă la urmă, deducții / inferențe deductive / reguli de derivare nesimetrice <sup>5</sup>.

$$(D103) (P(\varphi \rightarrow \psi) = 1) = (\varphi \Rightarrow \psi)$$

În mod analog, se poate stabili relația de identitate între echivalențele certe și deducțiile reciproce.

$$(D104) (P(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1) = (\varphi \Leftrightarrow \psi)$$

<sup>5</sup> H. Breny, *À propos du terme „probabilité“*, în: „Logique et analyse“, 26<sup>e</sup> année, 1983, pp. 144-5.

Cele două definiții de mai sus – de altfel, intuitiv - acceptabile – pot fi justificate prin întrebuițarea unui numitor comun: cuantificarea universală (fie temporală, fie, în general, obiectuală).

Virtuțile registrului teoretic probabilist se dezvăluie și prin puțința de a pre-lua jocul operatoriu al cuantificărilor stocastice <sup>6</sup>.

Fie „ $(Ux_i) (\varphi \rightarrow \psi)$ “, o schemă de enunțuri universale stocastice – în care „ $x_i$ “ are cel puțin o intrare liberă și nici o intrare legată în „ $\varphi$ “, respectiv „ $\psi$ “ – și „*Cei mai mulți oameni sînt avizi de scandal*“, un exemplar natural al acestei scheme. Pe baza unei simple intuiții, se poate admite că în enunțul natural dat se afirmă cvasi - certitudinea următoarei implicații: *dacă x este om, atunci x este avid de scandal*, unde x este un individ arbitrar selectat. În locul expresiei „x“ se poate folosi unul dintre indicatorii „*ace (a) sta*“, „*el / ea*“, „*cutare*“, ... Mai apoi, se poate exprima această „cvasi - certitudine“, acordînd valoarea 1 limitei raportului variabil dintre probabilitatea afirmației că *x este om și x este avid de scandal* și probabilitatea de confirmare a propoziției că *x este om*. La nivel general, sîntem în măsură să formulăm definiția (D105).

$$(D105) (Ux_i) (\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) = 1)$$

De-o manieră similară, pot fi cercetate și celelalte cinci tipuri de cuantificări stocastice, astfel încît, în final, se obțin schemele de identitate (D106) – (D110).

$$(D106) (W x_i) (\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) = 0)$$

$$(D107) (W' x_i) (\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) \neq 0)$$

$$(D108) (U' x_i) (\varphi \rightarrow \psi) = (\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) \neq 1)$$

$$(D109) ((W' x_i) \wedge (U' x_i)) (\varphi \rightarrow \psi) = (0 \neq \lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) \neq 1)$$

$$(D110) ((U x_i) \vee (W x_i)) (\varphi \rightarrow \psi) = ((\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) = 1) \vee (\lim P(\varphi \wedge \psi) / P(\varphi) = 0))$$

În același calcul probabilist se pot recupera cuantificările procentuale (de minimizare, de maximizare și de precizie), potrivit definițiilor (D111) – (D113), cu precizarea că valoarea fracției  $k / 100$  se înscrie în intervalul închis  $[0, 1]$ .

$$(D111) (k \% x_i) \varphi = (P(\varphi) \geq k / 100)$$

$$(D112) (k ! \% x_i) \varphi = (P(\varphi) \leq k / 100)$$

$$(D113) (! k \% x_i) \varphi = (P(\varphi) = k / 100)$$

Spre exemplu, în enunțurile „*Cel puțin jumătate* –“, „*Cel mult jumătate* –“ și „*Exact jumătate – dintre orășenii români sînt proprietari ai unui teren arabil*“ se afirmă că probabilitatea confirmării afirmației că x este proprietar al unui teren arabil, dacă x este un orășean român este mai mare sau egală –, mai mică sau egală –, respectiv egală în raport cu valoarea 0, 5.

<sup>6</sup> Grigore C. Moisil, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Edition de l'Académie, Bucarest, 1972, pp. 643-6. Cf. și Ion Didilescu și Petre Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976, pp. 302 sqq.

<sup>7</sup> - Regimuri ale cantității în logica formală

Cît privește comportamentul conectivelor verifuncționale  $\sim$ ,  $\vee$ ,  $\wedge$ ,  $\rightarrow$  și  $\leftrightarrow$  în orizont probabilist, am putea asuma, cu minime abateri de expresie, cadrul explicativ specific propus de Nicholas Rescher<sup>7</sup>.

$$(D114) P(\sim \varphi) = 1 - P(\varphi)$$

Dacă propozițiile  $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_i$  sînt mutual exclusive, *id est*, dacă  $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_i$  nu pot avea aceeași valoare de adevăr, atunci:

$$(D115.1) P(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_i) = (P(\varphi_0) + \dots + P(\varphi_i)),$$

$$(D116.1) P(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) = (P(\varphi_0) + \dots + P(\varphi_i) - P(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_i)) = \\ = (P(\varphi_0) + \dots + P(\varphi_i) - P(\varphi_0) - \dots - P(\varphi_i)) = 0,$$

$$(D117.1) P(\varphi \rightarrow \psi) = P(\sim \varphi \vee \psi) = (1 - P(\varphi) + P(\psi)) \text{ și}$$

$$(D118.1) P(\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_i) = P((\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) \vee (\sim \varphi_0 \wedge \dots \wedge \sim \varphi_i)) = \\ = (P(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) + P(\sim \varphi_0 \wedge \dots \wedge \sim \varphi_i)) = 0.$$

Dacă propozițiile  $\varphi_0, \varphi_1, \dots$  și  $\varphi_i$  sînt compatibile, atunci putem introduce definițiile (D115.2) – (D118.2):

$$(D115.2) P(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_i) = p, \text{ cu precizarea că}$$

$$p \leq P(\varphi_0) + \dots + P(\varphi_i), \text{ dar } p \geq P(\varphi_0), \dots \text{ și } p \geq P(\varphi_i)$$

$$(D116.2) P(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) = q, \text{ cu precizarea că } q \leq P(\varphi_0), \dots \text{ și } q \leq P(\varphi_i),$$

$$(D117.2) P(\varphi \rightarrow \psi) = r, \text{ cu precizarea că}$$

$$r \leq 1 - P(\varphi) + P(\psi), \text{ dar } r \geq 1 - P(\varphi) \text{ și } r \geq P(\psi) \text{ și}$$

$$(D118.2) P(\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_i) = s, \text{ cu precizarea că } s \leq P(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) + \\ + P(\sim \varphi_0 \wedge \dots \wedge \sim \varphi_i), \text{ dar } s \geq P(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) \text{ și } s \geq P(\sim \varphi_0 \wedge \dots \wedge \sim \varphi_i)$$

O altă variantă de calculare a probabilităților de confirmare aferente propozițiilor compuse cu ajutorul celor cinci conective verifuncționale în atenție reclamă asimilarea distincției *probabilitate relativă* (sau condiționată) – *probabilitate absolută*<sup>8</sup>. Astfel, specificările schemei „ $P(\varphi, \psi)$ ” – „*probabilitatea de la  $\varphi$  la  $\psi$* ” (adică „*probabilitatea lui  $\varphi$  în cazul că  $\psi$* ”) – desemnează probabilități relative, *id est* grade de cuplare ale exemplarelor corespunzătoare derivate din  $\varphi$  și  $\psi$ . Probabilitățile absolute pe care le-am luat în considerare pînă acum pot fi considerate probabilități relative limită, în sensul că „ $P(\varphi)$ ” este pînă la urmă o abreviere a schemei „ $P(\top, \varphi)$ ”. Aceasta înseamnă că probabilitatea absolută a unei propoziții este identică cu gradul de cuplare a ei cu tautologia. În temeiul acestor precizări, dacă se restrînge la doi adicitea conectivelor poliadice, se parvine la definițiile (D115.3) – (D118.3):

$$(D115.3) P(\varphi \vee \psi) = P(\varphi) + P(\psi) - P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi),$$

$$(D116.3) P(\varphi \wedge \psi) = P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi),$$

$$(D117.3) P(\varphi \rightarrow \psi) = 1 - P(\varphi) + P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi) \text{ și}$$

$$(D118.3) P(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1 - P(\varphi) - P(\varphi, \psi) + 2 \cdot P(\varphi) \cdot P(\varphi, \psi).$$

<sup>7</sup> Cf. Petru Ioan, *Logică și metalogică. Incursiuni și noi contururi*, Editura Junimea, Iași, 1983, pp. 40-2.

<sup>8</sup> O tratare aplicată a acestor probleme este de găsit în: Anton Dumitriu, *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, București, 1971, pp. 285-91.

Este de adăugat aici observația că probabilitatea unei negații arbitrare se calculează exact în maniera propusă de Nicholas Rescher:  $P(\sim \varphi) = 1 - P(\varphi)$ .

Ținând cont de interdefinirile deja instituite, putem conchide în finalul acestei scurte incursiuni pe „tărîmul” mirific al probabilităților<sup>9</sup> că, pe anumite „tronsoane” ale logicii, probabilizarea nu este altceva decît o alternativă a (supra-) operației de cuantificare.

**2.1.3. ASPECTE CANTITATIVE ÎN LOGICA IMPRECIZIEI.** O a treia variantă de promovare a polivalenței – subsumată logicii impreciziei – ne îngăduie să modelăm cantitativ ... inexactitatea cunoașterii umane<sup>10</sup>.

Oricît de greu ne-ar veni, trebuie să recunoaștem că realitatea se reflectă în planul gîndirii doar parțial și mai mult sau mai puțin imprecis. Una dintre cauzele acestei debilități a cugetării rezidă în incapacitatea omului de a construi limbaje impecabile sub raportul exactității. În aceste condiții, pare întru totul acceptabilă ideea de a îmbogăți limbajele formalizate, în speță, *L*, cu elemente capabile să reflecte la nivel formal cele mai relevante aspecte vagi din comunicarea „naturală”.

Să pornim în tratarea acestei chestiuni de la exemplul constituit de enunțul „*Marin este înalt*”. (Admitem, prin convenție, că Marin este un individ cunoscut, *id est* complet determinat.) La o analiză chiar superficială, se constată cu ușurință că evaluarea propoziției exprimate nu pare să se acomodeze cu registrul valoric bivalent  $\{0, 1\}$ . Cauza acestui fapt rezidă în imprecizia proprietății de a fi înalt și, implicit, în imprecizia operației de atribuire (sau de afirmare) a acestei proprietăți. Mai exact, domeniul de valori al atribuirii proprietății de a fi înalt se constituie din propoziții (complet) adevărate, din propoziții (complet) false și din propoziții parțial adevărate / parțial false. În aceste condiții, afirmația că *Marin este înalt* va fi pusă în corespondență cu un element din intervalul închis de numere reale  $[0, 1]$ . Acest număr constituie gradul în care Marin manifestă proprietatea de a fi înalt, gradul în care el satisface predicatul reprezentat de sintagma „... *este înalt*”, respectiv gradul de adevărire al afirmației că *Marin este înalt*.

La nivel general, dacă „ $v_f(\varphi) = n$ ” exprimă schema judecăților prin care se evaluează propozițiile apofantice în registrul logicii impreciziei (*fuzzy logic*), *n* fiind un element oarecare din intervalul închis de numere reale  $[0, 1]$ , atunci putem stabili următoarele corelații:  $\Rightarrow$  (1)  $\varphi$  este o propoziție (complet) falsă, dacă și numai dacă  $n = 0$ ;  $\Rightarrow$  (2)  $\varphi$  este o propoziție (complet) adevărată, dacă și numai dacă  $n = 1$ ;  $\Rightarrow$  (3)  $\varphi$  este o propoziție parțial adevărată și, în același timp, parțial falsă, dacă și numai dacă  $0 < n < 1$ .

Dintre aspectele formalismelor din logica impreciziei, le reținem pentru ilustrarea inflexiunilor cantitativiste (la acest nivel) doar pe acelea legate de validarea legilor și regulilor logice. După cum se știe, o propoziție are statutul de lege logică (adică, este tautologică), dacă și numai dacă este adevărată, oricare ar fi valorile propozițiilor simple care intră în alcătuirea ei. În mod analog, o regulă es-

<sup>9</sup> Considerații mai ample cu privire la tema probabilităților sint de găsit și în: Th. Hailperin, *Probability Logic in the Twentieth Century*, din: *History and Philosophy of Logic*, 12, Taylor & Francis, London, New York, Philadelphia, 1991; M. Spies, *Unsicheres Wissen. Wahrscheinlichkeit, Fuzzy - Logik, neuronale Netze und menschliches Denken*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1993; Merrilee H. Salmon, *Introduction to Logic and Critical Thinking*, 2<sup>nd</sup> ed., Harcourt Brace College Publishers, Orlando, Florida, 1989.

<sup>10</sup> Cf. L. A. Zadeh, *Fuzzy Logic and Approximate Reasoning* (in memory of Grigore Moisil), în: „Synthese”, 30, 1975, p. 426.

te validă, dacă și numai dacă adevărul tuturor premiselor antrenează adevărul concluziei, pentru orice valoare a propozițiilor simple componente. Dacă valorile alethice care pot fi alocate propozițiilor simple formează o mulțime finită sau chiar o mulțime infinit-numărabilă, nu apare nici un impediment legat de parcurgerea tuturor interpretărilor în care poate fi evaluată o propoziție sau o regulă. Dacă, dimpotrivă, respectivele valori alethice formează un șir nenumărabil, atunci validarea legilor și a regulilor logice prin parcurgerea tuturor interpretărilor posibile este, principial, irealizabilă. O astfel de situație apare în logica *fuzzy*, în măsura în care valorile din intervalul  $[0, 1]$  nu pot fi numărate (așa cum nu pot fi numărate nici punctele care alcătuiesc o dreaptă).

Una dintre rezolvările acestei probleme presupune redefinirea conectivelor verifuncționale astfel încât să fie asigurată acomodarea lor cu registrele valorice nonbivalente. Definițiile ce vor fi prezentate mai jos redau cele mai des folosite interpretări ale operațiilor de negare, de implicare, de conjugare, de adunare și de echivalare în contextul calculului logice polivalente <sup>11</sup>.

$$(D119) \quad v_f(\sim \varphi) = 1 - v_f(\varphi)$$

$$(D120.1.1) \quad v_f(\varphi \rightarrow \psi) = \min(1, 1 - v_f(\varphi) + v_f(\psi)) = 1, \text{ dacă } v_f(\varphi) \leq v_f(\psi)$$

$$(D120.1.2) \quad v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 1 - v_f(\varphi) + v_f(\psi), \text{ dacă } v_f(\varphi) > v_f(\psi)$$

$$(D120.2.1) \quad v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 1, \text{ dacă } v_f(\varphi) \leq v_f(\psi)$$

$$(D120.2.2) \quad v_f(\varphi \rightarrow \psi) = v_f(\psi), \text{ dacă } v_f(\varphi) > v_f(\psi)$$

$$(D120.3.1) \quad v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 1, \text{ dacă } v_f(\varphi) \leq v_f(\psi)$$

$$(D120.3.2) \quad v_f(\varphi \rightarrow \psi) = 0, \text{ dacă } v_f(\varphi) > v_f(\psi)$$

$$(D121.2) \quad v_f(\varphi \wedge \psi) = \max(0, v_f(\varphi) + v_f(\psi) - 1)$$

$$(D121.3) \quad v_f(\varphi \wedge \psi) = v_f(\varphi) \cdot v_f(\psi)$$

$$(D122.1) \quad v_f(\varphi \vee \psi) = \max(v_f(\varphi), v_f(\psi))$$

$$(D122.2) \quad v_f(\varphi \vee \psi) = \min(1, v_f(\varphi) + v_f(\psi))$$

$$(D122.3) \quad v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\varphi) + v_f(\psi) - v_f(\varphi) \cdot v_f(\psi)$$

$$(D123.1.1) \quad v_f(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1, \text{ dacă } v_f(\varphi) = v_f(\psi)$$

$$(D123.1.2) \quad v_f(\varphi \leftrightarrow \psi) = 0, \text{ dacă } v_f(\varphi) \neq v_f(\psi)$$

$$(D123.2) \quad v_f(\varphi \leftrightarrow \psi) = 1 - [v_f(\varphi) - v_f(\psi)]^2$$

Dintre definițiile alternative, (D120.2), (D121.1), (D122.1) și (D123.1) par să întrunească cele mai favorabile condiții de operaționalizare. De altfel, (D121.1), (D122.1) și (D123.1) suportă cel mai bine câte o reformulare în acord cu interpretarea generalizată (ca operații poliadice) a conjugării, adunării și echivalării.

$$(D121.4) \quad v_f(\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_i) = \min(v_f(\varphi_0), \dots, v_f(\varphi_i))$$

$$(D122.4) \quad v_f(\varphi_0 \vee \dots \vee \varphi_i) = \max(v_f(\varphi_0), \dots, v_f(\varphi_i))$$

<sup>11</sup> Respectivale definiții au fost preluate, *mutatis mutandis*, din: Nicholas Rescher, *Many-Valued Logic*, Gregg Revivals, Suffolk, 1993, p. 36; S. Gottwald și P. Strehle, *Mehrwertige Logik*, în: L. Kreiser, S. Gottwald și W. Stelzner (eds.), *Nichtklassische Logik. Eine Einführung*, Akademie Verlag, Berlin, 1988, pp. 27-30.



(D123.3.1)  $v_f(\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_i) = 1$ , dacă  $v_f(\varphi_0) = \dots = v_f(\varphi_i)$ ,

(D123.3.2)  $v_f(\varphi_0 \leftrightarrow \dots \leftrightarrow \varphi_i) = 0$ , dacă  $\sim(v_f(\varphi_0) = \dots = v_f(\varphi_i))$

Remarcăm că validarea legilor și regulilor din fragmentul molecular al logicii *fuzzy* nu creează probleme, chiar dacă interpretările posibile ale acestor construite formale alcătuiesc o mulțime nenumărabilă. Explicația acestui fapt rezidă în posibilitatea de a concentra respectivele interpretări într-un număr finit de clase.

Pentru a dovedi, de pildă, că schema propozițională  $\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi$  este o lege logică, este suficient să arătăm că valoarea ei este adevărul, oricare ar fi relația de ordine dintre valoarea lui  $\varphi$  și valoarea lui  $\psi$ : (1)  $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$ ; (2)  $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$ ; (3)  $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$ . Astfel, dacă  $v_f(\varphi) > v_f(\psi)$ , atunci  $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\varphi)$ , conform definiției (D122.4) și  $v_f(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) = 1$ , în acord cu (D120.2). Ținând cont de aceleași definiții verifuncționale ale conecțivelor  $\vee$  și  $\rightarrow$ , putem afirma cu aceeași îndreptățire următoarele: dacă  $v_f(\varphi) = v_f(\psi)$ , atunci  $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\varphi)$ , iar  $v_f(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) = 1$ ; dacă  $v_f(\varphi) < v_f(\psi)$ , atunci  $v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\psi)$  și  $v_f(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) = 1$ . Prin urmare, putem conchide că propoziția  $\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi$  este tautologică și în contextul logicii impreciziei, chiar dacă nu am parcurs fiecare interpretare posibilă a acesteia.

Situația nu se schimbă semnificativ dacă avem de-a face cu legi sau reguli alcătuite din trei sau mai multe propoziții simple. Spre exemplu, verificarea propoziției  $\varphi \vee (\psi \wedge \phi) \rightarrow (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)$ , e drept: mai laborioasă decît în cazul precedent, ne cere să luăm în considerare 13 „scheme” de interpretări posibile.

☞ (1)  $v_f(\varphi) > v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (2)  $v_f(\varphi) > v_f(\psi), v_f(\psi) = v_f(\phi), v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (3)  $v_f(\varphi) > v_f(\psi), v_f(\psi) < v_f(\phi), v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (4)  $v_f(\varphi) > v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) = v_f(\phi)$

☞ (5)  $v_f(\varphi) > v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (6)  $v_f(\varphi) = v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (7)  $v_f(\varphi) = v_f(\psi), v_f(\psi) = v_f(\phi), v_f(\varphi) = v_f(\phi)$

☞ (8)  $v_f(\varphi) = v_f(\psi), v_f(\psi) < v_f(\phi), v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (9)  $v_f(\varphi) < v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) > v_f(\phi)$

☞ (10)  $v_f(\varphi) < v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) = v_f(\phi)$

☞ (11)  $v_f(\varphi) < v_f(\psi), v_f(\psi) > v_f(\phi), v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (12)  $v_f(\varphi) < v_f(\psi), v_f(\psi) = v_f(\phi), v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

☞ (13)  $v_f(\varphi) < v_f(\psi), v_f(\psi) < v_f(\phi), v_f(\varphi) < v_f(\phi)$

În toate cele 13 situații, propoziția se dovedește (complet) adevărată. De pildă, în interpretarea (11),  $v_f(\psi \vee \phi) = v_f(\phi), v_f(\varphi \vee (\psi \wedge \phi)) = v_f(\phi), v_f(\varphi \vee \psi) = v_f(\psi), v_f(\varphi \vee \phi) = v_f(\phi), v_f(((\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi))) = v_f(\phi)$  și, în sfîrșit,  $v_f(\varphi \vee (\psi \wedge \phi) \rightarrow (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \phi)) = 1$ .

Cu aceste cîteva ilustrări ale incidenței categoriei cantității în contextul validării la nivel molecular a legilor și regulilor din logica impreciziei, ne încheiem

periplul prin domeniul evaluării. Asupra aspectelor cantitative ale fenomenului fuzzy vom reveni într-un paragraf din capitolul consacrat operatorilor *stricto sensu*.

## 2.2. REVERBERAȚII ALE CANTITĂȚII LA NIVELUL DESCRIPTIILOR

O problemă mult discutată în cadrul logicii moderne privește statutul așa - numitelor *descriptii*<sup>12</sup>, de felul: „cel care l-a asasinat pe Henric al IV-lea (regele Franței)“, „soția lui Immanuel Kant“, „un oarecare om“, „cei care sînt virtuoși“ etc. Ceea ce se admite îndeobște este faptul că respectivele expresii sînt termeni complecși<sup>13</sup>: individuali, respectiv clasiali, *id est* reprezentări lingvistice ale unor indivizi, respectiv ale unor clase de indivizi.

Fie, în reluare, descripția „soția lui Immanuel Kant“. Ținînd seama de instrumentarul formal introdus pînă acum, putem socoti că denotatul respectivei expresii – numit, prin convenție, „descript“ (*descriptum*)<sup>14</sup> – este identic cu rezultatul aplicării funcției reprezentate de sincategorema „soția lui ...“ la individul reprezentat de numele propriu „Immanuel Kant“. Dacă expresiile naturale „soția lui ...“ și „Immanuel Kant“ sînt traduse prin expresiile formale „f<sup>1</sup>“, respectiv „b“, atunci descripția dată revine în plan formal la „f<sup>1</sup> (b)“.

Însă, analiza logică a descripției poate avea și o altă desfășurare. Punctul de plecare al noului demers constă în reformularea expresiei date de maniera: „soția lui Immanuel Kant“ = „aceea care este soția lui Immanuel Kant“ = „*acel substituent existent al individului x, astfel încît x este soția lui Immanuel Kant*“. În acest fel, descriptul expresiei considerate se prezintă ca rezultat al aplicării operației exprimate de sincategorema „*acel substituent existent al individului x, astfel încît ...*“ la afirmația deschisă cum că *x este soția lui Immanuel Kant*. Dat fiind că operația pe care o denumesc se aplică la o propoziție și are drept rezultat un individ, operatorul „*acel (substituent existent al individului) x, astfel încît ...*“ are statutul de *SUBNECTOR*. Pentru a traduce în plan formal toate substituțiile operatorului „*acel (substituent existent al individului) x, astfel încît ...*“, vom identifica în vocabularul limbajului *L* un șir infinit numărabil de *DESCRIPTORI INDIVIDUALI HOTĂRÎȚI*, anume: („(*x*<sub>*i*</sub>)“) ; *i* ∈ *N*<sup>15</sup>. Elementele acestui șir sînt operatori monadici guvernați de următoarea regulă de formare: *dacă „φ“ este o formulă deschisă în „x“, atunci „(*x*) φ“ este un termen individual închis*<sup>16</sup>, mai precis, o descripție individuală hotărîtă. Este de remarcat faptul că prin concatenarea operatorului „(*x*)“ cu o formulă închisă sau cu o formulă în care „x“ nu are nici o intrare liberă nu se pot obține descripții.

<sup>12</sup> Cf., înainte de toate, Bertrand Russell, *Über das Kennzeichnen*, (tr. germ. a lucrării: *On Denoting*), în: Reiner Wiehl (ed.), *Geschichte der Philosophie in Text und Darstellung*, B. 8: „20. Jahrhundert“, Reclam, Stuttgart, 1987. Expresia „descripție“ este o traducere a locuțiunilor „denoting phrase“, respectiv „Kennzeichnung“.

<sup>13</sup> W. v. O. Quine, *Mathematical Logic*, revised edition, Harvard University Press, 1981, p. 146.

<sup>14</sup> Cf. de exemplu, Hans Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic*, The Free Press, New York, 1947, pp. 258 - 60.

<sup>15</sup> De regulă, în locul simbolului „*x*“ se folosește litera grecească „*x*“. Ne-am permis această abatere de la uzanțe pentru a evita o nedorită omonimie. Expresia „*x*“ a fost utilizată, deja, în contextul cuantificării procentuale și al celei stocastice.

<sup>16</sup> Caracterul închis al expresiilor obținute prin concatenarea corectă a descriptorilor cu cite o formulă deschisă este subliniat, printre alții, de către Rudolf Carnap (în: *Einführung in die symbolische Logik*, 2. Aufl., Springer - Verlag, Wien, 1960, pp. 131-2).

Revenind asupra exemplului în atenție, dacă expresiile „... este soția lui ...” și „Immanuel Kant” se traduc în  $L$  prin „ $P^2$ ”, respectiv „ $b$ ”, atunci rezultatul formalizării descripției coincide cu „ $(\exists x) P^2(x, b)$ ”.

Ar fi de notat, în continuare, că prin aplicarea operațiilor denumite de instanțele schemei „*acel substituent existent al individului  $x_i$ , astfel încît ...*” – „ $(\exists x_i)$ ” – se pot face referiri „comprehensive” la anumiți indivizi din universul de discurs. Uneori este mai potrivit să invocăm un individ prin indicarea unuia dintre atributele sale proprii, decît prin utilizarea numelui propriu aferent. Mai mult, în cazul anumitor indivizi nici nu dispunem de „designatori rigizi”, adică de nume proprii, așa că singura modalitate de a fi invocați constă în utilizarea unor descriptori corespunzători. Pentru a ne referi, de pildă, la un anumit fruct care este așezat pe o masă, vom efectua desigur o caracterizare proprie sau „hotărîită” a acestuia, caracterizare din care nu vor lipsi, probabil, coordonatele spațio-temporale. Ar fi cu totul deplasat să-i acordăm respectivului obiect un nume propriu.

Pînă la un punct, semnificarea indivizilor prin intermediul unor caracterizări proprii se constituie într-o generalizare a procedurii de a prezenta numerele ca „rădăcini” ale unor ecuații<sup>17</sup>. Astfel, ne putem referi la numărul doi, folosind fie unul din numele lui proprii – e. g.: cifra arabă „2” –, fie una din descripțiile hotărîte corespunzătoare, ca, de pildă, „*rădăcina ecuației:  $x + 1 = 3$* ” / „*acel substituent existent al individului  $x$ , astfel încît  $x + 1 = 3$* ” / „ $(\exists x) (x + 1 = 3)$ ”.

Una dintre controversele privitoare la descripțiile individuale hotărîte este dată de evaluarea, sub raportul veracității, a propozițiilor singulare care au drept subiect cîte un descript nonactual. Astfel, propoziția exprimată de enunțul „*Soția lui Immanuel Kant este frumoasă*” ar conține (potrivit punctului de vedere rusellian) supoziția că există în lumea actuală exact un individ (cel puțin un individ și cel mult un individ) care are proprietatea de a fi soție a lui Immanuel Kant. Dacă această supoziție nu se susține, *id est*, dacă nu există nici un individ real sau dacă există cel puțin doi indivizi reali care să manifeste respectiva proprietate, atunci propoziția considerată trebuie socotită falsă, fără a se mai pune problema satisfacerii operației desemnate de predicatorul „... este frumoasă”. Justificarea logică a acestei poziții presupune o formalizare corespunzătoare a enunțului luat ca exemplu, ca în diagrama (113°) și reformularea propoziției exprimate în cheie de „existență reală și unicitate”, prin identificarea propoziției  $Q^1((\exists x) P^1(x))$  cu propoziția  $(\exists x) (P^1(x) \wedge (\forall y) (P^1(y) \rightarrow (x = y)) \wedge Q^1(x))$ <sup>18</sup>.

|                                                                                                                                                                         |                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| $f$ („... este soție a lui Immanuel Kant”)                                                                                                                              | „ $P^1$ ”                     |
| $f$ („... este frumoasă”)                                                                                                                                               | „ $Q^1$ ”                     |
| $f$ („ <i>acel <math>x</math>, astfel încît <math>x</math> este soția lui Immanuel Kant are proprietatea de a fi frumo (<math>a</math>) s (<math>\bar{a}</math>)</i> ”) | „ $Q^1((\exists x) P^1(x))$ ” |

113°. O matrice de formalizare aferentă enunțului  
„Soția lui Immanuel Kant este frumoasă”

<sup>17</sup> Ideea că semnificarea unui individ prin construirea unei caracterizări proprii constă, în ultimă instanță, în prezentarea acestuia ca „rădăcină” / soluție (*Lösung*) a unei propoziții deschise (*id est* a unei ecuații) este de găsit, ce e drept: de-o manieră implicită, în: Erich Boddenberg, *Logik*, I, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main, 1975, p. 17.

<sup>18</sup> Cu privire la această problemă, confer și: Petru Ioan, *Analiza logică a limbajului*, Universitatea „Al. I. Cuza” din Iași, 1973, pp. 13 sq.; Teodor Dima, *Criteriologia adevărului*, în Petre Botezatu (ed.), *Adevăruri despre adevăr*, Editura Junimea, Iași, 1981, pp. 142-3.

Dacă supoziția de unicitate este indiscutabilă, se poate manifesta o anumită rezervă cu privire la caracterul necesar al condiției de existență reală. Altfel spus, nu credem că se impune prezervarea a ceea ce Bertrand Russell a numit „simțul realității” (*feeling of reality*)<sup>19</sup>. Spre exemplu, ar fi nepotrivit să susținem că propoziția desemnată de enunțul „Soția arhitectului Ioanide este frumoasă” este falsă pe considerentul că subiectul acesteia nu este un individ din lumea reală. După cum se știe, aici avem de-a face cu un individ ficțional, mai precis, cu un personaj din romanul lui George Călinescu, *Bietul Ioanide*. Dimpotrivă, în contextul unei „lumi posibile” determinate, respectiva propoziție este adevărată. (Evident, valorizarea propoziției s-a făcut pe baza unui criteriu extra - logic.)

Situația nu se schimbă în mod fundamental, nici dacă descriptele ficționale care apar ca subiecte logice ale unor propoziții singulare sînt indeterminate. Afirmția că *soția lui Immanuel Kant este frumoasă* poate fi considerată indecisă sub raportul valorii de adevăr, atîta timp cît *soția lui Immanuel Kant* este un individ vag, altfel spus, un individ indeterminat în raport cu proprietatea de a fi frumoso (a) s (ă). Această suspendare a bivalenței (de reținut: sub raport epistemo-logic !) nu creează dificultăți insurmontabile. Cîtă vreme în cadrul analizei logice nu se stabilesc, ci se alocă sau distribuie valorile alethice ale propozițiilor, nu este necesar să cunoaștem, în principiu, valoarea de adevăr pe care o are de fapt o propoziție sau alta. Prin ipoteză, afirmația că *soția lui Immanuel Kant este frumoasă* poate fi declarată fie adevărată, fie falsă.

Pentru a reda schematic, în plan formal, această posibilă corecție definițională, vom lua în considerare predicatele contingente  $\phi^1$  și  $\psi^1$  (subînțelegînd, astfel, că  $\phi^1$  și  $\psi^1$  nu sînt satisfăcute doar de obiectul logic: nimicul, dar nici de orice individ din univers) și, în plus, vom folosi în locul „cuantificărilor actualiste” operațiile analoage din logica liberă. Pe temeiul acestor precizări, afirmația că  $\psi^1 ((\lambda x_i) \phi^1)$  revine, în ultimă instanță, la schema cuantificată existențial:  $(\vee x_i) (\phi^1 (x_i) \wedge (\wedge x_j) (\phi^1 (x_j) \rightarrow (x_i = x_j))) \wedge \psi^1 (x_i)$ .

În sfîrșit, dacă se adoptă cel mai larg univers de interpretare, în perimetrul căruia nimicul se constituie ca subiect al propozițiilor trivial - adevărate, atunci aceeași schemă  $\psi^1 ((\lambda x_i) \phi^1)$  poate fi asimilată cu schema universală  $(\wedge x_i) (\phi^1 (x_i) \wedge (\wedge x_j) (\phi^1 (x_j) \rightarrow (x_i = x_j))) \rightarrow \psi^1 (x_i)$ . Astfel, de la existența în sens strict (adică, reală) se poate trece la existența în sens larg (ca specie a existenței), iar de aici, la punerea respectivei existențe „slabe” sub semnul ipoteticului.

Printre cele mai importante descripte individuale se numără și acelea care se identifică cu nimicul.

$$(D124) \wedge = (\lambda x_i) (\Pi X_j^1) X_j^1 (x_i) = (\lambda x_i) (\Pi X_j^1) \text{ atr } (X_j^1, x_i)$$

DESCRIPTIILE GENERALE HOTĂRÎTE din limbajele naturale - de felul: „*asasinii lui Cezar*”, „*cei care au murit în răstimpul celui de-al doilea război mondial*”, „*toți cei care l-au votat pe Socrate*”, „*mulțimea celor care se consideră filosofi*” etc. - pot fi traduse în  $L$  cu ajutorul subnectorilor (mai precis, cu ajutorul „descriptorilor generali hotărîți”) care alcătuiesc șirul infinit numărabil  $((\lambda x_i)_{i \in \mathbb{N}})$ . Spre exemplu, termenul general „*asasinii lui Cezar*” admite reformulările „*cei care sînt asasinii lui Cezar*” și „*clasa acelor substituenți*”

<sup>19</sup> Bertrand Russell, *Introduction to Mathematical Philosophy*, George Allen & Unwin Ltd., London, 1930, p. 170.

existenți ai individului  $x$ , astfel încât  $x$  este un asasin al lui Cezar“. Mai apoi, dacă se asumă corespondența traductivă:  $f$  („... este un asasin al lui Cezar“) = „ $P^1$ “, termenul respectiv poate fi adus la forma „ $(\lambda x) P^1(x)$ “. Este important de reținut faptul că denotatele descripțiilor generale hotărâte nu sînt indivizi (așa cum se întîmplă în cazul descripțiilor individuale hotărâte), ci clase (sau mulțimi) de indivizi. Elementele (sau membrii) respectivelor clase pot fi tratate (-ți) ca „rădăcini“ ale unor propoziții deschise, în măsura în care aceste propoziții nu admit în principiu doar cel mult o „soluție“ (diferită de nimic). Astfel, prezența articolului hotărît în alcătuirea enunțului „ $x$  este fiul lui George Coșbuc“ ne împiedică să acordăm statutul de descripție grafemului „clasa acelor substituenți existenți ai individului  $x$ , astfel încît  $x$  este fiul lui George Coșbuc“. Apelînd la o modificare aparent minoră – renunțarea la articolul hotărît –, se poate construi descripția generală hotărîtă „clasa acelor substituenți existenți ai individului  $x$ , astfel încît  $x$  este un fiu al lui George Coșbuc“, chiar dacă denotatul acesteia este o mulțime care conține de fapt un singur individ, diferit de nimic, ulțima adăugire avînd un temei factual.

Așadar, corectitudinea operațiilor care conduc la obținerea unor describe (individuale, respectiv generale) depinde de un criteriu pur sintactic. Corespondența constructelor de genul descriptelor cu anumite elemente din planul realității nu are nici o relevanță. Dacă propozițiile deschise ce se constituie în argumente ale operațiilor de descripție generală hotărîtă sînt afirmații ale unor relații despre doi sau mai mulți indivizi (necunoscuți), atunci mulțimile rezultate nu conțin indivizi (izolați), ci  $n$ -tupli ( $n \geq 2$ ) – adică perechi, tripleți, cvadrupli, cvintupli, ... – ordonați de indivizi. Spre exemplu, dacă relația de iubire este considerată poliadică (nu strict diadică), atunci termenul „cei care se iubesc“ poate fi considerat o descripție generală hotărîtă al cărei denotat este o mulțime de  $n$ -tupli ordonați: „cei care se iubesc“ = „mulțimea tuturor substituenților existenți ai  $n$ -tuplului ordonat  $\langle x_0, \dots, x_{n-1} \rangle$ , astfel încît  $x_0, \dots, x_{n-1}$  se iubesc“. Asumînd, mai departe, identitatea sincategoremelor „... și ... se iubesc“ și „ $R^n$ “, se poate aduce descripția în atenție la expresia „ $(\lambda x_0, \dots, x_{n-1}) R^n(x_0, \dots, x_{n-1})$ “.

Dintre mulțimile care pot fi desemnate cu ajutorul descripțiilor generale hotărâte sînt de amintit în primul rînd *clasa vidă* –  $\emptyset$  – și *clasa universală* (sau *universul de discurs*) –  $U$ . Clasa vidă poate fi definită drept clasa care conține doar indivizii inexistenți sau clasa indivizilor identici cu nimicul (respectiv, clasa individului (-izilor) care încalcă principiul necontrazicerii)<sup>20</sup>.

$$(D125.1) \emptyset = (\lambda x_i) (x_i = \wedge)$$

$$(D125.2) \emptyset = (\lambda x_i) (x_i \neq x_i)^{21}$$

<sup>20</sup> „Pendularea“ aparent paradoxală între forma de singular – „individul care satisface orice predicat“ – și forma de plural – „indivizii care satisfac orice predicat“ – este justificată de caracterul aparte al relației de identitate. Toate obiectele („semnificațiile extensionale“ ale unor termeni individuali) care sînt identice pot fi considerate un singur obiect.

<sup>21</sup> Această din urmă variantă definițională (asociată cu numele lui Bertrand Russell) – clasa vidă (*Nullmenge / leere Menge / Null - Klasse / empty set*) este clasa indivizilor inconsistenți – este de departe cea mai des uzitată. Cf. de exemplu, H. Deller, *Boolesche Algebra*, Diesterweg - Salle, Frankfurt am Main, 1976, pp. 29-31; W. Marciszewski, *Abstraction Operator*, in: W. Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga, 1981, p. 2; J. N. Martin, *Elements of Formal Semantics. An Introduction to Logic for Students of Language*, Academic Press, New York, 1987, pp. 58-63; G. Mattiessen, *Logik für Software - Ingenieure*, Walter de Gruyter, Berlin, 1991, p. 10; Albert Menne, *Existenz in der Logik*, in: P. Weingartner (ed.), *Description, Analytizität und Existenz*, Verlag Anton Pustet, Salzburg, 1966, pp. 58-9.

Complementara clasei vide – universul de discurs – se definește banal, odată cu aplicarea operației de negare în definitorii propozițiilor (D125.1) - (D125.2).

(D126.1)  $U = (\lambda x_i) (x_i \neq \lambda)$

$$(D126.2) \quad U = (\lambda x_i)(x_i = x_i)$$

Statutul aparte al nimicului – faptul că el manifestă toate proprietățile, *id est* și o proprietate autocontradictorie – generează un aspect oarecum paradoxal.

Cu aceste cîteva precizări, se poate trece la decelarea aspectelor cantitative în contextele altor clase de operatori.

<sup>23</sup> H. B. Enderton, *A Mathematical Introduction to Logic*, Academic Press, New York, 1972, p. 5.

<sup>24</sup> Spre exemplu, J. Allwood, L. G. Andersson și Ö. Dahl (în: *Logik für Linguisten*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen, 1977).

... und man in einem bestimmten Teil spürt).

### 3. MANIPULAREA CANTITĂȚII PRIN INTERMEDIUL PREDICATORILOR

Reamintind faptul că pentru demersul de inventariere a regimurilor cantității în logica formală am ales drept ghid tabloul sinoptic al principalelor categorii de operatori logici (a se vedea cea de-a treia secțiune a introducerii), vom cerceta acum câteva mărci cantitative care corespund predictorilor. Aceste sincategoreme  $n$ -are (sau  $n$ -adice) își justifică statutul în măsura în care rezultatele concatenării lor cu  $n$  termeni sînt enunțuri. Aplicațiile desemnate cu ajutorul predictorilor vor fi numite, potrivit unei convenții terminologice asumate anterior: „predicate“.

#### 3.1. MANIFESTĂRI ALE CANTITĂȚII LA NIVELUL PREDICATORILOR CLASIALI

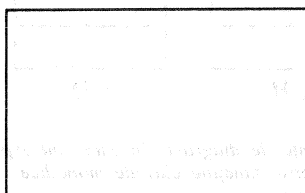
Asocierea nemijlocită a cantității cu o subclasă de conective, cuantificările, este un *locus classicus* al logicii formale. Cu toate acestea, se poate dovedi faptul că sistemul predicatelor care susține teoria mulțimilor constituie o alternativă simplă (și, în același timp, rafinată) la sistemul operațiilor de cuantificare.

Fie  $(„M_i“)_i \in \mathbb{N}$  și  $(„m_i“)_i \in \mathbb{N}$ , două șiruri infinite numărabile, alcătuite din termeni clasiali parametrici, respectiv din termeni clasiali variabili. Elementele primului șir denotă mulțimi cunoscute într-un context dat, în timp ce componentele celui de-al doilea șir desemnează mulțimi cu totul necunoscute. Pentru a simplifica derularea exercițiului formal, vom utiliza, uneori, termenii clasiali schematici din șirul  $(„M_i“)_i \in \mathbb{N}$ , față de care termenii clasiali parametrici și termenii clasiali variabili sînt simple instanțe (sau exemplare).

**Observație.** În unele situații, simbolurile „ $M_0$ “, „ $M_1$ “ și „ $M_2$ “, „ $m_0$ “, „ $m_1$ “ și „ $m_2$ “, respectiv „ $M_0$ “, „ $M_1$ “, „ $M_2$ “ și „ $M_3$ “ pot fi înlocuite (prin convenție) cu expresiile „ $M$ “, „ $P$ “ și „ $S$ “, „ $m$ “, „ $p$ “ și „ $s$ “, respectiv „ $M$ “, „ $P$ “, „ $S$ “ și „ $T$ “. Deși câteva dintre noile simboluri au fost utilizate anterior cu alte semnificații, nu credem că există riscul unor confuzii. Contextele în care ele apar rezolvă pe deplin fenomenul de omonimie.

Dacă operația de afirmare a relației de *apartenență* –  $\in$  – este un predicat clasial primitiv, atunci negația ei – operația de afirmare a relației de *nonapartenență* ( $\notin$ ) – se definește conform cu (D127):

$$(D127) (\alpha \notin M) = \sim(\alpha \in M).$$

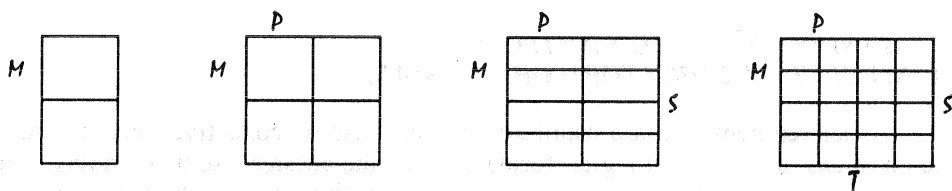


114°. O reprezentare rectangulară a universului de discurs

Apelînd și la un sistem de diagrame rectangulare<sup>1</sup>, putem defini de-o manieră intuitivă toate funcțiile monadice, respectiv diadice capabile să genereze mulțimi compuse. Pentru început, se poate conveni asupra reprezentării universului de discurs printr-un dreptunghi.

Vom admite, apoi, că eventualele linii sau coloane obținute prin secționarea respectivului dreptunghi reprezintă mulțimi, *id est* denotate ale unor termeni clasiali. Respectiva secționare în linii sau coloane trebuie astfel făcută încît diagrama rezultată să conțină  $2^n$  zone distincte, fiecare zonă în parte reprezentînd (în principiu) cîte o mulțime aparte. Se subînțelege că litera „n” stă pentru numărul claselor luate în considerare.

Dacă ne raportăm, spre exemplu, la una, două, trei, respectiv patru mulțimi, putem construi „diagramele - prototip” (115°) – (118°).



115° – 118°. Diagramele - prototip care reflectă luarea în considerare a două, trei, respectiv patru clase

În sfîrșit, se poate conveni asupra faptului că reprezentarea claselor care rezultă în urma aplicării funcțiilor este asigurată prin hașurarea zonelor corespunzătoare din diagramele prototip.

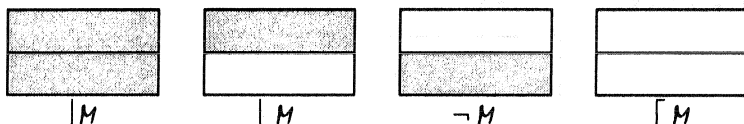
Printr-un joc combinatoric „pur”, ar fi de explicitat în definiții și diagrame 4 funcții monadice și 16 funcții diadice. Dintre funcțiile monadice – exprimate de operatorii *stricto sensu* „ $\sqcup$ ”, „ $\sqcap$ ”, „ $\neg$ ” și „ $\sqcup$ ”, definite în propozițiile de identitate (D128) – (D131) și explicitate, mai apoi, în diagramele rectangulare din secvența (119°) –, doar operația  $\neg$  – *complementărierea* – are o arie de aplicabilitate semnificativă. Prezentarea celorlalte trei operații a avut drept singură motivație satisfacerea cerinței exhaustivității.

$$(D128) \sqcup M = (\lambda x_i) (x_i \neq \Lambda) = (\lambda x_i) (x_i \in U)$$

$$(D129) \sqcap M = (\lambda x_i) (x_i \in M)$$

$$(D130) \neg M = (\lambda x_i) (x_i \notin M)$$

$$(D131) \sqcup M = (\lambda x_i) (x_i = \Lambda) = (\lambda x_i) (x_i \in \emptyset)$$



119°. O secvență de diagrame în care sînt explicitate geometric funcțiile clasiale monadice

<sup>1</sup> Am adaptat în acest sens un sistem propus de Patrick K. Bastable în lucrarea: *Logic: Depth Grammar of Rationality*, Gill and Macmillan, Dublin, 1975, pp. 136-43.



Aceeași clauză a completitudinii ne determină să oferim definiții și reprezentări geometrice pentru toate cele 16 funcții diadice care pot fi concepute pe baza jocului de combinații posibile <sup>2</sup>.

$$(D132) M \circ P = (\lambda x_i) (x_i \in U)$$

$$(D133) M \cup P = (\lambda x_i) ((x_i \in M) \vee (x_i \in P))$$

$$(D134.1) M \sqcup P = (\lambda x_i) ((x_i \notin M) \vee (x_i \notin P))$$

$$(D135.1) M \supset P = (\lambda x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$$

$$(D136.1) M \supset P = (\lambda x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$$

$$(D137.1) [M] P = (\lambda x_i) (x_i \in M)$$

$$(D138.1) M [P] = (\lambda x_i) (x_i \in P)$$

$$(D139.1) M + P = (\lambda x_i) \sim((x_i \in P) \leftrightarrow (x_i \in M))$$

$$(D140.1) M \pm P = (\lambda x_i) ((x_i \in P) \leftrightarrow (x_i \in M))$$

$$(D141.1) M - [P] = (\lambda x_i) (x_i \notin P)$$

$$(D142.1) -[M] P = (\lambda x_i) (x_i \notin M)$$

$$(D143.1) M / P = (\lambda x_i) ((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$$

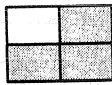
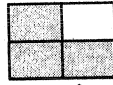
$$(D144.1) M \backslash P = (\lambda x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$$

$$(D145) M \cap P = (\lambda x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$$

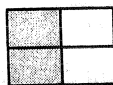
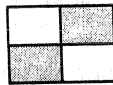
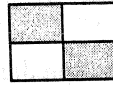
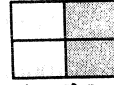
$$(D146.1) M \Delta P = (\lambda x_i) ((x_i \notin M) \wedge (x_i \notin P))$$

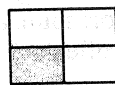
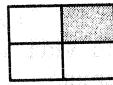
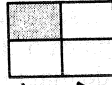
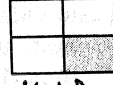
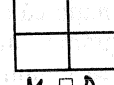
$$(D147) M \square P = (\lambda x_i) (x_i \in \emptyset)$$


 $M \circ P$ 

 $M \cup P$ 

 $M \sqcup P$ 

 $M \supset P$ 

 $M \supset P$ 

 $[M] P$ 

 $M [P]$ 

 $M + P$ 

 $M \pm P$ 

 $M - [P]$ 

 $-[M] P$ 

 $M / P$ 

 $M \backslash P$ 

 $M \cap P$ 

 $M \Delta P$ 

 $M \square P$ 

120°. O secvență de diagrame în care sînt explicitate  
geometric funcțiile clasiale diadice

Este de remarcat, dintru început, caracterul limită al funcțiilor „ $\circ$ ” și „ $\square$ ”, dat fiind că prin aplicarea lor la oricare două clase obținem universul de dis-

<sup>2</sup> Două lucrări au fost folosite cu precădere în definirea de-o manieră exhaustivă a funcțiilor clasiale diadice: Grigore C. Moisil, *Elemente de logică matematică și de teoria mulțimilor*, Editura Științifică, București, 1968 (îndeosebi pp. 9-36); Petru Ioan, *Paradigma gramaticalității categoriale și programul logicii integrale*, în: P. Ioan (ed.), *Cunoaștere, eficiență, acțiune*, Editura Politică, București, 1988, pp. 137-43.

curs, respectiv clasa vidă. ( $M \circ P = U$ ;  $M \square P = \emptyset$ ) Cît privește, apoi, funcțiile care se regăsesc în definițiile contextuale (D133 – 146.1) – și anume: *reuniunea*, *reuniunea contraduală*, *reziduația*, *reziduația conversă*, *prependența*, *postpendența*, *suma*, *suma contraduală*, *postnonpendența*, *prenonpendența*, *diferența conversă*, *diferența*, *intersecția* și *rejecția* –, se poate trece la reconsiderarea lor în „baza booleană”  $\{\neg, \cup, \cap\}$ .

$$(D134.2) M \cup P = \neg M \cap \neg P$$

$$(D141.2) M \neg P = \neg M$$

$$(D135.2) M \setminus P = \neg M \cup P$$

$$(D142.2) \neg [M] P = \neg M$$

$$(D136.2) M \setminus P = M \cup \neg P$$

$$(D143.2) M / P = \neg M \cap P$$

$$(D137.2) [M] P = M$$

$$(D144.2) M \setminus P = M \cap \neg P$$

$$(D138.2) M [P] = P$$

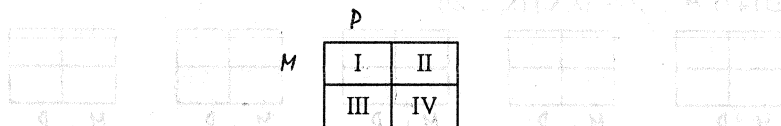
$$(D146.2) M \Delta P = \neg M \cap \neg P$$

$$(D139.2) M + P = (M \cap \neg P) \cup (\neg M \cap P)$$

$$(D140.2) M \pm P = (M \cap P) \cup (\neg M \cap \neg P)$$

O dată construit sistemul funcțiilor clasiale monadice, respectiv diadice, sîntem în măsură să definim în „ecuații” și diagrame (rectangulare) toate predicatul prin care se instituie cîte o relație „bine determinată” între două mulțimi oarecare<sup>3</sup>.

Înainte de a derula inventarul acestor operații se cuvin adăugate unele precizări privind componenta diagramatică a definițiilor. Astfel, revenind la diagrama-prototip (116<sup>o</sup>), vom remarca faptul că fiecare dintre zonele (I) – (IV) reprezintă o subclasă aparte a universului de discurs. Mai precis, zona (I) reflectă geometric mulțimea  $M \cap P$ , zona (II), mulțimea  $M \setminus P$  ( $= M \cap \neg P$ ), zona (III), mulțimea  $M / P$  ( $= \neg M \cap P$ ), iar zona (IV), mulțimea  $M \Delta P$  ( $= \neg M \cap \neg P$ ).



116<sup>o</sup>. Diagrama -prototip în raport cu care vor fi explicitate funcțiile clasiale diadice

Algoritmul de introducere a predicatelor clasiale diadice are o vădită dimensiune combinatorică, întrucît urmează să se țină seama de toate variantele în care subclasele din  $U$  se identifică sau nu cu clasa vidă. Pentru a reprezenta geometric afirmația că o clasă este vidă se va înscrie semnul „+” în zona corespunzătoare din diagramă; în mod analog, afirmația că o clasă este vidă va fi reflectată prin înscrierea semnului „-” în porțiunea de diagramă aferentă.

Dacă ne raportăm, pentru început, la componenta geometrică a definițiilor anunțate, avem de trecut în revistă 81 ( $1 + 8 + 24 + 32 + 16$ ) de diagrame, care reprezintă tot atâtea scheme propoziționale obținute prin instituirea cîte unei relații bine determinate între două clase oarecare. Astfel, vom reprezenta succesiv afirmațiile că zero, una, două, trei, respectiv patru subclase din universul de discurs sînt fie vide, fie nevide.

<sup>3</sup> Folosim expresia „relație bine determinată” pentru a desemna relațiile care reflectă o informație certă (sau „nedisjunctivă”) cu privire la caracterul vid, respectiv nevid al uneia sau al mai multor subclase determinate combinatoric din universul de discurs, iar nu pentru a denota relații dintre clase nevide și netotale (potrivit sensului avansat de Florea Țuțugan).

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

(1)

|   |  |
|---|--|
| + |  |
|   |  |

(2)

|   |  |
|---|--|
| - |  |
|   |  |

(3)

|  |   |
|--|---|
|  | + |
|  |   |

(4)

|  |   |
|--|---|
|  | - |
|  |   |

(5)

|   |  |
|---|--|
|   |  |
| + |  |

(6)

|   |  |
|---|--|
|   |  |
| - |  |

(7)

|  |   |
|--|---|
|  |   |
|  | + |

(8)

|  |   |
|--|---|
|  |   |
|  | - |

(9)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
|   |   |

(10)

|   |   |
|---|---|
| + | - |
|   |   |

(11)

|   |   |
|---|---|
| - | + |
|   |   |

(12)

|   |   |
|---|---|
| - | - |
|   |   |

(13)

|   |  |
|---|--|
| + |  |
| + |  |

(14)

|   |  |
|---|--|
| + |  |
| - |  |

(15)

|   |  |
|---|--|
| - |  |
| + |  |

(16)

|   |  |
|---|--|
| - |  |
| - |  |

(17)

|   |   |
|---|---|
| + |   |
|   | + |

(18)

|   |   |
|---|---|
| + |   |
|   | - |

(19)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
|   | + |

(20)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
|   | - |

(21)

|   |   |
|---|---|
|   | + |
| + |   |

(22)

|   |   |
|---|---|
|   | + |
| - |   |

(23)

|   |   |
|---|---|
|   | - |
| + |   |

(24)

|   |   |
|---|---|
|   | - |
| - |   |

(25)

|  |   |
|--|---|
|  | + |
|  | + |

(26)

|  |   |
|--|---|
|  | + |
|  | - |

(27)

|   |   |
|---|---|
|   | - |
| + |   |

(28)

|  |   |
|--|---|
|  | - |
|  | - |

(29)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
|   |   |

(30)

|   |   |
|---|---|
| + | - |
|   |   |

(31)

|   |   |
|---|---|
| - | + |
|   |   |

(32)

|   |   |
|---|---|
| - | - |
|   |   |

(33)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
| + |   |

(34)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
| - |   |

(35)

|   |   |
|---|---|
| + | - |
| + |   |

(36)

|   |   |
|---|---|
| + | - |
| - |   |

(37)

|   |   |
|---|---|
| - | + |
| + |   |

(38)

|   |   |
|---|---|
| - | + |
| - |   |

(39)

|   |   |
|---|---|
| - | - |
| + |   |

(40)

|   |   |
|---|---|
| - | - |
| - |   |

(41)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
| + |   |

(42)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
|   | - |

(43)

|   |   |
|---|---|
| + | - |
|   | + |

(44)

|   |   |
|---|---|
| + | - |
|   | - |

(45)

|   |   |
|---|---|
| - | + |
|   | + |

(46)

|   |   |
|---|---|
| - | + |
|   | - |

(47)

|   |   |
|---|---|
| - | - |
|   | + |

(48)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
| - | - |

(49)

|   |   |
|---|---|
| + | + |
| + | + |

(50)

|   |   |
|---|---|
| + |   |
| + | - |

(51)

|   |   |
|---|---|
| + |   |
| - | + |

(52)

|   |   |
|---|---|
| + |   |
| - | - |

(53)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
| + | + |

(54)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
| + | - |

(55)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
| - | + |

(56)

|   |   |
|---|---|
| - |   |
| - | - |

(57)

|   |   |
|---|---|
|   | + |
| + | + |

(58)

|   |   |
|---|---|
|   | + |
| + | - |

(59)

|   |   |
|---|---|
|   | + |
| - | + |

(60)

|   |   |
|---|---|
|   | + |
| - | - |

(61)

|   |   |
|---|---|
|   | - |
| + | + |

(62)

|   |   |
|---|---|
|   | - |
| + | - |

(63)

|   |   |
|---|---|
|   | - |
| - | + |

(64)

|                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|
| <table><tr><td></td><td>-</td></tr><tr><td>-</td><td>-</td></tr></table><br>(65)  |                                                                                   | - | - | - | <table><tr><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>+</td><td>+</td></tr></table><br>(66) | +                                                                                 | + | + | + | <table><tr><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>+</td><td>-</td></tr></table><br>(67) | +                                                                                 | + | + | - | <table><tr><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>-</td><td>+</td></tr></table><br>(68) | + | + | - | + | <table><tr><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>-</td><td>-</td></tr></table><br>(69) | + | + | - | - | <table><tr><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>+</td><td>+</td></tr></table><br>(70) | + | - | + | + | <table><tr><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>+</td><td>-</td></tr></table><br>(71) | + | - | + | - |
|                                                                                   | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| <table><tr><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>-</td><td>+</td></tr></table><br>(72) | +                                                                                 | - | - | + | <table><tr><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>-</td><td>-</td></tr></table><br>(73) | +                                                                                 | - | - | - | <table><tr><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>+</td><td>+</td></tr></table><br>(74) | -                                                                                 | + | + | + | <table><tr><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>+</td><td>-</td></tr></table><br>(75) | - | + | + | - | <table><tr><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>-</td><td>+</td></tr></table><br>(76) | - | + | - | + | <table><tr><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>-</td><td>-</td></tr></table><br>(77) | - | + | - | - | <table><tr><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>+</td><td>+</td></tr></table><br>(78) | - | - | + | + |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
|                                                                                   | <table><tr><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>+</td><td>-</td></tr></table><br>(79) | - | - | + | -                                                                                 | <table><tr><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>-</td><td>+</td></tr></table><br>(80) | - | - | - | +                                                                                 | <table><tr><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>-</td><td>-</td></tr></table><br>(81) | - | - | - | -                                                                                 |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| +                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | +                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |
| -                                                                                 | -                                                                                 |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |                                                                                   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |                                                                                   |   |   |   |   |

121°. Secvența diagramelor rectangulare care definesc  
geometric predicatelor clasiale diadice

Algoritmul combinatoric utilizat permite o grupare sistemică exhaustivă a relațiilor clasiale diadice, dar, în același timp, generează și constructe logice care par foarte puțin relevante la nivel pragmatic. De aceea, atenția acordată diagramelor (1) – (81) va fi direct proporțională cu impactul pe care predicatelor clasiale astfel definite îl au în situațiile „naturale” de comunicare<sup>4</sup>.

Diagrama (1) reprezintă propoziția care se obține prin stabilirea *NONRELATIVITĂȚII* între două clase oarecare. Denumirea oarecum stranie a respectivei relații – de altfel, se poate desluși aici o nuanță autocontradictorie – ne avertizează că avem de-a face cu un caz-limită. Stabilind raportul de nonrelaționalitate între două clase oarecare –  $M$  și  $P$  –, practic nu spunem nimic despre eventualele legături dintre ele.

Diagrama (2) ilustrează rezultatul instituirii relației de *ÎNCRUCIȘARE* între două mulțimi. Desemnat în limba română de sincategorema „unii ... sînt ...” / „dintre ..., unii sînt ...”<sup>5</sup>, iar în  $L$ , de simbolul „ $\times$ ”, predicatul clasial în atenție are o dimensiune pragmatică semnificativă, astfel încît se justifică pe deplin explicitarea lui într-o primă ecuație definițională.

$$(D148.1) (M \times P) = (M \cap P \neq \emptyset)$$

În ideea unei ilustrări naturale se poate aminti aici valoarea instituirii relației de încrucișare între clasa celor care sînt filosofi și clasa celor care sînt palavragii, *id est* propoziția neexclusivă particular-afirmativă desemnată de enunțul „Unii filosofi sînt palavragii”.

O dată ce se stabilește negația încrucișării – relația de *CONTRARIETATE* – între două clase oarecare, se parvine la o propoziție reductibilă la diagrama (3). Dacă se convine asupra recunoașterii ei sub expresiile „nici un ... nu este ...” / „dintre ..., nici unul nu este ...”, respectiv „ $\uparrow$ ”, atunci operația de stabilire a relației de contrarietate este de găsit în definiția contextuală:

$$(D149.1) (M \uparrow P) = \sim(M \times P) = (M \cap P = \emptyset).$$

<sup>4</sup> În continuare, vom lăsa în seama cititorului formalizarea enunțurilor-exemplu din limbajele naturale. Ea se efectuează banal, o dată cu utilizarea termenilor clasiali parametrici din  $L$ .

<sup>5</sup> Pentru simplificare, nu vom reține decît „expresiile naturale tip” ale predicatelor clasiale. Morfemele specifice genului feminin pot fi adăugate tacit.

În planul limbajelor naturale este într-un totu acceptabilă aserțiunea că instituirea relației de contrarietate se materializează în propoziții neexclusive universale negative: e. g., în afirmația că *nici un animal nu are nevoie de instrucție*.

Diagramele (5) și (7) reprezintă rezultatele aplicării relației de SUBORDONARE, respectiv a relației de SUPRAORDONARE la două exemplare derivate din schemele  $M$  și  $P$ . Asociate cu sincategoremele „toți ... sînt ...” și „ $\subseteq$ ”, respectiv „numai ... sînt ...” și „ $\supseteq$ ”, aceste predicate clasiale se definesc în ecuațiile (D150.1) – (D151.1), și au drept valori „naturale” propoziții universal - afirmative, neexclusive în primul caz, exclusive în cel de-al doilea (*exempli causa: cei ce îndrăgesc pacea sînt demni de laudă, respectiv numai cei care își achită notele de plată au nevoie de bani*).

$$(D150.1) (M \subseteq P) = (M \cap \neg P = \emptyset)$$

$$(D151.1) (M \supseteq P) = (\neg M \cap P = \emptyset)$$

Prin negarea operațiilor de instituire a relației de subordonare, respectiv a relației de supraordonare, se obțin două noi predicate clasiale – NONSUBORDONAREA vs. NONSUPRAORDONAREA –, ce se exprimă prin intermediul sincategoremelor „unii ... nu sînt ...” și „ $\not\subseteq$ ”, respectiv „nu numai ... sînt ...” și „ $\not\supseteq$ ” și se definesc prin intermediul propozițiilor de identitate (D152.1) – (D153.1).

$$(D152.1) (M \not\subseteq P) = \sim (M \subseteq P) = (M \cap \neg P \neq \emptyset)$$

$$(D153.1) (M \not\supseteq P) = \sim (M \supseteq P) = (\neg M \cap P \neq \emptyset)$$

Rezultatele aplicării lor la cîte două mulțimi arbitrare se concretizează în propoziții neexclusive particulare negative vs. în negații de propoziții exclusive universale - afirmative și se regăsesc reprezentate în diagramele (4), respectiv (6), putînd fi exemplificate de afirmația că *unele persoane nu pot minți*, respectiv de afirmația că *nu numai oamenii mediocri pot dori să moară de bătrînețe*.

Prezentarea predicatelor clasiale prin care se determină caracterul vid vs. nevid al uneia dintre cele patru subclase ale universului de discurs se încheie cu afirmarea relației de SUBCONTRARIETATE (sau de *contrarietate contraduală*), respectiv cu afirmarea relației de ÎNCRUCIȘARE CONTRADUALĂ. Avînd expresii proprii atît în limbajul formalizat  $L$  – „ $\uparrow$ ” vs. „ $\times$ ” – cît și în limba română – „numai ... nu sînt ...” vs. „nu numai ... nu sînt ...” –, aceste predicate se definesc geometric în diagramele (9) și (8), iar algebric, în ecuațiile (D154.1) – (D155.1):

$$(D154.1) (M \uparrow P) = (\neg M \cap \neg P = \emptyset), \text{ respectiv}$$

$$(D155.1) (M \times P) = \sim (M \uparrow P) = (\neg M \cap \neg P \neq \emptyset).$$

Dintre valorile operațiilor de instituire a subcontrarietății, respectiv a încrucișării contraduale – propozițiile exclusive universale - negative vs. negațiile acestora – pot fi amintite afirmațiile desemnate de enunțurile naturale „Numai oamenii mîrginiți nu judecă după aparențe” și „Nu numai oamenii mîrginiți nu judecă după aparențe”.

Cu diagrama (10) – expresia schematică a rezultatelor instituirii relației de ÎNCRUCIȘARE - NONSUBORDONARE – deschidem seria celor 24 de definiții care privesc stabilirea unor relații „bine determinate” compuse între două mulțimi oarecare. Toate aceste relații complexe se obțin prin conjugarea a cîte două relații de-

finite în diagramele (2) – (9). Desemnată în limbajul  $L$  de sincategorema „ $(\times \wedge \subseteq)$ ” și de varianta abreviată a acesteia „ $\oplus$ ”, iar în limba română de operatorul „numai unii ... (nu) sînt ...”, definită algebric de ecuația (D156.1), operația de instituire a relației de încrucișare - nonsubordonare se finalizează în propoziții particulare închise (în alți termeni, propoziții exclusive particular - afirmative ori, în egală măsură, particular - negative), cum ar fi, de pildă, propoziția naturală cum că *numai unii filosofi (nu) sînt palavragii*.

$$(D156.1) (M \oplus P) = (M \cap P \neq \emptyset) \wedge (M \cap \neg P \neq \emptyset)$$

Printr-o derivare intuitivă imediată, se poate spune că diagrama (14) este o definiție geometrică a predicatului clasial  $(\times \wedge \supseteq)$  și, implicit, a relației de ÎNCRUCIȘARE - NONSUPRAORDONARE. Dimensiunea pragmatică redusă a noii operații face inutilă, credem noi, căutarea unor definiții care să întregască haloul explicativ.

Operațiile de stabilire a relației de ÎNCRUCIȘARE - SUBORDONARE și a relației de ÎNCRUCIȘARE - SUPRAORDONARE – definibile în diagramele (11), respectiv (15) și în ecuațiile (D157.1) – (D158.1), revin în ultimă instanță la afirmarea concomitentă a subordonării, respectiv a supraordonării unei clase nevide la o altă clasă de asemenea nevidă, potrivit schemelor (D157.2) și (D158.2).

$$(D157.1) (M (\times \wedge \subseteq) P) = (M \cap P \neq \emptyset) \wedge (M \cap \neg P = \emptyset)$$

$$(D158.1) (M (\times \wedge \supseteq) P) = (M \cap P \neq \emptyset) \wedge (\neg M \cap P = \emptyset)$$

$$(D157.2) (M (\times \wedge \subseteq) P) = (M \subseteq P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset)$$

$$(D158.2) (M (\times \wedge \supseteq) P) = (M \supseteq P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset)$$

Trecînd peste diagramele (12) și (16), care ilustrează valorile unor predicate clasiale irelevante sub raportul eficacității comunicaționale –  $(\uparrow \wedge \subseteq)$  și  $(\uparrow \wedge \supseteq)$  –, se poate zăbovi cu o oarecare îndreptățire la reprezentările (13) și (17), *id est*, asupra definițiilor geometrice ale operațiilor de instituire a relațiilor de CONTRARIETATE - SUBORDONARE, respectiv de CONTRARIETATE - SUPRAORDONARE:  $(\uparrow \wedge \subseteq)$  și  $(\uparrow \wedge \supseteq)$ . Ar fi de remarcă, la acest punct, faptul că afirmarea concomitentă a contrarietății și a subordonării cu privire la două clase oarecare revine la afirmarea caracterului vid al celei dinții dintre respectivele clase. În mod analog, dacă între două mulțimi subzistă concomitent relația de contrarietate și relația de supraordonare, se poate conchide că cea de-a doua noțiune este vidă.

Definit în diagrama (18), predicatul clasial  $(\times \wedge \underline{\times})$  se caracterizează prin aceea că dintr-o propoziție rezultată prin aplicarea lui la două clase oarecare se poate deriva concluzia că fiecare dintre respectivele clase este în același timp nevidă și netotală.

Următoarele două diagrame – (19) și (20) – ilustrează valorile operațiilor de stabilire a relațiilor de ÎNCRUCIȘARE - SUBCONTRARIETATE, respectiv de ÎNCRUCIȘARE CONTRADUALĂ - CONTRARIETATE și dezvăluie faptul că aplicarea acestor predicate la cîte două clase oarecare revine la instituirea subcontrarietății între două clase nevide *vs.* a contrarietății între două clase netotale, conform cu (D159.1)–(D160.1).

$$(D159.1) (M (\times \wedge \uparrow) P) = (M \uparrow P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset)$$

$$(D160.1) (M (\underline{\times} \wedge \uparrow) P) = (M \uparrow P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Definită geometric de reprezentarea (21), operația de stabilire a relației de CONTRADICȚIE –  $(\uparrow \wedge \uparrow)$  –, *id est* a relației obținute prin conjugarea contrarie-

tății cu subcontrarietatea, admite o individualizare prin expresii proprii atât în limba română cât și în  $L$  – „... și numai ... nu sînt ...”, respectiv „ $\nexists$ ” –, o explicare algebrică, prin (D161.1) și exemplificări naturale, de genul aceleia desemnate de enunțul „*Lucrurile clare și numai lucrurile clare nu sînt obscure*”.

$$(D161.1) (M \nexists P) = (M \uparrow P) \wedge (M \downarrow P) = \\ = (M \cap P = \emptyset) \wedge (\neg M \cap \neg P = \emptyset)$$

Dacă diagrama (22) poate fi ignorată fără probleme, nu același lucru se întâmplă în cazul celor două figuri care îi succed, dat fiind că acestea definesc geometric operațiile de instituire a două relații clasiale exemplare – *SUPRAORDONAREA STRICTĂ* vs. *SUBORDONAREA STRICTĂ*. Convenind asupra redării lor în  $L$  cu ajutorul predicatorilor „ $\supset$ ”, respectiv „ $\subset$ ”, putem contrui mai departe următoarele două ecuații definiționale:

$$(D162.1) (M \supset P) = (M \supseteq P) \wedge (P \not\subseteq M) \text{ și}$$

$$(D163.1) (M \subset P) = (M \subseteq P) \wedge (P \not\supseteq M).$$

Deși au o relevanță deosebită la nivel formal, predicatele clasiale definite mai sus nu intervin ca atare în situațiile „concrete” de comunicare. De altminteri, se pare că ele nu și-au găsit în limba română sincategoremele corespunzătoare.

Cu diagrama (25) se poate trece la definirea unui alt predicat clasial remarcabil – operația de instituire a relației de *IDENTITATE* / *ECHIORDONARE* –, care se dovedește a fi pînă la urmă o instanță a supraoperației de identificare. O dată ce se admite reprezentarea acestuia cu ajutorul operatorilor „ $=$ ” și „*toți ... și numai ... sînt ...*”, se poate trece la construirea definiției algebrice (D164.1) și a propoziției - exemplu: *toți oamenii și numai oamenii sînt mamifere raționale*.

$$(D164.1) (M = P) = (M \subseteq P) \wedge (M \supseteq P) = \\ = (M \cap \neg P = \emptyset) \wedge (\neg M \cap P = \emptyset)$$

Lăsînd la o parte figurile (26) și (27), ajungem la diagrama (28), care definește în plan geometric predicatul ( $\subseteq \wedge \times$ ), adică operația de stabilire a relației de *SUBORDONARE - ÎNCRUCIȘARE CONTRADUALĂ*. Cu alte cuvinte, am avea de-a face aici cu instituirea relației de subordonare între două mulțimi netotale.

$$(D165.1) (M (\subseteq \wedge \times) P) = (M \subseteq P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Următoarea diagramă – (29) – ne dezvăluie faptul că stabilirea relației de *SUBORDONARE - SUBCONTRARIETATE* între două clase oarecare,  $M$  și  $P$ , conduce la afirmația că al doilea argument al respectivului predicat, anume:  $P$ , este o clasă totală. Prin analogie, putem spune că instituirea relației de *SUPRAORDONARE - SUBCONTRARIETATE* – operație definită în diagrama (33) – revine la afirmarea caracterului total al primului argument, *id est* al clasei  $M$ .

Ignorînd din considerente pragmatice diagramele (30) și (31), ajungem, în sfîrșit, la figura (32), ce se constituie în definiție geometrică a predicatului clasial ( $\supseteq \wedge \times$ ). Se poate constata cu ușurință că aplicarea acestui predicat la două mulțimi oarecare, are semnificația instituirii relației de supraordonare între două mulțimi netotale.

$$(D166.1) (M (\supseteq \wedge \times) P) = (M \supseteq P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Subgrupa de diagrame (33) – (65) ilustrează valorile operațiilor care se obțin prin conjugarea a cîte trei predicate clasiale „simplu - determinate”, definite

în figurile (2) – (9). Evident, nu vom parcurge întreaga serie a respectivelor aplicații; de altfel, cele mai multe dintre ele sînt irelevante atît în raport cu situațiile concrete de comunicare, cît și în contextul formalismelor. În aceste condiții, ne vom opri asupra predicatelor definite geometric în reprezentările (35) – (38), (41), (44), (52), (60), (62) și (64).

La o simplă inspectare a diagramelor (35) și (36), ce se constituie în definiții ale predicatelor  $(\times \wedge \supset)$ , respectiv  $(\times \wedge \subset)$  se poate constata că avem de-a face cu reprezentări schematice ale rezultatelor aplicării relațiilor de supraordonare strictă *vs.* de subordonare strictă la cîte două clase nevide.

$$(D167.1) (M (\times \wedge \supset) P) = (M \supset P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset)$$

$$(D168.1) (M (\times \wedge \subset) P) = (M \subset P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset)$$

De-o manieră analoagă se poate conchide că figura (37) – definiția geometrică a operației de instituire a relației de ÎNCRUCIȘARE - IDENTITATE  $(\times \wedge =)$  – reflectă rezultatele aplicării operației de identificare la cîte două clase nevide.

$$(D169.1) (M (\times \wedge =) P) = (M = P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset)$$

Demnă de o atenție specială este și diagrama (38) – reprezentarea definițională a predicatului  $(\uparrow \wedge \not\subseteq \wedge \not\supseteq)$  –, în măsura în care ea reflectă implicit valorile instituirii relației de contrarietate între două clase în același timp nevide și netotale.

$$(D170.1) (M (\uparrow \wedge \not\subseteq \wedge \not\supseteq) P) = \\ = (M \uparrow P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Prin intermediul diagramei (41) se explicitează un predicat aparte – operația de stabilire a relației de REJECTARE  $(\nabla)$  –, care se obține prin conjugarea operațiilor de instituire a contrarietății, respectiv a identității.

$$(D171.1) (M \nabla P) = (M \uparrow P) \wedge (M = P)$$

După cum se poate ușor remarca, din ipoteza că două clase stau într-o relație de rejectare se poate deriva concluzia că ambele clase sînt vide.

Predicatele  $(\times \wedge \subseteq \wedge \not\supseteq)$  și  $(\times \wedge \supseteq \wedge \not\subseteq)$ , explicitate de diagramele (44) și (52), se dovedesc a fi suficient de relevante la nivel formal, dat fiind faptul că propozițiile obținute prin aplicarea lor pot fi considerate și valori ale instituirii subordonării *vs.* supraordonării între cîte două mulțimi în același timp nevide și netotale.

$$(D172.1) (M (\times \wedge \subseteq \wedge \not\supseteq) P) = \\ = (M \subseteq P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

$$(D173.1) (M (\times \wedge \supseteq \wedge \not\subseteq) P) = \\ = (M \supseteq P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Tot împreună merită a fi prezentate predicatele clasiale care se regăsesc în definițiile diagramatice (60) și (62) –  $(\supset \wedge \not\subseteq)$ , respectiv  $(\subset \wedge \not\supseteq)$  –, *id est*, operațiile prin care se instituie supraordonarea strictă *vs.* subordonarea strictă între două clase netotale.

$$(D174.1) (M (\supset \wedge \not\subseteq) P) = (M \supset P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

$$(D175.1) (M (\subset \wedge \not\supseteq) P) = (M \subset P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Ultima componentă din subgrupa de diagrame supusă atenției – (64) – reflectă schematic propozițiile obținute prin stabilirea relației de IDENTITATE – ÎN-



CRUCIȘARE CONTRADUALĂ / ( $= \wedge \underline{x}$ ) și dezvăluie faptul că respectivul predicat clasial revine la instituirea identității între două mulțimi netotale.

$$(D176.1) (M (= \wedge \underline{x}) P) = (M = P) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

În sfârșit, dintre cele 16 diagrame care definesc conjuncții de câte patru predicate clasiale simple, am selectat potrivit criteriului relevanței pragmatice doar patru: (68), (70), (72) și (75). Aceste figuri logice permit derivarea concluziei că predicatele ( $x \wedge \supset \wedge \underline{x}$ ), ( $x \wedge \subset \wedge \underline{x}$ ), ( $x \wedge = \wedge \underline{x}$ ), respectiv ( $x \wedge \neq \wedge \underline{x}$ ) revin la instituirea supraordonării stricte, a subordonării stricte, a identității, respectiv a contradicției între câte două mulțimi în același timp nevide și netotale.

$$(D177.1) (M (x \wedge \supset \wedge \underline{x}) P) = \\ = (M \supset P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

$$(D178.1) (M (x \wedge \subset \wedge \underline{x}) P) = \\ = (M \subset P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

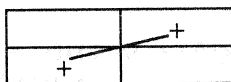
$$(D179.1) (M (x \wedge = \wedge \underline{x}) P) = \\ = (M = P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

$$(D180.1) (M (x \wedge \neq \wedge \underline{x}) P) = \\ = (M \neq P) \wedge (M \neq \emptyset) \wedge (P \neq \emptyset) \wedge (M \neq U) \wedge (P \neq U)$$

Ar mai fi de adăugat că diagrama (81) definește un predicat clasial limită, astfel încât toate propozițiile rezultate prin aplicarea lui revin la afirmația că universul de discurs este vid.

La cele 81 de predicate clasiale diadice, prin care se instituie relații bine determinate, pot fi adăugate încă 72 – negațiile operațiilor definite în diagramele (10) – (81), cu precizarea (foarte importantă) că relațiile stabilite sînt marcate de indeterminare. Spre exemplu, prin negarea identificării, se obține operația de instituire a relației de *DIVERSITATE* / *NONIDENTITATE*, care se definește geometric în diagrama (122°), iar algebric, în ecuația (D181.1).

$$(D181.1) (M \neq P) = \sim (M = P) = (M \cap \neg P \neq \emptyset) \vee (\neg M \cap P \neq \emptyset)$$



122°. Diagrama rectangulară care explicitează operația de instituire a relației de nonidentitate

Linia continuă care unește zonele afectate de grafemul „+” din diagrama de mai sus semnalează o indeterminare; se subînțelege, astfel, că cel puțin una dintre cele două subclase reprezentate este nevidă.

De-o manieră similară am putea defini predicate clasiale triadice, predicate clasiale tetradice etc., operații care nu au, totuși, vreo relevanță pragmatică. Excepție fac generalizările poliadice ale predicatelor diadice simetrice.

Dimensiunea cantitativă a predicatelor clasiale se vedește, o dată în plus, prin redefinirea lor în sistemul operațiilor de cuantificare. Ne vom opri, în cele ce urmează, numai la predicatele clasiale diadice cărora li s-au alocat câte o definiție algebrică. Toate celelalte predicate clasiale pot primi câte o explicitare cuantificațională similară.

- (D148.2)  $(M \times P) = (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$
- (D149.2)  $(M \uparrow P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$
- (D150.2)  $(M \subseteq P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$
- (D151.2)  $(M \supseteq P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$
- (D152.2)  $(M \not\subseteq P) = (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$
- (D153.2)  $(M \not\supseteq P) = (\forall x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$
- (D154.2)  $(M \uparrow\uparrow P) = (\wedge x_i)((x_i \notin M) \rightarrow (x_i \in P))$
- (D155.2)  $(M \underline{\times} P) = (\forall x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \notin P))$
- (D156.2)  $(M \oplus P) = (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$
- (D157.3)  $(M (\times \wedge \subseteq) P) =$   
 $= (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$
- (D158.3)  $(M (\times \wedge \supseteq) P) =$   
 $= (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$
- (D159.2)  $(M (\times \wedge \uparrow\uparrow) P) =$   
 $= (\wedge x_i)((x_i \notin M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge (\forall x_i)(x_i \in M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in P)$
- (D160.2)  $(M (\underline{\times} \wedge \uparrow) P) =$   
 $= (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg P)$
- (D161.2)  $(M \neq P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$   
 $\wedge (\wedge x_i)((x_i \notin M) \rightarrow (x_i \in P))$
- (D162.2)  $(M \supset P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$
- (D163.2)  $(M \subset P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$
- (D164.2)  $(M = P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$   
 $\wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$
- (D165.2)  $(M (\subseteq \wedge \underline{\times}) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg P)$
- (D166.2)  $(M (\supseteq \wedge \underline{\times}) P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg P)$
- (D167.2)  $(M (\times \wedge \supset) P) = (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\forall x_i)(x_i \in M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in P)$
- (D168.2)  $(M (\times \wedge \subset) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\forall x_i)(x_i \in M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in P)$
- (D169.2)  $(M (\times \wedge =) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge$   
 $\wedge (\wedge x_i)((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\forall x_i)(x_i \in M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in P)$
- (D170.2)  $(M (\uparrow \wedge \not\subseteq \wedge \not\supseteq) P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$   
 $\wedge (\forall x_i)(x_i \in M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in P) \wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg M) \wedge (\forall x_i)(x_i \in \neg P)$
- (D171.2)  $(M \nabla P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge$   
 $\wedge (\wedge x_i)((x_i \in M) \leftrightarrow (x_i \in P))$

$$(D172.2) (M (x \wedge \subseteq \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) (x_i \in M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in P) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D173.2) (M (x \wedge \supseteq \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) (x_i \in M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in P) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D174.2) (M (\supset \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D175.2) (M (\subset \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) ((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D176.2) (M (= \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge \\ \wedge (\wedge x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D177.2) (M (x \wedge \supset \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in P) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D178.2) (M (x \wedge \subset \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) ((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in P) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D179.2) (M (x \wedge = \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge \\ \wedge (\wedge x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in M) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) (x_i \in P) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D180.2) (M (x \wedge \neq \wedge x) P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \wedge \\ \wedge (\wedge x_i) ((x_i \notin P) \rightarrow (x_i \in M)) \wedge (\vee x_i) (x_i \in M) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) (x_i \in P) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg M) \wedge (\vee x_i) (x_i \in \neg P)$$

$$(D181.2) (M \neq P) = (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \wedge \\ \wedge (\vee x_i) ((x_i \in P) \wedge (x_i \notin M))$$

Din cele afirmate pînă acum rezultă faptul că predicatele clasiale au și rolul de a exprima aspecte cantitative la nivelul teoriei mulțimilor. Opțiunea pentru o anumite categorie de operații în măsură să manipuleze categoria cantității își găsește justificarea exclusiv în contextul în care se desfășoară analiza logică.

**Addendum.** Ar mai fi de adăugat, în acest context, cîteva considerații privind virtuțile pragmatice ale aplicațiilor desemnate de cuantorii clasiali universali (mai exact: universal - afirmativi) – „ $(\wedge m_0)$ ” / „pentru orice substituție existentă a clasei  $m_0$ , ...”, „ $(\wedge m_1)$ ” / „pentru orice substituție existentă a clasei  $m_1$ , ...” etc. –, de cuantorii clasiali particulari (mai precis: particular - afirmativi) – „ $(\vee m_0)$ ” / „pentru cel puțin o substituție existentă a clasei  $m_0$ , ...”, „ $(\vee m_1)$ ” / „pentru cel puțin o substituție existentă a clasei  $m_1$ , ...” etc. – și de descriptorii clasiali hotărîți – „ $(\dot{\wedge} m_0)$ ” / „acea substituție existentă a clasei  $m_0$ , ...”, „ $(\dot{\wedge} m_1)$ ” / „acea substituție existentă a clasei  $m_1$ , ...” etc.<sup>6</sup>. Spre exemplificare, supunem atenției cîte două variante de definire a clasei vide, respectiv a clasei universale<sup>7</sup>.

<sup>6</sup> Fără îndoială că se pot lua în considerare și alte clase de cuantificări sau de descripții clasiale. Astfel, cuantificările clasiale pot fi proliferate prin aplicarea tuturor determinantilor cantitativi antrenați anterior în construirea cuantificărilor individuale.

<sup>7</sup> Cu privire la noile definiții ale clasei vide se poate consulta: M. D. Potter, *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 1990, p. 15.

$$(D125.3) \emptyset = (\neg m_i) (\wedge x_j) (x_j \notin m_i) \quad (D126.3) U = (\neg m_i) (\wedge x_j) (x_j \in m_i)$$

$$(D125.4) \emptyset = (\neg m_i) (\wedge m_j) (m_i \subseteq m_j) \quad (D126.4) U = (\neg m_i) (\wedge x_j) (x_j \in m_i)$$

Din ecuațiile de mai sus, reiese că mulțimea vidă nu conține nici un individ existent și se subordonează oricărei mulțimi, iar mulțimea universală conține toți indivizii existenți și se supraordonează oricărei mulțimi.

### 3.2. RECUPERAREA CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL SILOGISTICII

Sistemul predicatelor silogistice a fost articulat în antichitatea greacă (prin scrierile lui Aristotel) și a fost rafinat, cu precădere în Evul de mijloc. Până în epoca modernă, acest construct formal a deținut o poziție privilegiată, astfel încât logica se confunda cu ceea ce astăzi se numește „silogistica tradițională”. În contextul matematizării logicii, sistemul predicatelor silogistice pierde teren în favoarea unor instrumente de analiză mai riguroase; ne referim aici la „logica predicatelor (de ordinul întâi)” și la teoria mulțimilor. La ora actuală interesul pentru componenta silogistică a logicii este destul de limitat; în cele mai multe manuale și tratate de logică ea este cu totul omisă.

Deși are un statut relativ precar, silogistica se impune ca obiect de analiză în cuprinsul acestei încercări, în măsura în care sistemul operațiilor aferente relevă o evidentă dimensiune cuantificațională.

Potrivit paradigmei silogistice, orice propoziție simplă se obține prin aplicarea unei operații specifice la două noțiuni. Noțiunea despre care se afirmă ceva este numită „subiect logic”, iar noțiunea care se afirmă / enunță despre ceva se numește „predicat logic”. Într-o variantă strict extensională – singura pe care o luăm deocamdată în seamă –, considerația de mai sus revine la constatarea că propozițiile silogistice se obțin prin stabilirea unui grad de includere, respectiv de excludere între două clase, anume: între sfera subiectului logic și sfera predicatului logic.

De regulă, se disting trei ramuri ale silogisticii: *silogistica aristotelică*, *silogistica tradițională* și *silogistica modernă*.

Silogistica aristotelică oferă cel mai frust instrumental logic corespunzător nivelului atomic, dat fiind că în perimetrul acesteia pot fi codificate formal doar propozițiile neexclusive universale, respectiv particulare. În plus, sînt trecute cu vederea propozițiile în care intervin clase vide sau clase totale. Această ultimă restricție are drept formulare „naturală” afirmația cum că subiectul logic și predicatul logic dintr-o propoziție silogistică (I) au măcar un concept „veritabil” (propriu) subordonat, (II) au măcar un concept veritabil supraordonat și (III) au măcar un concept contrar<sup>8</sup>. În expresie formală, asumarea cadrului aristotelic de analiză logică presupune adoptarea de-o manieră explicită a supoziției de „existență și netotalitate”, conform cu (EnT), precum și a supoziției de generalitate, potrivit schemei (G).

$$(EnT) (\wedge m_i) (\vee x_j) (\vee x_k) ((x_j \in m_i) \wedge (x_k \in \neg m_i))$$

$$(G) (\wedge m_i) \sim (! \neg x_j) (x_j \in m_i)$$

<sup>8</sup> D. Stoianovici, *Termenii singolari în logică: o analiză a unor puncte de vedere și divergențe din logica tradițională și din cea modernă*, teză de doctorat, Iași, 1973, p. 180.

Astfel, analiza cu mijloacele silogisticii aristotelice a propozițiilor neexclusive universal - afirmative, universal - negative, particular - afirmative și particular - negative se efectuează în conformitate cu următoarele patru scheme:

Toți  $M$  sînt  $P = M a P$ ,

Unii  $M$  sînt  $P = M i P$  și

Nici un  $M$  nu este  $P = M e P$ ,

Unii  $M$  nu sînt  $P = M o P$ .

Predicatorii silogistici „a”, „e”, „i” și „o” își precizează aria de aplicabilitate o dată cu definirea lor în teoria mulțimilor, potrivit schemelor (D182.1 – 185.1), respectiv în logica cuantificațională, conform cu (D182.2 – 185.2).

(D182.1)  $(M a P) = (M \subseteq P)$  (D184.1)  $(M i P) = (M \times P)$

(D183.1)  $(M e P) = (M \uparrow P)$  (D185.1)  $(M o P) = (M \not\subseteq P)$

(D182.2)  $(M a P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$

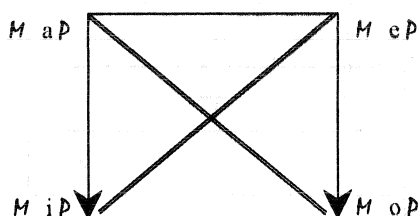
(D183.2)  $(M e P) = (\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$

(D184.2)  $(M i P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$

(D185.2)  $(M o P) = (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$

La o simplă inspectare a definițiilor prezentate anterior se poate observa cu ușurință că predicatele de tip aristotelic sînt, în ultimă instanță, operații complexe de cuantificare.

Una dintre cele mai discutate probleme cu privire la silogistica aristotelică o constituie confirmarea raporturilor stabilite în cadrul „pătratului lui Boethius”, relațiile corespunzătoare păstrîndu-și vechile reprezentări.



123°. Pătratul logic al schemelor propoziționale din silogistica aristotelică

„Piatra de poticnire” în ce privește această problemă constă în validarea legii sub- vs. supra - alternării, mai precis, în validarea deducerii unei propoziții particulare din propoziția universală de aceeași calitate (sau a deducerii negației unei propoziții universale din negația propoziției particulare de aceeași calitate). Astfel, dacă se asumă corectitudinea formală a inferențelor  $M a P \Rightarrow M i P$  și  $M e P \Rightarrow M o P$  și valabilitatea definițiilor (D182.1– 185.1), ar trebui să se accepte fără rezerve și validitatea deducțiilor:  $M \subseteq P \Rightarrow M \times P$  și  $M \uparrow P \Rightarrow M \not\subseteq P$ , respectiv  $(\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \Rightarrow (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$  și  $(\wedge x_i)((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P)) \Rightarrow (\vee x_i)((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$ .

Or, s-ar părea că premisele acestor inferențe nu constituie un temei suficient pentru derivarea concluziilor corespunzătoare. Spre exemplu, apelînd la metoda diagramelor rectangulare, se poate arăta că  $M \times P$  nu decurge exclusiv din  $M \subseteq P$ .

|          | $P$ | $\neg P$ |
|----------|-----|----------|
| $M$      |     | -        |
| $\neg M$ |     |          |

124°. O diagramă rectangulară ce confirmă nevaliditatea deducerii unei propoziții particulare din propoziția universală de aceeași calitate, în contextul logicii moderne

Fără a intra în detaliile acestei probleme – care iese parțial din cadrul acestei cercetări –, ar fi de notat că efortul de „a capta sintactic exigențele semantice preconizate de Aristotel” și, implicit, de a conserva toate relațiile stabilite în pătratul lui Boethius prin amendarea ecuațiilor (D182.1 – 185.1) nu duce la împlinirea idealului aristotelic de limbaj referențial pentru schemele demonstrative silogistice<sup>9</sup>.

Astfel, dacă se asociază (potrivit soluției Strawson - Smirnov) definiției  $M a P$  și  $M e P$  cu definitorii „tari”:  $M (\times \wedge \subseteq \wedge \times) P$ , respectiv  $M (\not\subseteq \wedge \uparrow \wedge \wedge \not\supseteq) P$ , iar nu cu definitorii „standard” –  $M \subseteq P$  vs.  $M \uparrow P$  –, în condițiile în care sînt menținute raporturile din pătratul logic, ar trebui să fie „atenuați” definitorii propozițiilor  $M o P$  și  $M i P$  în varianta  $M (\uparrow \vee \not\subseteq \vee \uparrow) P$ , respectiv în varianta  $M (\subseteq \vee \times \vee \supseteq) P$ . Însă, această reamenajare a cadrului definițional<sup>10</sup> anulează dimensiunea „referențială” a propozițiilor particulare și sacrifică (în consecință) sectorul „absolut” din silogistica formală standard. *Exempli causa*: se poate dovedi cu ușurință, prin metoda diagramelor rectangulare, suspendarea validității în cazul modului silogistic *Darii*. Diagrama (125°), care reprezintă informația premiselor  $M a P$  și  $S i M$ , nu conține implicit și informația concluziei  $S i P$ .

|          | $P$ | $\neg P$ |          |
|----------|-----|----------|----------|
| $M$      | +   | -        | $\neg S$ |
| $\neg M$ | +   | -        | $S$      |
|          |     |          | $\neg S$ |

125°. O diagramă rectangulară ce atestă nevaliditatea silogismului *Darii* în contextul definițiilor Strawson - Smirnov

Ni se pare important de notat faptul că asumarea cadrului ontologic aristotelic nu reclamă „adaptarea” definițiilor (D182.1) – (D185.1); dimpotrivă, ea se realizează simplu și integral, corelînd aceste definiții cu axioma (EnT). Spre exemplu, inferența imediată  $M a P \Rightarrow M i P$  se dovedește a fi validă, cîtă vreme se ține cont în derivarea concluziei de o instanță a schemei axiomatice (EnT), anume, de afirmația  $M \neq \emptyset$  (adică  $M i M$ ). Este de remarcat, apoi, că validarea

<sup>9</sup> O tratare impecabilă a temei în atenție este de găsit în: Petru Ioan, *Logică și filosofie. Restanțe, radiografii, retrospectivă*, cap. 3: „Adevărul logic și supoziția de existență”, Institutul European, Iași, 1996, pp. 44-78.

<sup>10</sup> O prezentare sistematică a variantelor de recuperare a silogisticii asertorice cu mijloacele logicii moderne a predicatelor este de găsit în: Sorin Vieru, *Axiomatizări și modele ale sistemelor silogistice*, (îndeosebi) cap. II: „Silogistica aristotelică și logica predicatelor”, Editura Academiei, București, 1975, pp. 49-84.

respectivei inferențe nu presupune „întărirea“ premisei sau „adăugarea“ unei premise existențiale, în măsura în care axiomele și postulatele dintr-un sistem formal – în speță, axiomele din silogistica aristotelică – funcționează implicit și ca premise pentru toate inferențele construite în perimetrul acestuia.

Logicienii medievali au lărgit cadrele teoretice fixate de Aristotel, prin renunțarea la supoziția de generalitate, (G), *id est* prin recuperarea în formalisme a propozițiilor singulare. Astfel, s-a constituit ceea ce astăzi se numește „silogistica tradițională“. Într-o primă variantă, analiza logică a propozițiilor singulare nu a fost legată de proliferarea predicatelor silogistice, aceste propoziții fiind asimilate cu propozițiile universale de aceeași calitate. Singurele rezerve menționate în acest context sînt legate doar de posibilitatea ca o noțiune individuală să joace rolul de predicat logic, în special: de posibilitatea convertirii propozițiilor singulare.

Definirea conceptului de clasă individuală / singulară <sup>11</sup> ne prilejuiește efectuarea unui scurt excurs lămuritor. În literatura logică s-a încetățenit, oarecum, părerea că o clasă este *singulară*, dacă și numai dacă are un singur element <sup>12</sup>. Prin contrast, clasele *generale* s-ar caracteriza prin aceea că au cel puțin două elemente <sup>13</sup>. Dacă se convine asupra notării operațiilor de atribuire a singularității, respectiv a generalității cu ajutorul predicatorilor (de ordinul doi) „Sing“ vs. „Gen“, considerațiile de mai sus pot fi exprimate formal prin intermediul definițiilor (D186.1 – 187.1).

$$(D186.1) \text{ Sing } (M) = (! x_i) (x_i \in M)$$

$$(D187.1) \text{ Gen } (M) = (2 x_i) (x_i \in M)$$

Însă, calificare unei mulțimi ca singulară sau generală trebuie efectuată pe baza unui criteriu sintactic, iar nu semantic. Cu alte cuvinte, nu criteriul corespondenței – „confruntarea“ cu universul lucrurilor existente –, ci studiul morfologic al termenilor ne îngăduie să stabilim singularitatea sau generalitatea claselor desemnate. Spre exemplu, termenul „*fiu al lui George Coșbuc*“ denotă o clasă generală, chiar dacă, în fapt, această clasă are un singur element (real).

În concluzie, pare mai potrivit să afirmăm că mulțimile individuale au, în mod necesar, cel mult un element (diferit de nimic) și că mulțimile generale pot conține două sau mai multe elemente care să nu se identifice cu nimicul, conform cu definițiile (D186.2) – (D187.2).

$$(D186.2) \text{ Sing } (M) = \text{nc } ((! x_i) (x_i \in M))$$

$$(D187.2) \text{ Gen } (M) = \text{ps } ((2 x_i) (x_i \in M))$$

Această reconstruire a „cîmpului definițional“ ne va permite să antrenăm în formalisme, fără a comite o *contradictio in adjecto*, atît clase singulare, cît și clase generale vide.

O dată isprăvit acest excurs, rămîne de adăugat că recuperarea la nivel formal a propozițiilor singulare se poate face și prin preservarea caracterului lor aparte (distinct de cel al propozițiilor universale). Potrivit acestei variante, ar urma să fie in-

<sup>11</sup> Termenii „clasă individuală“ și „clasă singulară“ sînt coreferenți cu expresiile „unit set“, „singleton“ și „Einer-menge“.

<sup>12</sup> Cf., de exemplu, R. Wall, *Einführung in die Logik und Mathematik für Linguisten*, I: „Logik und Mengenlehre“, Scriptor Verlag, Kronberg Ts., 1973, p. 12; A. Grzegorzcyk, *An Outline of Mathematical Logic*, PWN – Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1974, p. 3; [2a: 19].

<sup>13</sup> Grigore C. Moisil consideră că aici am avea de-a face cu „mulțimile astfel numite în limba naturală“ [2 a: 19].

introduși doi noi predicatori silogistici – „ε” și „ε'” –, care se constituie în abrevieri ale sincategoremelor naturale „... este (un) ...”, respectiv „... nu este (un) ...”<sup>14</sup> și care își precizează „aria de aplicabilitate” în definițiile (D188 – 189).

$$(D188) (M \varepsilon P) = (M \in P)$$

$$(D189) (M \varepsilon' P) = (M \notin P)$$

În sfârșit, constituirea silogisticii moderne este legată, pe de o parte, de proliferarea fără precedent a predicatelor silogistice, iar, pe de altă parte, de „relaxarea” regimului ontologic, *id est* de eliminarea supoziției de existență și netotalitate.

Prima încercare modernă de a reforma silogistica tradițională se regăsește în contribuțiile lui W. Hamilton și ale lui A. de Morgan și aduce cu sine o cuantificare *sui generis* atât a subiectului logic cât și a predicatului logic. Intenția autorilor pomeniți a fost aceea de a contura corect „relațiile unice și determinate” de apartenență sau de „prezență - absență” între noțiunile ce se constituie ca subiect logic, respectiv ca predicat logic în propozițiile atributive. În ideea realizării acestui obiectiv – de a exprima explicit ceea ce este gândit implicit<sup>15</sup> – s-a propus o reformulare insolită a sincategoremelor silogistice clasice, astfel încât, în final, rezultă patru feluri de propoziții afirmative – toto - parțiale, toto - totale, parti - parțiale și parti - totale – și patru feluri de propoziții negative – de asemenea, toto - parțiale, toto - totale, parti - parțiale și parti - totale –, posibil de regăsit în opt scheme de identitate<sup>16</sup>.

$$\text{Toți } M \text{ sînt unii } P = M \text{ a.h. } P$$

$$\text{Toți } M \text{ sînt toți } P = M \text{ u.h. } P$$

$$\text{Unii } M \text{ sînt unii } P = M \text{ i.h. } P$$

$$\text{Unii } M \text{ sînt toți } P = M \text{ y.h. } P$$

$$\text{Nici un } M \text{ nu este vreun } P = M \eta \text{.h. } P$$

$$\text{Nici un } M \text{ nu este nici un } P = M \text{ c.h. } P$$

$$\text{Unii } M \text{ nu sînt unii } P = M \omega \text{.h. } P$$

$$\text{Unii } M \text{ nu sînt toți } P = M \text{ o.h. } P$$

Caracterul întrucîtva rebarbativ al respectivilor predicatori silogistici creează dificultăți în identificarea relațiilor ce se stabilesc între clasele luate în considerare. Totuși, dincolo de ambiguitatea care marchează (în special) propozițiile negative, predicatele silogistice hamiltoniene pot fi explicitate în definițiile (D190 – 196).

$$(D190) (M \text{ a.h. } P) = (M \subset P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i) ((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$$

$$(D191) (M \text{ u.h. } P) = (M = P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \leftrightarrow (x_i \in P))$$

$$(D192) (M \text{ i.h. } P) = (M \times \wedge P) = (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i) ((x_i \notin M) \wedge (x_i \in P))$$

$$(D193) (M \text{ y.h. } P) = (M \times \wedge \supseteq P) = (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i) ((x_i \in P) \rightarrow (x_i \in M))$$

$$(D194) (M \eta \text{.h. } P) = (M \text{ c.h. } P) = (M \uparrow P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$$

$$(D195) (M \omega \text{.h. } P) = (M \oplus P) = (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P))$$

<sup>14</sup> Cf. O. Bird, *Sylogistic and Its Extensions*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1964, p. 91; P. F. Strawson, *Introduction to Logical Theory*, Methuen & Co Ltd., London, 1964, p. 104; I. Didilescu și P. Botezatu, *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976, p. 353.

<sup>15</sup> Cf. Tadeusz Kotarbinski, *Leçons sur l'histoire de la logique*, PWN – Editions Scientifiques de Pologne, Warszawa, 1965, p. 145.

<sup>16</sup> Pentru a elimina eventualele confuzii, am adăugat la forma originară a celor opt predicatori silogistici litera „h”. Subînțelegem, astfel, că avem de-a face cu predicatori silogistici „hamiltonieni”.



$$(D196) (M \text{ o.h. } P) = (M \not\subseteq \uparrow P) = (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge \wedge (x_i \notin P)) \wedge (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$$

La aceste ecuații se pot adăuga eventual și diagramele rectangulare corespunzătoare, care se regăsesc, de altfel, în seria de figuri logice (1) – (81) din subcapitolul precedent.

„Forma artificială și confuză” sub care apar predicatele hamiltoniene îndreptătesc acordarea unor interpretări multiple. În contrast parțial cu definițiile anunțate mai sus se plasează, de pildă, interpretarea dată de Florea Țuțugan, după care propozițiile afirmative parti - totale se obțin prin instituirea relației de supraordonare strictă și, în afara propozițiilor toto - totale, toate propozițiile negative exprimă aceleași raporturi ca propozițiile corespunzătoare de calitate opusă. Cu privire la propozițiile negative toto - totale se concede că ele rezultă din stabilirea relației de contrarietate <sup>17</sup>.

Deși are meritul de a se înscrie pe linia eforturilor de a depăși închistarea logicii clasice – stadiul precar în care se situa atunci disciplina este zugrăvit pe deplin de sentința kantiană: „nu mai există nici un logician renumit, și nici n-avem nevoie de noi descoperiri în logică” <sup>18</sup> –, cuantificarea hamiltoniană se dovedește a fi până la urmă un „mijloc cu totul imperfect” de a exprima cantitatea logică a judecăților <sup>19</sup>. Astfel, pe de o parte, cuantificarea hamiltoniană nu permite exprimarea a cel puțin două raporturi clasiale remarcabile – subcontrarietatea și contradicția –, iar, pe de altă parte, ea oferă expresii multiple (și confuze) pentru unul și același predicat.

În rîndul încercărilor de a reforma silogistica tradițională prin dezvoltarea componentei operatorii, poate fi înscrisă și tentativa lui Robert Blanché de a construi un sistem ternar în care să fie conservată bivalența *adevăr – fals* <sup>20</sup>. Ar fi de remarcat aici utilizarea a doi predicatori silogistici remarcabili – „y” / „numai unii ... [nu] sînt ...” și „u.b.” / „toți ... sînt... sau nici un ... nu este ...” <sup>21</sup> –, ale căror desemnate se definesc în propozițiile de identitate:

$$(D197.1) (M \text{ y } P) = (M \oplus P) = (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) \wedge \wedge (\vee x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \notin P)) \text{ și}$$

$$(D198.1) (M \text{ u.b. } P) = (M \subseteq P) \vee (M \uparrow P) = (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow \rightarrow (x_i \in P)) \wedge (\wedge x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \notin P))$$

De regulă, aplicațiile exprimate de predicatorii silogistici „y” și „u.b.” sînt asociate cu acelea care sînt reprezentate de predicatorii clasici „a”, „e”, „i” și „o” în două structuri logice impecabile, (126<sup>o</sup>) – (127<sup>o</sup>), structuri ce se determină prin asumarea vs. refutarea supoziției (EnT). (Întrucît anterior au fost analizate și alte instanțe ale hexadei logice, lăsăm în seama cititorului „decriptarea” inferențelor valide care sînt astfel rezumate.)

Una dintre cele mai importante dezvoltări contemporane ale silogisticii s-a conturat o dată cu constituirea modelării „stocastice” și a modelării „plurative” <sup>22</sup>, id

<sup>17</sup> Florea Țuțugan, *Cercetări asupra relațiilor unice și determinate și critica teoriei cantificării predicatului a lui W. Hamilton*, în: „Revista de Filosofie”, nr. 1-2, vol. XXVIII, 1943, pp. 72-80.

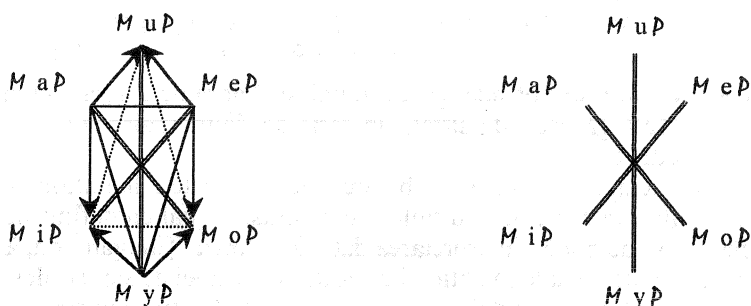
<sup>18</sup> Immanuel Kant, *Logica generală*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 154.

<sup>19</sup> Al. Posescu, *Teoria logică a judecății*, Cugetarea – Georgescu Delafras S.A., București, 1947, p. 43.

<sup>20</sup> Robert Blanché, *Sur la trivalence*, în: „Logique et analyse”, 59-60, 1972, pp. 569-81.

<sup>21</sup> Am utilizat expresia „u.b.” în loc de „u” pentru a elimina eventualele confuzii legate de omonimie. Predicatorul „u” este folosit de-o manieră distinctă atît de Robert Blanché și William Hamilton cît și (așa cum se va constata mai tîrziu) de Nicholas Rescher.

<sup>22</sup> Am preferat să conservăm și în etichetele acestor două demersuri teoretice diferențele pe care le comportă. Astfel.



126° - 127°. Două diagrame logice în care se explicitează predicatele silogistice „standard”

est o dată cu antrenarea în formalisme a predicatelor desemnate de sincategoremele naturale „cei mai mulți ... sînt ...” / „aproape toți ... sînt ...”, „cei mai mulți ... nu sînt ...” / „foarte puțini ... sînt ...”, „există destui ... care sînt ...” și „există destui ... care nu sînt ...”, respectiv „majoritatea ... sînt ...”, „majoritatea ... nu sînt ...”, „cel puțin jumătate dintre ... sînt ...” și „cel puțin jumătate dintre ... nu sînt ...”<sup>23</sup>. Ținînd cont și de notațiile corespunzătoare propuse de B. Thompson<sup>24</sup> și P. L. Peterson<sup>25</sup>, vom asocia cei opt predicatori silogistici naturali (în ordine) cu predicatorii formali stocastici „p”, „b”, „k” și „g”, respectiv cu predicatorii formali plurativi „u”, „w”, „w” și „u”.

Dimensiunea cantitativă a predicatelor silogistice stocastice poate fi conturată atît în sistemul cuantificărilor nonstandard (așa cum se poate observa și în § 1.1.5.!) cît și în teoria probabilității.

În primul caz, predicatele etichetate cu simbolurile „p”, „b”, „k” și „g” își precizează aria de aplicabilitate în ecuațiile definiționale (D199.1) – (D202.1).

$$(D199.1) (M \ p \ P) = (P \ x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$$

$$(D200.1) (M \ b \ P) = (B \ x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (x_i \in P))$$

$$(D201.1) (M \ k \ P) = (K \ x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$$

$$(D202.1) (M \ g \ P) = (G \ x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P))$$

Într-o a doua variantă, predicatele în discuție pot fi situate în modelul stocastic II, elaborat de Gr. C. Moisil<sup>26</sup>. Fie șirul de indivizi  $(x_i)_{i \in N}$  și două scheme clasiale,  $M$  și  $P$ . Dacă „n” denotă numărul propozițiilor care compun șirul  $(x_i \in M)_{i \in N}$  și „N ( $\in M$ , n)”, numărul propozițiilor adevărate din acest șir, atunci probabilita-

se evită formulările oarecum greoaie: „modelarea plurativă de tip Moisil”, respectiv „modelarea plurativă de tip Rescher”. O paralelă interesantă a celor două ramuri nonstandard ale silogisticii apare în: [14c: pp. 302 sqq.].

<sup>23</sup> Minimele diferențe în raport cu formele originare ale respectivilor predicatori naturali au menirea de a aduce un plus de claritate. Ele ne vor ajuta să evidențiem o diferență semnificativă între predicatele silogistice stocastice și predicatele silogistice plurative.

<sup>24</sup> B. Thompson, *Syllogisms Using „Few”, „Many” and „Most”*, în: „Notre Dame Journal of Formal Logic”, vol. 23, nr. 1, 1982, pp. 75-84; Idem, *An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang, New York, 1992, (îndeosebi) pp. 44-71; 161-2.

<sup>25</sup> P. L. Peterson, *Complexly Fractionated Syllogistic Quantifiers*, în: „Journal of Philosophical Logic”, 20, 1991, pp. 287-313.

<sup>26</sup> Grigore C. Moisil, *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Editions de l'Academie, Bucarest, 1972, pp. 643-6. Cf. și [14c: 302 sqq.].

tea ca indivizii  $x_0, x_1, \dots$  să aparțină lui  $M$  poate fi exprimată sub forma limitei  $w(\in M)$ , pentru  $w(\in M) = \lim N(\in M, n) / n$ , unde  $0 \leq w(\in M) \leq 1$ .

Dacă se verifică schema  $w(\in M) = 1$ , se poate spune că aproape orice individ aparține mulțimii  $M$ . Egalitatea dintre  $w(\in M)$  și zero trimite la faptul că indivizii ce alcătuiesc mulțimea  $M$  sînt într-un număr infim, astfel încît ei pot fi considerați neglijabili. Prin opoziție, formulele „ $w(\in M) \neq 0$ ” și „ $w(\in M) \neq 1$ ” exprimă afirmațiile că membrii clasei  $M$  sînt prea numeroși pentru a rămîne neglijabili, respectiv că există destui indivizi din universul de discurs care nu aparțin lui  $M$ . Cu ajutorul acestor ingrediente, predicatul silogistic plurativ pot fi redefinite în ecuațiile (D199.2.1) – (D202.2.2), ce se constituie într-un temei suficient pentru ordonarea propozițiilor stocastice pe structura pătratului logic (a se vedea diagrama 128°).

$$(D199.2.1) (M \text{ p } P) = (\lim N(\in M \wedge \notin P, n) / N(\in M, n) = 0)$$

$$(D199.2.2) (M \text{ p } P) = (\lim N(\in M \wedge \in P, n) / N(\in M, n) = 1)$$

$$(D200.2.1) (M \text{ b } P) = (\lim N(\in M \wedge \in P, n) / N(\in M, n) = 0)$$

$$(D200.2.2) (M \text{ b } P) = (\lim N(\in M \wedge \notin P, n) / N(\in M, n) = 1)$$

$$(D201.2.1) (M \text{ k } P) = (\lim N(\in M \wedge \in P, n) / N(\in M, n) \neq 0)$$

$$(D201.2.2) (M \text{ k } P) = (\lim N(\in M \wedge \notin P, n) / N(\in M, n) \neq 1)$$

$$(D202.2.1) (M \text{ g } P) = (\lim N(\in M \wedge \notin P, n) / N(\in M, n) \neq 0)$$

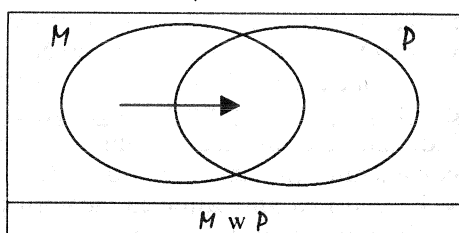
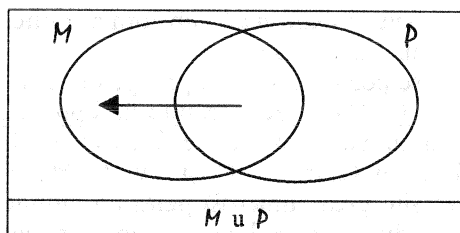
$$(D202.2.2) (M \text{ g } P) = (\lim N(\in M \wedge \in P, n) / N(\in M, n) \neq 1)$$

Evident, nimic nu ne-ar împiedica să transformăm pătratul logic într-un hexagon logic, o dată cu utilizarea predicatorilor stocastici compuși „ $(p \vee b)$ ” / „*cei mai mulți ... sînt ... sau cei mai mulți ... nu sînt ...*”, respectiv „ $(k \wedge g)$ ” / „*destul de mulți, dar nu cei mai mulți ... sînt ...*”. Construirea noii figuri logice este cu totul banală și, de aceea nu stăruim asupra ei.

Cît privește explicitarea predicatelor plurative, supunem atenției modelarea geometrică propusă de Nicholas Rescher<sup>27</sup>. Potrivit acestei interpretări, fiecare propoziție plurativă derivată din schemele  $M \text{ u } P$ ,  $M \text{ w } P$ ,  $M \text{ w' } P$  și  $M \text{ u' } P$  conține o corelare numerică între două instanțe ale subclaselor  $M \cap P$  și  $M \cap \neg P$ . Astfel, formulele „ $M \text{ u } P$ ” și „ $M \text{ w } P$ ” „informează” că subclasa  $M \cap P$  este mai numeroasă decît subclasa  $M \cap \neg P$ , respectiv că subclasa  $M \cap \neg P$  are mai mulți membri decît  $M \cap P$ . Prin opoziție,  $M \text{ w' } P$  și  $M \text{ u' } P$  „relatează” că  $M \cap P$  are tot atîția membri sau mai mulți față de  $M \cap \neg P$ , respectiv că subclasa  $M \cap \neg P$  este la fel de numeroasă sau mai numeroasă în raport cu subclasa  $M \cap P$ .

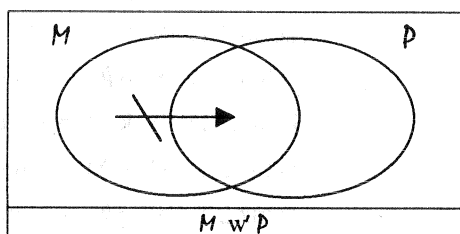
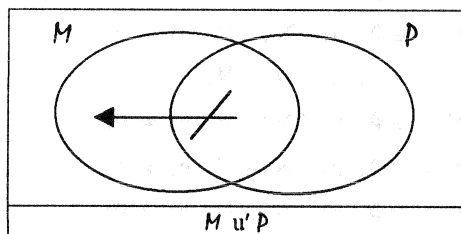
Pentru a reprezenta geometric propozițiile plurative astfel determinate, Nicholas Rescher aduce o dezvoltare a sistemului de diagrame circulare Venn. Elementul de noutate propus este constituit de următoarea convenție: unind cu o săgeată două zone dintr-o diagramă, se desemnează afirmația că subclasa reprezentată de zona în care se află „aripa” săgeții este mai numeroasă decît subclasa reprezentată de zona în care se află „capul” săgeții. În aceste condiții, propozițiile plurative universale se regăsesc în secvența diagramatică (129°).

<sup>27</sup> Nicholas Rescher, *Venn Diagrams for Plurative Syllogisms*, în: N. Rescher, *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht - Holland, 1968, pp. 126-33.



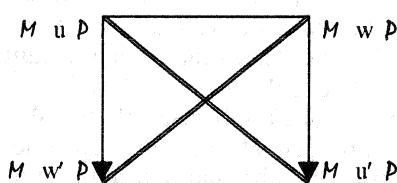
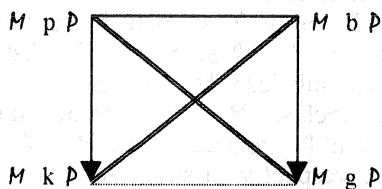
129°. Diagramele Venn aferente propozițiilor plurative universale, în concepția lui Nicholas Rescher

Deși propozițiile de particularitate nu au un impact semnificativ în cadrul silogisticii plurative, se poate trece la reprezentarea lor prin intermediul diagramelor circulare, aplicînd o „tăietură” săgeții care stă pentru raportul numeric conținut în propoziția opusă.



130°. Diagrame Venn ce reprezintă propoziții plurative particulare

Printr-o analogie banală, propozițiile plurative pot fi ordonate, la rîndul lor, într-un pătrat logic (131°) capabil să prezinte de-o manieră rezumativă cele mai relevante raporturi dintre ele. Trecerea la structura hexagonală specifică presupune adoptarea predicatorilor plurativi complecși „ $(u \vee w)$ ” / „majoritatea ... sînt ... sau majoritatea ... nu sînt ...” și „ $(w' \wedge u')$ ” / „cel puțin jumătate dintre ... sînt și cel puțin jumătate dintre ... nu sînt ...”.



128°, 131°. Două pătrate logice în care se regăsesc propozițiile silogistice stocastice și propozițiile silogistice plurative

Utilizarea definițiilor diagramatice ale predicatorilor  $u$ ,  $w$ ,  $w'$  și  $u'$  în verificarea silogismelor (și, în general, a raționamentelor) plurative constituie o problemă care s-a bucurat deja de tratări mai mult sau mai puțin aplicate<sup>28</sup>.

Cît privește clasa predicatorilor silogistice fracționale sau procentuale (analizate mai mult sau mai puțin amănunțit de J. H. Lambert, B. Thompson sau P. L.

<sup>28</sup> Recomandăm în mod deosebit: Constantin Sălăvăstru, *Antinomiile receptivității*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1997, pp. 227-64.

Peterson trebuie să remarcăm faptul că ele apar exclusiv în formulări naturale. Atîta vreme cît aceste operații admit o reflectare formală elegantă în sistemul cuantificărilor nonstandard (§ 1.1.5.), „îmbogățirea“ limbajului  $L$  cu predicatorii silogistici corespunzători este cel puțin superfluă.

În finalul acestui subcapitol ar putea fi adăugată o precizare conceptuală, credem noi, fertilă. După cum s-a menționat deja, încercările de silogistică modernă vizează, pe de o parte, rafinarea aparatului operațional, iar, pe de altă parte, suspendarea supoziției de existență și netotalitate. Această ultimă abordare teoretică este legată de constituirea silogisticii libere (de angajament ontologic). Or, s-a constatat că anumite inferențe din silogistica tradițională nu mai sînt valide în noul context. Pentru a marca diferența dintre aceste inferențe, care sînt determinate sub raportul validității de poziția luată față de supoziția (EnT) și inferențele „cu totul“ nevalide, se poate apela la conceptul de raționament „penevalid“ („pseudovalid“) <sup>28</sup>. Așadar, vor fi considerate penevalide toate raționamentele care sînt nevalide în silogistica liberă, dar care se dovedesc valide în silogistica tradițională. Spre exemplu, raționamentul:  $M a P \therefore M i P$  este nevalid în silogistica liberă, însă, devine valid, dacă se asumă o instanță a supoziției (EnT), anume:  $M \neq \emptyset$  (respectiv  $M i M$ ). În aceste condiții, respectivul argument poate fi considerat penevalid.

Această afirmație poate fi dovedită cu ușurință în sistemul diagramelor rectangulare. Astfel, raționamentul  $M a P \therefore M i P$  poate fi judecat sub raportul validității în funcție de suspendarea, respectiv acceptarea supoziției de existență și netotalitate (în speță, a condiției:  $M \neq \emptyset$ ), potrivit diagramelor (132°) și (133°).

|          |     |          |
|----------|-----|----------|
|          | $P$ | $\neg P$ |
| $M$      |     | -        |
| $\neg M$ |     |          |

|          |     |          |
|----------|-----|----------|
|          | $P$ | $\neg P$ |
| $M$      | +   | -        |
| $\neg M$ |     |          |

132° - 133°. Diagrame de verificare a raționamentului  $M a P \therefore M i P$

### 3.3. MODALITĂȚILE DINAMICE, CA FORME SPECIFICE DE EXPRIMARE A SUPRAOPERAȚIEI DE CUANTIFICARE

Cercetînd, în subcapitolul 1.3., maniera în care conectivele modale pot fi reduse la operațiile de cuantificare „propriu - zise“, am făcut precizarea că modalizările (alethice) se aplică, de regulă, în varianta *de dicto*. În cele ce urmează, vom încerca să dovedim că operațiile de modalizare își vădesc valențele cantitative la fel de bine și în varianta *de re*. Mai exact, vom căuta definiții convenabile în contextul logicii de tip cuantificațional pentru așa - zisele „modalități dinamice“ <sup>29</sup>, *id est* pentru operațiile de afirmare a proprietăților dispoziționale, respectiv a proprietăților propensive cu privire la un individ sau altul.

Promovat de Rudolf Carnap sub auspiciile Cercului de la Viena, conceptul de proprietate dispozițională <sup>30</sup> s-a impus decisiv atenției cercetătorilor din do-

<sup>28</sup> H. Pospesel, *Introduction to Logic. Predicate Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, p. 91. Autorul utilizează în acest sens expresia „penevalid“.

<sup>29</sup> G. H. von Wright, *An Essay in Modal Logic*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1951, p. 28. (Relevanța logică a predicatelor modale este urmărită și în: A. Sinowjew și H. Wessel, *Logische Sprachregeln*, Verlag Wilhelm Fink, München - Salzburg, 1975, pp. 443-4.)

<sup>30</sup> Explicitarea conceptului de proprietate dispozițională (ca și a celui de proprietate propensivă) are drept sursă: T. Dima, *Aspecte ale dialecticii posibilului relevante prin interpretarea probabilității cu ajutorul tendin-*

9 - Regimuri ale cantității în logica formală

meniile epistemologiei și logicii. Se admite, în acest sens, că proprietățile de felul celor desemnate de termenii „solubil“, „comestibil“, „transparent“, „fragil“ etc. au un caracter „ascuns“, ele fiind, însă, „etale“ întotdeauna de obiectele care le posedă, dacă sînt întrunite circumstanțele adecvate pentru manifestarea lor.

Evident, nu multiplele semnificații epistemologice și, în general, filosofice ale acestei probleme interesează în contextul acestei analize, ci posibilitatea recuperării „jocului“ pe care îl creează, cu ajutorul instrumentarului logic - formal.

Fie „ $c^m$ “, un termen circumstanțial variabil, iar „ $\Lambda^d$ “ și „ $\Lambda^m$ “, doi termeni atributivi schematici (avînd valența unu). Termenul „ $c^m$ “ desemnează o circumstanță (sau un „mediu“) oarecare în care se poate manifesta o proprietate dispozițională, în timp ce termenii atributivi stau pentru o schemă de proprietăți „ascunse“, respectiv pentru schema proprietăților „manifeste“ care le corespund.

În temeiul acestor considerații și convenții notaționale, modalitățile dinamice pot fi asimilate potrivit definiției (D203):

$$(D203) \text{ atr } (\Lambda^d, \alpha) = (\wedge c^m) \text{ atr } (\Lambda^m, \alpha, c^m).$$

Așadar, individul  $\alpha$  are (sau se bucură de) proprietatea dispozițională  $\Lambda^d$ , dacă și numai dacă, pentru fiecare substituție existentă a circumstanței de manifestare  $c^m$ ,  $\alpha$  are în  $c^m$  proprietatea manifestă (corespunzătoare)  $\Lambda^m$ .

*Exempli gratia:* unei oglinzi i se poate atribui proprietatea dispozițională de a fi fragilă, în măsura în care, fiind întrunită oricare dintre „condițiile adecvate de solicitări exterioare“, acea oglindă are proprietatea manifestă de a se sparge ușor.

Spre deosebire de proprietățile dispoziționale, proprietățile propensive / stocastice) – analizate, printre alții, de Karl Popper și Mario Bunge – nu se „realizează“ univoc (dată fiind o circumstanță de manifestare), ci pe un interval de valori. Această stare de lucruri face ca măsurarea tendinței de actualizare a respectivelor proprietăți să se poată efectua în contextul logicii probabiliste sau în cel al cuantificărilor stocastice. În primul caz, atribuirea unei proprietăți propensive la un individ este corelată cu un grad de probabilitate al afirmației că acel individ etalează proprietatea manifestă corespunzătoare. Potrivit celei de-a doua variante – singura la care ne oprim în cuprinsul acestei încercări –, atribuirea unei proprietăți propensive la un individ este justificată, dacă și numai dacă, în aproape toate circumstanțele de manifestare, individul prezintă forma „actualizată“ a respectivei proprietăți propensive. De pildă, un individ poate fi socotit inteligent, dacă și numai dacă, în cele mai multe circumstanțe, manifestă ipostaza corespunzătoare a inteligenței.

Dacă se concede că expresia „ $\Lambda^p$ “ denotă o schemă de proprietăți propensive, atunci modalitățile dinamice constituite prin atribuirea proprietăților propensive se explicitază în propoziția de identitate (D204).

$$(D204) \text{ atr } (\Lambda^p, \alpha) = (P c^m) \text{ atr } (\Lambda^p, \alpha, c^m)$$

Reținem, prin urmare, că proprietățile propensive se etalează în circumstanțele de manifestare specifice de-o manieră statistică, ele putînd rămîne ascunse într-un număr – e drept, foarte mic – de cazuri.

În concluzie, se poate afirma că subclasa modalităților dinamice reușește să suplinească pe anumite tronsoane ale analizei logice două categorii de cuantificări propriu - zise.

## 4. MĂRCI ALE CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL OPERATORILOR STRICTO SENSU

În deslușirea însemnelor cantitative prezente la nivelul operatorilor logici nu putem face abstracție de clasa operatorilor *stricto sensu*, adică de clasa acelor operatori care permit derivarea unor termeni (compuși) din alți termeni.

### 4.1. CANTITATE ȘI CARDINALITATE

Una dintre cele mai interesante probleme din teoria mulțimilor privește compararea claselor sub aspectul mărimii, adică sub raportul cantității de elemente conținute. Conceptul „cheie” utilizat în acest context – cardinalitatea / puterea<sup>1</sup> unei mulțimi – se explică intuitiv în următoarea propoziție condițională: dacă „ $M$ ” stă pentru o clasă oarecare, atunci „cardinalitatea clasei  $M$ ” – în expresie formalizată, „card ( $M$ )” – desemnează numărul elementelor din clasa  $M$ <sup>2</sup>. Cu alte cuvinte, funcția de cardinalitate se definește pe clasa tuturor claselor și ia valori în mulțimea numerelor naturale.

Alături de această explicație intuitivă, logicienii de inspirație matematică aduc în atenție și o definiție riguroasă, care se înscrie pe făgașul teoretic marcat de Gottlob Frege și Bertrand Russell. Mai întâi, ar fi de definit operația de instituire a relației de „echivalență” (sau echipotență, echipolență, biunivocitate) dintre două mulțimi<sup>3</sup>. Astfel, se poate spune că două mulțimi –  $M$  și  $P$  – sînt echivalente (mai exact: echinumerice), dacă și numai dacă fiecărui element din  $M$  îi corespunde exact un element din  $P$  și reciproc: fiecărui element din  $P$  îi corespunde exact un element din  $M$ . Notînd cu „ $\cong$ ” operația de stabilire a relației de echipolență, definiția de mai sus revine la schema formală (D205):

$$(D205) (M \cong P) = (\forall x_j^2) ((\wedge x_j) ((x_j \in M) \rightarrow (\forall x_k) ((x_k \in P) \wedge \wedge x_i^2 (x_j, x_k))) \wedge (\wedge x_k) ((x_k \in P) \rightarrow (\forall x_j) ((x_j \in M) \wedge x_i^2 (x_j, x_k))) \wedge (\wedge x_j) (\wedge x_k) (\wedge x_n) (((X_i^2 (x_j, x_n) \wedge X_i^2 (x_k, x_n) \rightarrow (x_j = x_k)) \wedge \wedge (X_i^2 (x_j, x_k) \wedge X_i^2 (x_j, x_n) \rightarrow (x_k = x_n))))).$$

O dată explicitată operația de stabilire a relației de biunivocitate, se poate redefini riguros funcția de cardinalitate după cum urmează: cardinalitatea unei clase  $M$  este clasa tuturor claselor echivalente cu ea: în expresie formală, ceea ce se exprimă prin propoziția formală (D206).

$$(D206) \text{card} (M) = (\lambda m_i) (m_i \cong M)$$

<sup>1</sup> Sinonimia expresiilor „cardinalitate” și „putere” este asumată, spre exemplu, în: J. Slupecki și L. Borkowski, *Elements of Mathematical Logic and Set Theory*, PWN – Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1967, pp. 202-4; M. D. Potter, *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 1990, p. 99.

<sup>2</sup> Cf. H. Engesser (ed.), *Informatik. Ein Sachlexikon für Studium und Praxis*, 2. Aufl., Dudenverlag, Mannheim, 1993, p. 400; F. M. McNeil și Ellen Thro, *Fuzzy Logic. A Practical Approach*, A P Professional, Boston, San Diego, New York, 1994, p. 42; G. Seymour, *The Mathematical Theory of Context Free Languages*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1966, p. 2; [1a: 202-4].

<sup>3</sup> Considerațiile care urmează au fost preluate cu unele mici diferențe terminologice și notaționale din: Gh. Enescu, *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, pp. 100-1, 261.

În cele ce urmează, nu vom intra în meandrele teoriei matematice a numerelor cardinale, ci vom încerca să relevăm virtuțile operatorii ale funcției de cardinalitate, în speță: capacitatea de a reda cu eleganță și acuratețe aspectele cantitative prezente la diferite paliere ale logicii. Am putea spune, împreună cu M. D. Potter, că este mai puțin important să știm ce sînt cardinalii decît ceea ce ei fac [1b: 89].

Ar fi de notat, pentru început, posibilitatea de a redefini clasa vidă și clasa universală, altfel spus, clasa care nu are nici un element în afara nimicului și clasa tuturor indivizilor existenți, prin schemele (D125.5) și (D126.5).

$$(D125.5) \emptyset = (\lambda m_i) (\text{card } (m_i) = 0)$$

$$(D126.5) U = (\lambda m_i) (\text{card } (m_i) = \aleph_0)$$

În al doilea rînd, funcția de cardinalitate poate sluji la transpunerea în plan formal a definițiilor privitoare la unele caracteristici remarcabile ale claselor. Astfel, atribuirea caracterului singular *vs.* general la o clasă oarecare depinde de numărul elementelor pe care respectiva clasă le poate conține, așa cum rezultă din (D186.3) și (D187.3).

$$(D186.3) \text{Sing } (M) = \text{nc } ((\text{card } (M) \leq 1))$$

$$(D187.3) \text{Gen } (M) = \text{ps } ((\text{card } (M) \geq 0))$$

Tot la acest punct, ar putea fi redate formal definițiile altor două proprietăți ale mulțimilor: proprietatea de a fi finită (Fin), respectiv negația ei – proprietatea de a fi infinită (Infin), conform cu (D207) și (D208).

$$(D207) \text{Fin } (M) = (\text{card } (M) < \aleph_0)$$

$$(D208) \text{Infin } (M) = (\text{card } (M) \geq \aleph_0)$$

Ar urma, acum, să fie observat felul în care funcția de cardinalitate suplinește pe anumite aliniamente categoria predicatelor. Dat fiind, însă, faptul că parcurgerea exhaustivă a redefinirilor corespunzătoare predicatelor ar fi fastidioasă, ne socotim îndreptățiți să circumscriem acest demers la categoria predicatelor silogistice. În acest cadru se pot defini succesiv (fără nici un fel de dificultate) predicatele silogistice standard, prin (D182.3 – 185.3), predicatele silogistice stocastice, prin (D199.3.1 – 2) – (D202.3.1 – 2), precum și predicatele silogistice plulative, conform cu (D209) – (D212).

$$(D182.3) (M \text{ a } P) = (\text{card } (M \cap \neg P) = 0) = (\text{card } (M \cap P) = \text{card } (M))$$

$$(D183.3) (M \text{ e } P) = (\text{card } (M \cap P) = 0) = (\text{card } (M \cap \neg P) = \text{card } (M))$$

$$(D184.3) (M \text{ i } P) = (\text{card } (M \cap P) > 0) = (\text{card } (M \cap \neg P) < \text{card } (M))$$

$$(D185.3) (M \text{ o } P) = (\text{card } (M \cap \neg P) > 0) = (\text{card } (M \cap P) < \text{card } (M))$$

$$(D186.3) (M \text{ y } P) = (\text{card } (M \cap P) > 0) \wedge (\text{card } (M \cap \neg P) > 0)$$

$$(D187.3) (M \text{ y } P) = (\text{card } (M \cap \neg P) < \text{card } (M)) \wedge (\text{card } (M \cap P) < \text{card } (M))$$

$$(D188.3) (M \text{ u } P) = (\text{card } (M \cap \neg P) = 0) \vee (\text{card } (M \cap P) = 0)$$

$$(D189.3) (M \text{ u } P) = (\text{card } (M \cap P) = \text{card } (M)) \vee (\text{card } (M \cap \neg P) = \text{card } (M))$$



$$(D199.3.1) (M \text{ p } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M) = 1$$

$$(D199.3.2) (M \text{ p } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M) = 0$$

$$(D200.3.1) (M \text{ b } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M) = 1$$

$$(D200.3.2) (M \text{ b } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M) = 0$$

$$(D201.3.1) (M \text{ k } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M) \neq 1$$

$$(D201.3.2) (M \text{ k } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M) \neq 0$$

$$(D202.3.1) (M \text{ g } P) = \lim \text{card } (M \cap P) / \text{card } (M) \neq 1$$

$$(D202.3.2) (M \text{ g } P) = \lim \text{card } (M \cap \neg P) / \text{card } (M) \neq 0$$

$$(D209) (M \text{ u } P) = (\text{card } (M \cap P) > \text{card } (M \cap \neg P))$$

$$(D210) (M \text{ w } P) = (\text{card } (M \cap P) < \text{card } (M \cap \neg P))$$

$$(D211) (M \text{ w' } P) = (\text{card } (M \cap P) \geq \text{card } (M \cap \neg P))$$

$$(D212) (M \text{ u' } P) = (\text{card } (M \cap P) \leq \text{card } (M \cap \neg P))$$

Dacă am corobora definițiile de mai sus cu regulile de derivare  $(R \cup 1 - 4)$  și  $(R \cap 1)$ , precum și cu asumpțiile  $(A1 - 3)$ , am fi în măsură să construim un analogon al sistemului LOC, datorat lui Petre Botezatu<sup>4</sup>.

$$(R \cup 1) \text{card } (M) = 0; \text{card } (P) = 0 \Rightarrow \text{card } (M \cup P) = 0$$

(dacă două clase sînt de cardinalitate zero, atunci, în mod necesar, și reuniunea lor este de cardinalitate zero)

$$(R \cup 2) \text{card } (M \cup P) = 0 \Rightarrow \text{card } (M) = 0$$

(dacă reuniunea a două clase are zero elemente (diferite de nimic), atunci, în mod necesar, fiecare dintre cele două clase are zero elemente)

$$(R \cup 3) \text{card } (M \cup P) > 0; \text{card } (M) = 0 \Rightarrow \text{card } (P) > 0$$

(dacă reuniunea a două clase are numărul cardinal mai mare decît zero, iar una dintre respectivele clase are numărul cardinal zero, atunci, în mod necesar, cealaltă clasă are numărul cardinal mai mare decît zero)

$$(R \cup 4) \text{card } (M) > 0 \Rightarrow \text{card } (M \cup P) > 0$$

(dacă o clasă are cel puțin un element, atunci, în mod necesar, și reuniunea ei cu o altă clasă – oricare ar fi ea – are cel puțin un element)

$$(R \cap 1) \text{card } (M \cap P) > 0 \Rightarrow \text{card } (M) > 0$$

(dacă intersecția a două clase are cel puțin un element, atunci, în mod necesar, fiecare dintre aceste clase are cel puțin un element)

$$(A1) \text{card } (M \cap P) = \text{card } (P \cap M)$$

(cardinalul reuniunii a două clase este egal cu cardinalul reuniunii aceluiași clase aflate în ordine inversă)

$$(A2) \text{card } (M \cup P) = \text{card } (P \cup M)$$

<sup>4</sup> Petre Botezatu, *Schiță a unei logici naturale. Logică operatorie*, cap. 6: „Sistemul LOC”, Editura Științifică, București, 1969, pp. 162-9.

(ordinea în care sînt dispuse argumentele operației de intersectare nu determină (în nici un fel) cardinalitatea clasei rezultate)

$$(A3) \text{ card } (M) = \text{card } ((M \cap P) \cup (M \cap \neg P))$$

(cardinalul oricărei clase este identic cu cardinalul expandării acelei clase)

Fie, spre exemplificare, raționamentul reprezentat în următorul text: „Cei care sînt iubitori ai păcii sînt demni de laudă. Unii politicieni sînt iubitori ai păcii. Deci, unii politicieni sînt demni de laudă”. Dacă termenii clasiali naturali „cei care sînt iubitori ai păcii”, „cei care sînt demni de laudă” și „cei care sînt politicieni” sînt puși în corespondență cu termenii clasiali formali „M”, „S”, respectiv „S”, atunci raționamentul dat poate fi identificat cu două inferențe formale, una din sistemul predicatelor silogistice și cealaltă din sistemul predicatelor clasiale:  $\mathcal{P} \quad (1) M \text{ a } P; S \text{ i } M \Rightarrow S \text{ i } P; \mathcal{P} \quad (2) M \subseteq P; S \times M \Rightarrow S \times P$ .

Or, pentru a dovedi că raționamentul în atenție este valid, este suficient să demonstrăm prin „metoda supozițiilor”, *id est* cu ajutorul definițiilor și regulilor prezentate mai sus, că „S i P” decurge din „M a P” și „S i M”. În acest sens, ar fi de parcurs derivarea (134°).

|                                                                                 |                         |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| 1. M a P                                                                        | ipoteză                 |
| 2. S i M                                                                        | ipoteză                 |
| 3. $\text{card } (M \cap \neg P) = 0$                                           | 1: (D182.3)             |
| 4. $\text{card } (S \cap M) > 0$                                                | 2: (D184.3)             |
| 5. $\text{card } ((M \cap \neg P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap \neg S)) = 0$ | 3: (A3)                 |
| 6. $\text{card } ((M \cap P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap S)) > 0$           | 4: (A1), (A3)           |
| 7. $\text{card } (M \cap \neg P \cap S) = 0$                                    | 5: (R $\cup$ 2)         |
| 8. $\text{card } (M \cap P \cap S) > 0$                                         | 6+7: (A2), (R $\cup$ 3) |
| 9. $\text{card } (S \cap P) > 0$                                                | 8: (A1), (R $\cap$ 1)   |
| 10. S i M                                                                       | 9: (D184.3)             |

134°. Demonstrarea unui silogism Darii, prin „metoda supozițiilor”

Dacă la definițiile, regulile și axiomele prezentate mai sus – *id est* la structurile formale care permit demonstrarea într-un calcul al deducției naturale a tuturor inferențelor valide din silogistica tradițională – adăugăm regulile (R $\cup$ 5), (R $\cup$ 6), (R $\cup$ 7) și ((R $\cap$ 2.1), sîntem în măsură să demonstrăm în sistemul rezultat toate silogismele plurative valide care conțin, pe lîngă propozițiile clasice, doar propoziții universale plurative (fie afirmative, fie negative). Am avea, astfel, de-a face cu o alternativă elegantă și, în plus, mult mai intuitivă la metoda diagramatică propusă de Nicholas Rescher.

$$(R \cup 5) \text{ card } (M \cup P) > \text{card } (S); \text{ card } (M) = 0 \Rightarrow \text{card } (P) > \text{card } (S)$$

(dacă reuniunea a două clase are numărul cardinal mai mare decît cel al unei a treia clase și dacă una dintre clasele care intră în alcătuirea reuniunii este de cardinalitate zero, atunci, în mod necesar, cardinalitatea celeilalte clase din componența reuniunii este mai mare decît cardinalitatea celei de-a treia clase)

$$(R \cup 6) \text{ card } (M) > \text{card } (P \cup S) \Rightarrow \text{card } (M) > \text{card } (P)$$

(dacă o clasă este de cardinalitate mai mare decât reuniunea a altor două clase, atunci, în mod necesar, cardinalitatea acesteia este mai mare decât cardinalitatea fiecărei clase din alcătuirea reuniunii)

$$(R \cup 7) \text{ card}(M) > \text{card}(P); \text{card}(S) = 0 \Rightarrow \text{card}(M) > \text{card}(P \cup S)$$

(dacă o clasă are numărul cardinal mai mare decât cel al unei alte clase, atunci, în mod necesar, relația de inegalitate se păstrează după reunirea celei de-a doua clase cu o mulțime de cardinalitate zero)

$$(R \cap 2.1) \text{ card}(M \cap P) > \text{card}(S) \Rightarrow \text{card}(M) > \text{card}(S)$$

(dacă intersecția a două clase are mai multe elemente decât o altă clasă, atunci, în mod necesar, fiecare dintre cele două clase din alcătuirea intersecției are mai multe elemente decât respectiva clasă)

Să testăm în cele ce urmează eficacitatea bazei axiomatice propuse luînd drept exemplu raționamentul pe care îl exprimă următorul text: „*Românii sînt europeni. Mai puțin de jumătate dintre musulmani sînt europeni. Așadar, mai puțin de jumătate dintre musulmani sînt români*”. Dacă termenii naturali „*cei care sînt români*”, „*cei care sînt europeni*” și „*cei care sînt musulmani*” sînt traduși în  $L$  prin expresiile „ $P$ ”, „ $M$ ”, respectiv „ $S$ ”, atunci raționamentul dat poate fi redus la inferența formală: „ $P \text{ a } M$ ”; „ $S \text{ w } M$ ”  $\Rightarrow$  „ $S \text{ w } P$ ”.

Mai departe, valabilitatea (universală) a deducției date este confirmată de faptul că putem construi în sistemul deducției naturale o derivare – (135°) – care porcede din premisele raționamentului și care se încheie cu concluzia acestuia.

|                                                                                                                                               |                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| 1. $P \text{ a } M$                                                                                                                           | ipoteză                |
| 2. $S \text{ w } M$                                                                                                                           | ipoteză                |
| 3. $\text{card}(P \cap \neg M) = 0$                                                                                                           | 1: (182.3)             |
| 4. $\text{card}(S \cap \neg M) > \text{card}(S \cap M)$                                                                                       | 2: (D210)              |
| 5. $\text{card}((P \cap \neg M \cap S) \cup (P \cap \neg M \cap \neg S)) = 0$                                                                 | 3: (A3)                |
| 6. $\text{card}((P \cap \neg M \cap S) \cup (\neg P \cap \neg M \cap S)) >$<br>$> \text{card}((P \cap M \cap S) \cup (\neg P \cap M \cap S))$ | 4: (A3), (A1)          |
| 7. $\text{card}(P \cap \neg M \cap S) = 0$                                                                                                    | 5: (R $\cup$ 2)        |
| 8. $\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}((P \cap M \cap S) \cup (\neg P \cap M \cap S))$                                      | 6 + 7: (R $\cup$ 3)    |
| 9. $\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}(P \cap M \cap S)$                                                                    | 8: (R $\cup$ 6)        |
| 10. $\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}((P \cap M \cap S) \cup (P \cap \neg M \cap S))$                                     | 9: (R $\cup$ 7)        |
| 11. $\text{card}(\neg P \cap \neg M \cap S) > \text{card}(P \cap S)$                                                                          | 10: (A3), (A1)         |
| 12. $\text{card}(\neg P \cap S) > \text{card}(P \cap S)$                                                                                      | 11: (R $\cap$ 1), (A1) |
| 13. $\text{card}(S \cap \neg P) > \text{card}(S \cap P)$                                                                                      | 12: (A1)               |
| 14. $S \text{ w } P$                                                                                                                          | 13: (D210)             |

135°. O demonstrație a inferenței

$P \text{ a } M; S \text{ w } M \Rightarrow S \text{ w } P$ , prin „metoda supozițiilor”

Este de remarcat că recuperarea întregii silogistici plurative (inclusiv a inferențelor valide cu propoziții de particularitate plurative) necesită doar o banală dublare a regulilor (R $\cup$ 5) – (R $\cap$ 2), prin înlocuirea predicatorului „ $>$ ” cu varianta „ $\geq$ ” a acestuia „ $\geq$ ”, respectiv prin asumarea regulilor (R' $\cup$ 5 – 7) și (R' $\cap$ 2).

$$(R' \cup 5) \text{ card}(M \cup P) \geq \text{card}(S); \text{card}(M) = 0 \Rightarrow \text{card}(P) \geq \text{card}(S)$$

$$(R' \cup 6) \text{ card}(M) \geq \text{card}(P \cup S) \Rightarrow \text{card}(M) \geq \text{card}(P)$$

$$(R' \cup 7) \text{ card}(M) \geq \text{card}(P); \text{card}(S) = 0 \Rightarrow \text{card}(M) \geq \text{card}(P \cup S)$$

$$(R' \cap 2) \text{ card } (M \cap P) \geq \text{card } (S) \Rightarrow \text{card } (M) \geq \text{card } (S)$$

Fie, spre ilustrare, inferența formală:  $M \text{ a } P; S \text{ w' } M \Rightarrow S \text{ w' } P$ . Inabordabilă cu ajutorul metodei diagramatice propuse de Nicholas Rescher, respectiva deducție se demonstrează cu ușurință, construind o derivare simplă și elegantă în stilul deducției naturale.

|                                                                                                                                                         |                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 1. $M \text{ a } P$                                                                                                                                     | <i>ipoteză</i>             |
| 2. $S \text{ w' } M$                                                                                                                                    | <i>ipoteză</i>             |
| 3. $\text{card } (M \cap \neg P) = 0$                                                                                                                   | 1: (D182.3)                |
| 4. $\text{card } (S \cap M) \geq \text{card } (S \cap \neg M)$                                                                                          | 2: (D211)                  |
| 5. $\text{card } ((M \cap \neg P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap \neg S)) = 0$                                                                         | 3: (A3)                    |
| 6. $\text{card } ((M \cap P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap S)) \geq$<br>$\geq \text{card } ((\neg M \cap P \cap S) \cup (\neg M \cap \neg P \cap S))$ | 4: (A3), (A1)              |
| 7. $\text{card } (M \cap \neg P \cap S) = 0$                                                                                                            | 5: (R $\cup$ 2)            |
| 8. $\text{card } (M \cap P \cap S) \geq \text{card } ((\neg M \cap P \cap S) \cup (\neg M \cap \neg P \cap S))$                                         | 6 + 7: (R' $\cup$ 5), (A2) |
| 9. $\text{card } (M \cap P \cap S) \geq \text{card } (\neg M \cap \neg P \cap S)$                                                                       | 8: (R' $\cup$ 6), (A2)     |
| 10. $\text{card } (M \cap P \cap S) \geq \text{card } ((\neg M \cap \neg P \cap S) \cup (M \cap \neg P \cap S))$                                        | 7 + 9: (R' $\cup$ 7)       |
| 11. $\text{card } (M \cap P \cap S) \geq \text{card } (S \cap \neg P)$                                                                                  | 10: (A3), (A1)             |
| 12. $\text{card } (S \cap P) \geq \text{card } (S \cap \neg P)$                                                                                         | 11: (R' $\cap$ 2), (A1)    |
| 13. $S \text{ w' } P$                                                                                                                                   | 12: (D211)                 |

136°. O demonstrație a inferenței  $M \text{ a } P; S \text{ w' } M \Rightarrow S \text{ w' } P$ ,  
prin „metoda supozițiilor”

Ultima împrejurare pe care o supunem atenției pentru a dovedi impactul major al funcției de cardinalitate la nivelul formalismelor logice este legată de analiza propozițiilor cuantificate numeric. Astfel, afirmațiile obținute prin efectuarea unor cuantificări minimizante, maximizante și de precizie – atât în valori absolute cât și în valori procentuale (valorile fracționale pot fi reduse cu ușurință la acestea) – admit o reconstrucție facilă prin jocul cardinalității, potrivit schemelor definiționale (D213) – (D218).

$$(D213) \text{ Cel puțin } n \text{ dintre } M \text{ sînt } P = (n x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) = \text{card } (M \cap P) \geq n$$

$$(D214) \text{ Cel mult } n \text{ dintre } M \text{ sînt } P = (n! x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) = \text{card } (M \cap P) \leq n$$

$$(D215) \text{ Exact } n \text{ dintre } M \text{ sînt } P = (!n x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) = \text{card } (M \cap P) = n$$

$$(D216) \text{ Cel puțin } n \% \text{ dintre } M \text{ sînt } P = (!100 x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (n x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) = \text{card } (M \cap P) \geq n / 100$$

$$(D217) \text{ Cel mult } n \% \text{ dintre } M \text{ sînt } P = (!100 x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (n! x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) = \text{card } (M \cap P) \geq n / 100$$

$$(D218) \text{ Exact } n \% \text{ dintre } M \text{ sînt } P = (!100 x_i) ((x_i \in M) \rightarrow (!n x_i) ((x_i \in M) \wedge (x_i \in P)) = \text{card } (M \cap P) = n / 100$$

Urmărind aspectele explicit cantitative ale funcției de cardinalitate, am lăsat de-o parte corespondențele acesteia cu alte clase de operații logice. De altfel, ele pot fi lesne identificate, parcurgînd lista tuturor definițiilor statornicite de-a lungul lucrării.

## 4.2. REFLEXE ALE „CUANTIFICĂRII GENERALIZATE” ÎN CATEGORIA OPERATORILOR STRICTO SENSU<sup>5</sup>

Se admite, îndeobște, că cercetarea „cuantitorilor generalizați” a început în anii '50, atunci când logicianul polonez A. Mostowski a atras atenția asupra unor cuantori matematici nedefinibili prin intermediul cuantitorilor clasici de universalitate, respectiv de particularitate<sup>6</sup>. De atunci, lista lucrărilor axate pe această categorie de cuantori s-a îmbogățit necontenit, autorii acestor studii urmînd, de regulă, două direcții:  $\Phi$  (1) identificarea unor noi cuantori generalizați;  $\Phi$  (2) reconstruirea sintaxei logice în acord cu sintaxa limbajelor naturale. Aspectul insolit al problemei nu rezidă atît în proliferarea cuantitorilor generalizați (de altfel, cei mai mulți dintre aceștia se regăsesc în categoria cuantitorilor non-standard), cît în interpretările care le sînt asociate.

Punctul de plecare în construirea noii paradigme constă în tratarea oricărui enunț ca rezultat al concatenării unei expresii nominale cu o expresie verbală – prin intermediul copulei – și, mai apoi, ca semn al propoziției obținute prin instituirea relației de apartenență între clasa de indivizi reprezentată de expresia verbală și clasa claselor de indivizi desemnată de expresia nominală<sup>7</sup>. Șocantă la prima vedere, această perspectivă nu creează nici un fel de dificultăți semantice.

Asumînd convenția după care punerea unei expresii între paranteze drepte trimite la valoarea semantică pe care respectiva expresie o are în teoria cuantificării generalizate, sîntem în măsură să definim pentru început aplicațiile denumite de operatori *stricto sensu* – în terminologia originară, *determinanții* (*determiners*) – naturali: „toți”, „nici un”, „unii” și „nu toți”.

$$(D219) [\text{„toți } M \text{ ”}] = (\lambda m_i) (m_i \supseteq M)$$

$$(D220) [\text{„nici un } M \text{ ”}] = (\lambda m_i) (m_i \uparrow M)$$

$$(D221) [\text{„unii } M \text{ ”}] = (\lambda m_i) (m_i \times M)$$

$$(D222) [\text{„nu toți } M \text{ ”}] = (\lambda m_i) (m_i \not\supseteq M)$$

În continuare, structura logică a propozițiilor clasice de universalitate și de particularitate poate fi modificată, după cum se poate urmări în (D223 – 226).

$$(D223) \text{Toți } M \text{ sînt } \mathcal{P} = M \text{ a } \mathcal{P} = (\mathcal{P} \in (\lambda m_i) (m_i \supseteq M))$$

$$(D224) \text{Nici un } M \text{ (nu)}^8 \text{ este } \mathcal{P} = M \text{ c } \mathcal{P} = (\mathcal{P} \in (\lambda m_i) (m_i \uparrow M))$$

$$(D225) \text{Unii } M \text{ sînt } \mathcal{P} = M \text{ i } \mathcal{P} = (\mathcal{P} \in (\lambda m_i) (m_i \times M))$$

$$(D226) \text{Nu toți } M \text{ sînt } \mathcal{P} = M \text{ o } \mathcal{P} = (\mathcal{P} \in (\lambda m_i) (m_i \not\supseteq M))$$

Posibilitatea ogîndirii complete a silogisticii tradiționale în teoria cuantificării generalizate este asigurată de interpretarea expresiilor nominale din enunțurile

<sup>5</sup> În redactarea acestui subcapitol am folosit drept sursă principală; J. Barwise și R. Cooper, *Generalized Quantifiers and Natural Language*, în: „Linguistics and Philosophy”, vol. 4, 1981, pp. 152-219.

<sup>6</sup> Cei mai mulți logicieni fac referire în acest sens la articolul lui A. Mostowski: *On a Generalization of Quantifiers and Natural Language*, din „Fund. Math.”, vol. 44, pp. 12-36.

<sup>7</sup> Triada *enunț – expresie nominală – expresie verbală* preia înțelesurile locuțiunilor „sentence”, „noun - phrase”, respectiv „verb - phrase”.

<sup>8</sup> Particula „nu” are în acest context doar o valoare emfatică. Din punct de vedere logic, ea este superflua.

singulare tot ca reprezentări lingvistice ale unor clase de clase de indivizi, conform cu (D227) și, în acest fel, propozițiile singulare pot fi calchiate pe o nouă structură sintactică, în acord cu definițiile (D228 – 229).

$$(D227) [„\alpha”] = (\lambda m_i) (\alpha \in m_i)$$

$$(D228) \alpha \text{ este } M = \alpha \varepsilon M = (M \in (\lambda m_i) (\alpha \in m_i))$$

$$(D229) \alpha \text{ nu este } M / \alpha \text{ este non } M = \alpha \varepsilon' M = (\neg M \in (\lambda m_i) (\alpha \in m_i))$$

Virtuțile modelării logice în atenție se evidențiază o dată în plus prin antrenarea operatorilor *stricto sensu* / determinanților „mai mult de jumătate (dintre)“, „mai puțin de jumătate (dintre)“, „cel puțin jumătate (dintre)“ și „nu mai mult de jumătate (dintre)“, care se definesc în (D230 – 233) și care permit recuperarea pe noi coordonate a propozițiilor plurative, în acord cu (D234 – 237).

$$(D230) [„mai mult de jumătate (dintre) M”] = \\ = (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap m_i) > \text{card } (M \cap \neg m_i))$$

$$(D231) [„mai puțin de jumătate (dintre) M”] = \\ = (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap \neg m_i) > \text{card } (M \cap m_i))$$

$$(D232) [„cel puțin jumătate (dintre) M”] = \\ = (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap m_i) \geq \text{card } (M \cap \neg m_i))$$

$$(D233) [„nu mai mult de jumătate (dintre) M”] = \\ = (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap \neg m_i) \geq \text{card } (M \cap m_i))$$

$$(D234) \text{ Mai mult de jumătate (dintre) } M \text{ sînt } P = M \cup P = \\ = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap m_i) > \text{card } (M \cap \neg m_i)))$$

$$(D235) \text{ Mai puțin de jumătate (dintre) } M \text{ sînt } P = M \cap P = \\ = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap \neg m_i) > \text{card } (M \cap m_i)))$$

$$(D236) \text{ Cel puțin jumătate (dintre) } M \text{ sînt } P = M \cap P = \\ = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap m_i) \geq \text{card } (M \cap \neg m_i)))$$

$$(D237) \text{ Nu mai mult de jumătate (dintre) } M \text{ sînt } P = M \cup P = \\ = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (M \cap \neg m_i) \geq \text{card } (M \cap m_i)))$$

La încheierea acestei scurte „călătorii“ în domeniul cuantificării generalizate, ne propunem să poposim în domeniul propozițiilor cuantificate numeric. Din considerente practice, vom lua în considerare doar determinanții cantitativi „absoluți“, valorile procentuale sau cele fracționale pot fi însușite de-o manieră similară.

În acest context, dacă asimilăm functorii „cel puțin *n* (dintre)“, „cel mult *n* (dintre)“ și „exact *n* (dintre)“, potrivit definițiilor (D238 – 240), atunci propozițiile cuantificate numeric corespunzătoare pot fi reconstruite după cum se degajă din schemele (D241 – 243).

$$(D238) [„cel puțin *n* (dintre) M”] = (\lambda m_i) (\text{card } (m_i \cap M) \geq n)$$

$$(D239) [„cel mult *n* (dintre) M”] = (\lambda m_i) (\text{card } (m_i \cap M) \leq n)$$

$$(D240) [„exact *n* (dintre) M”] = (\lambda m_i) (\text{card } (m_i \cap M) = n)$$

$$(D241) \text{ Cel puțin } n \text{ (dintre) } M \text{ sînt } P = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (m_i \cap M) \geq n))$$

$$(D242) \text{ Cel mult } n \text{ (dintre) } M \text{ sînt } P = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (m_i \cap M) \leq n))$$

(D243) *Exact*  $n$  (dintre)  $M$  sînt  $P = (P \in (\lambda m_i) (\text{card } (m_i \cap M) = n)))$

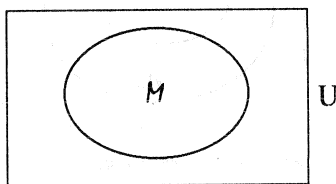
Dincolo de ambiguitățile terminologice create – de pildă, expresia „cuan-tificator“ (*quantifier*) nu desemnează o operație (cum se întîmplă în logica predi-catelor de ordinul întîi), ci o clasă (de clase de indivizi) – și de gradul redus de operaționalizare al principalelor concepte și formule (astfel, nu s-a pus la punct, din cîte știm noi, o procedură de decizie care să utilizeze noul instrumentar for-mal), rămîne de remarcat, totuși, efortul de a stabili noi puncte de convergență între sintaxa limbilor naturale și sintaxa limbajelor formalizate. Acoperirea „fali-ei“ care s-a creat de-a lungul timpului între gramatică și logică va constitui și pe mai departe o problemă de prim ordin.

#### 4.3. MODELAREA CANTITATIVĂ A IMPRECIZIEI LA NIVELUL OPERATORILOR STRICTO SENSU

În cadrul acestui demers – de inventariere a mărcilor cantității cu ajutorul operatorilor care permit derivarea unor termeni din alți termeni – se creează o împrejurare potrivită pentru a reveni cu cîteva considerații mai detaliate referi-toare la calculele *fuzzy*. Dacă în subcapitolul 2.2 am vizat recuperarea canti-tativistă a impreciziei în orizont molecular, mai exact: în contextul evaluării propozițiilor, în cele ce urmează vom trece în revistă cîteva manifestări canti-tative ale impreciziei în orizont atomic.

Înainte de toate, se cuvine marcată diferența dintre mulțimile precise („cla-sice“) și mulțimile imprecise<sup>9</sup>.

Astfel, o mulțime poate fi socotită precisă, în măsura în care, pentru orice individ din universul de discurs, se poate decide că aparține *vs.* că nu aparține acesteia. Luînd în considerare o submulțime clasică –  $M$  – din universul de dis-



137°. O reflectare geometrică a unei scheme de mulțimi precise

curs împreună cu complementara ei –  $\neg M$  –, submulțimi reprezentate în diagra-ma (137°), se poate afirma fără ezitare că  $M$  și  $\neg M$  sînt disjuncte și (împreună) partiționează universul de discurs ( $M + \neg M = U$ )

Nota caracteristică prin care se diferențiază mulțimile imprecise este dată de acceptarea unor grade intermediare de apartenență, ce se situează în intervalul în-chis de numere reale  $[0, 1]$ , *id est* între apartenența „zero“ / nulă și apartenența completă. Dacă „ $\mu_P(x_i)$ “ exprimă gradul de apartenență a individului  $x_i$  la mul-țimea imprecisă  $P$ , atunci „ $(\lambda(x_i, \mu_P(x_i)) (\mu_P(x_i) > 0))$ “ se constituie într-o reprezentare analitică a mulțimii  $P$ . Așadar, mulțimile vagi sînt colecții de pe-

<sup>9</sup> Sintagma „mulțime imprecisă“ este o traducere a expresiilor „fuzzy set“, „crisp set“ ori „unscharfe Menge“.

rechi ordonate alcătuite din câte un individ și câte un grad de apartenență, cu precizarea că acesta din urmă este strict mai mare decât zero.

Cercetătorii fenomenului *fuzzy* atrag atenția asupra unei precizări foarte importante ce privește posibilele confuzii între conceptele de mulțime imprecisă, respectiv de mulțime aleatoare. Astfel, în timp ce fenomenul aleator rezultă din nesiguranța / incertitudinea relativă la apartenența sau nonapartenența unui individ la o clasă, fenomenul *fuzzy* este legat, așa cum s-a menționat deja, de existența unor grade intermediare de apartenență ce se situează între valoarea minimă – zero – și valoarea maximă, unu<sup>10</sup>.

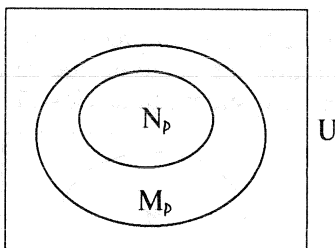
De regulă, mulțimile imprecise sînt analizate, apoi, ca reuniuni disjuncte a câte două submulțimi: „nucleul” și „marginea”<sup>11</sup>. Astfel, nucleul mulțimii imprecise  $\mathcal{P}$  –  $N_{\mathcal{P}}$  – reunește perechile ordonate în alcătuirea cărora intră indivizii din  $U$  care aparțin complet lui  $\mathcal{P}$ , iar în marginea aceleiași mulțimi –  $M_{\mathcal{P}}$  – se regăsesc (ca elemente ale unor perechi ordonate) acei indivizi din  $U$  care aparțin mulțimii  $\mathcal{P}$  într-un grad mai mare decât zero, dar mai mic decât unu, adică se impune acceptarea definițiilor (D244 – 246).

$$(D244) N_{\mathcal{P}} = (\lambda (x_i, \mu_{\mathcal{P}}(x_i))) (\mu_{\mathcal{P}}(x_i) = 1)$$

$$(D245) M_{\mathcal{P}} = (\lambda (x_i, \mu_{\mathcal{P}}(x_i))) (0 < \mu_{\mathcal{P}}(x_i) < 1)$$

$$(D246) \mathcal{P} = N_{\mathcal{P}} + M_{\mathcal{P}}$$

Făcînd din nou apel la sistemul diagramelor Venn, se poate construi o reprezentare geometrică explicativă în care se regăsește mulțimea imprecisă  $\mathcal{P}$ .



138°. O reflectare geometrică a unei scheme de mulțimi imprecise

Este de remarcat faptul că și complementarele mulțimilor vagi sînt alcătuite din câte un nucleu și o margine. Dacă se acceptă propoziția de identitate (D247), ca definiție contextuală a funcției de complementariere în logica *fuzzy*, se poate afirma cu îndreptățire că indivizii care aparțin în gradul zero lui  $\mathcal{P}$  formează chiar nucleul clasei  $\neg \mathcal{P}$ , în timp ce indivizii din marginea lui  $\mathcal{P}$  intră și în alcătuirea marginii lui  $\neg \mathcal{P}$ , cu precizarea că în acest din urmă caz trebuie respectat algoritmul de determinare a gradelor de apartenență la clasele complementare.

$$(D247) \neg \mathcal{P} = (\lambda (x_i, \mu_{\neg \mathcal{P}}(x_i))) (0 < \mu_{\neg \mathcal{P}}(x_i) = 1 - \mu_{\mathcal{P}}(x_i))$$

<sup>10</sup> Cf. C. V. Negoită și D. A. Ralescu, *Mulțimi vagi și aplicațiile lor*, Editura Tehnică, București, 1974, p. 9; Gr. C. Moisil, *Lecții despre logica raționamentului nuanțat*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1975, pp. 23 sqq.

<sup>11</sup> Gh. Enescu, *Fundamentele logice ale gândirii*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1980, p. 104.



Spre exemplu, dacă se definește pe  $U$  mulțimea de bază  $M$ ,  $M = \{a, b, c\}$ , iar în  $M$  se distinge mulțimea imprecisă  $P$ ,  $P = \{(a; 0,7), c\}$ , atunci complementarea mulțimii imprecise  $P$ , adică  $\neg P$ , se identifică cu colecția  $\{(a; 0,3), b\}$ . Într-o formă explicită, dar în același timp redundantă, mulțimile  $P$  și  $\neg P$  pot fi redată de termenii clasiali „ $\{(a; 0,7), (b; 0), (c; 1)\}$ ” și „ $\{(a; 0,3), (b; 1), (c; 0)\}$ ”.

Ar mai fi de notat, la acest punct, faptul că asocierea unor indivizi la o mulțime imprecisă și concomitent la complementarea acesteia nu se constituie într-o încălcare a principiului necontrazicerii, cîta vreme ei formează perechi ordonate cu grade de apartenență opuse.

Alături de funcția de complementariere, pot fi definite în contextul logicii fuzzy și celelalte operații clasiale<sup>12</sup>, în primul rînd: intersectarea și reunierea. Astfel, dacă  $M$  și  $P$  sînt două submulțimi imprecise ale universului de discurs, atunci intersecția, respectiv reuniunea lor se determină potrivit propozițiilor de identitate (D248 – 249).

$$(D248) (M \cap P) = (\lambda (x_i, \mu_{M \cap P} (x_i))) (0 < \mu_{M \cap P} (x_i) = \min (\mu_M (x_i) ; \mu_P (x_i)))$$

$$(D249) (M \cup P) = (\lambda (x_i, \mu_{M \cup P} (x_i))) (0 < \mu_{M \cup P} (x_i) = \max (\mu_M (x_i) ; \mu_P (x_i)))$$

Spre exemplu, dacă ne raportăm la mulțimea de bază  $M$ ,  $M = \{a, b, c\}$ , și la două submulțimi imprecise ale acesteia,  $P$  și  $S$ ,  $P = \{(a; 0,4), c\}$ ,  $S = \{(a; 0,7), b\}$ , atunci  $P \cap S$  și  $P \cup S$  revin la colecțiile vagi  $\{(a; 0,4)\}$ , respectiv  $\{(a; 0,7), b, c\}$ .

Oarecum „la concurență” cu intersecția și reuniunea, *id est* ca semnificații alternative ale operatorilor *stricto sensu* naturali „și”, respectiv „sau” se definesc „produsul” vs. „suma” a două mulțimi fuzzy<sup>13</sup>.

$$(D250) (M \text{ și } P) = (\lambda (x_i, \mu_{M \text{ și } P} (x_i))) (0 < \mu_{M \text{ și } P} (x_i) = \mu_M (x_i) \cdot \mu_P (x_i))$$

$$(D251) (M \text{ sau } P) = (\lambda (x_i, \mu_{M \text{ sau } P} (x_i))) (0 < \mu_{M \text{ sau } P} (x_i) = \mu_M (x_i) + \mu_P (x_i) - \mu_M (x_i) \cdot \mu_P (x_i))$$

Reținînd exemplul precedent, prin care au fost ilustrate operațiile de intersecție și de reuniune, se poate constata că mulțimile desemnate de termenii formali „ $P$  și  $S$ ”, respectiv „ $P$  sau  $S$ ” se identifică cu colecțiile imprecise  $\{(a; 0,28)\}$ , respectiv  $\{(a; 0,82), b, c\}$ .

Pe temeiul adecvării „bazei booleene”  $\{\neg, \cap, \cup\}$ <sup>14</sup> pot fi definite toate celelalte funcții clasiale diadice, lăsînd de-o parte, firește, operațiile limită „ $^0$ ” și „ $^1$ ” (prin care se obțin clasa universală, respectiv clasa vidă).

<sup>12</sup> Din bogata literatură consacrată definirii funcțiilor clasiale în contextul logicii impreciziei amintim doar citeva: H.-H. Bothe, *Fuzzy Logik. Einführung in Theorie und Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin / Heidelberg, 1993, pp. 36-53; U. Schulte, *Einführung in Fuzzy-Logik. Fortschritt durch Unscärfe*, Franzis Verlag, München, 1993, pp. 25-8; A. Grauel, *Fuzzy-Logik. Einführung in die Grundlagen mit Anwendungen*, BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1995, pp. 25-35.

<sup>13</sup> Cf. D. H. Traeger, *Einführung in die Fuzzy-Logik*, 2. Aufl., B. G. Teubner, Stuttgart, 1994, pp. 22-3.

<sup>14</sup> Generalizînd o definiție propusă de G. Hunter, se poate spune că o clasă de operații este adecvată, dacă și numai dacă este capabilă să suplinească toate celelalte operații de același tip. Spre exemplu, mulțimile  $\{\neg, \rightarrow\}$ ,  $\{\neg, \wedge\}$ ,  $\{\neg, \vee\}$ ,  $\{\neg, \wedge, \vee\}$  și (bineînțeles)  $\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$  sînt adecvate, dat fiind că pe oricare dintre ele pot fi definite toate celelalte conective veri - funcționale. Mulțimile  $\{\neg, \cap\}$ ,  $\{\neg, \cup\}$  și  $\{\neg, \cap, \cup\}$  permit, la rîndul lor, definirea tuturor funcțiilor clasiale diadice. Cf. G. Hunter, *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1973, pp. 63-4.

Una dintre problemele specifice calculului fuzzy este legată de asocierea mulțimilor imprecise cu funcțiile reprezentate de așa-numiții „modificatori lingvistici“, de felul: „foarte“, „destul de“, „mai mult sau mai puțin“, „nu foarte“, ...<sup>15</sup>. În acest sens, pare oportun să introducem în limbajul formalizat  $L$  operatorii *stricto sensu* monadici „Con“ și „Dil“, ca semne ale unor operații clasice ce se definesc în propozițiile de identitate (D252 – 253).

$$(D252) \text{ Con } (M) = (\lambda (x_i, \mu_{\text{Con}}(M)(x_i))) (0 < \mu_{\text{Con}}(M)(x_i) = \mu_M(x_i)^2)$$

$$(D253) \text{ Dil } (M) = (\lambda (x_i, \mu_{\text{Dil}}(M)(x_i))) (0 < \mu_{\text{Dil}}(M)(x_i) = \mu_M(x_i)^{1/2})$$

Operatorului de concentrare „Con“ și operatorului de extindere sau amplificare „Dil“ le corespund în limba română sincategoremele „foarte“, respectiv „destul de“ (cu sinonimele corespunzătoare).

Dacă se identifică, spre ilustrare, în mulțimea de bază  $M$ ,  $M = \{a, b, c\}$ , submulțimea imprecisă  $P$ ,  $P = \{(a; 0,5), (b; 0,2), c\}$ , atunci  $\text{Con}(P)$  și  $\text{Dil}(P)$  se regăsesc sub forma colecțiilor vagi  $\{(a; 0,25), (b; 0,04), c\}$ , respectiv  $\{(a; 0,7), (b; 0,44), c\}$ . Mai apoi, se pot identifica cu ușurință complementarele claselor  $\text{Con}(P)$  și  $\text{Dil}(P)$ , calculând gradul de apartenență aferent funcției de complementare, astfel încât, în cele din urmă,  $\neg \text{Con}(P)$  și  $\neg \text{Dil}(P)$  revin la colecțiile  $\{(a; 0,75), (b; 0,96)\}$ , respectiv  $\{(a; 0,3), (b; 0,56)\}$ .

Acest din urmă exemplu ne prilejuiește avansarea unei precizări importante cu privire la natura valorilor logice din calculele fuzzy. După cum se poate constata, caracterul discret al gradelor de apartenență manipulate a fost asigurat în unele cazuri doar prin „idealizare“ sau, mai bine zis, prin aproximare. La o analiză mai riguroasă, cele mai multe grade de apartenență cu care se asociază indivizii din alcătuirea mulțimilor imprecise se dovedesc a fi de natură continuă, *id est*, ele se constituie în intervale deschise de numere reale. Astfel, în situația în care clasa  $P$  se constituie sub forma colecției  $\{(a; 0,5), (b; 0,2), c\}$ ,  $\text{Con}(P)$  revine la  $\{(a; (0,70, \dots, 0,71)), (b; (0,44, \dots, 0,45)), c\}$ . De altfel, și caracterul discret al gradelor de apartenență din alcătuirea mulțimilor „sursă“ este asigurat doar printr-o aproximare asumată ca atare în vederea simplificării jocului operațional.

De o aplicabilitate remarcabilă se bucură și operatorii fuzzy de compensare, cu ajutorul cărora se modelează cantitativ problema alegerii în cazul mulțimilor imprecise [13: 35-42].

Fie, ca punct de plecare în prezentarea acestei chestiuni, o stare de lucruri banală. Într-o parcare se află trei mașini:  $a$ ,  $b$  și  $c$ . Mașina  $a$  este violetă și are o viteză maximă de 170 km/h, mașina  $b$  este roșie și are viteza maximă de 230 km/h, iar mașina  $c$  este albă și are viteza maximă de 130 km/h.

Fie acum  $M$  și  $P$ , două clase imprecise în care se regăsesc mașinile închise la culoare, respectiv mașinile rapide. Printr-o convenție mai mult sau mai puțin arbitrară, se stabilesc următoarele grade de apartenență ale obiectelor  $a$ ,  $b$  și  $c$  la mulțimile  $M$  și  $P$ :  $\mu_M(a) = 0,6$ ;  $\mu_P(a) = 0,5$ ;  $\mu_M(b) = 0,3$ ;  $\mu_P(b) = 0,9$ ;  $\mu_M(c) = 0$ ;  $\mu_P(c) = 0,2$ .

<sup>15</sup> C. Sălăvăstru, *Antinomiile receptivității*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1997, pp. 215-22; R. Aliev, K. W. Bonfig și F. Aliew, *Messen, Steuern und Regeln mit Fuzzy Logik. Grundlagen und Methoden zum Aufbau von Fuzzy - Anwendungssystemen*, Franzis Verlag, München, 1994, pp. 16 sqq; Th. Tili, *Fuzzy - Logik. Grundlagen, Anwendungen, Hard - und Software*, 3. Aufl., Franzis Verlag, München, 1993, pp. 71 sqq; [13: 42-6].

În condițiile date, se pune problema alegerii acelei mașini care să fie cât mai închisă la culoare, dar, în același timp, cât mai rapidă. Or, nici unul dintre obiectele  $a$ ,  $b$  sau  $c$  nu întrunește în cel mai înalt grad atât proprietatea de a fi închis la culoare cât și proprietatea de a fi rapid. Așadar, potrivit instrumentarului specific logicii clasice, alegerea trebuie să fie suspendată.

Soluția problemei este de găsit doar în contextul logicii *fuzzy*, mai precis ea este legată de acordarea unor valori din intervalul închis  $[0, 1]$  funcției desemnate de operatorul de compensare variabil „ $\lambda$ ”, funcție ce se definește conform cu schema formală (D254).

$$(D254) \mu_{M \lambda P}(x_i) = \lambda \cdot (\mu_M(x_i) \cdot \mu_P(x_i)) + (1 - \lambda) \cdot [\mu_M(x_i) + \mu_P(x_i) - \mu_M(x_i) \cdot \mu_P(x_i)]$$

Dacă se acordă funcției  $\lambda$  valoarea zero, *id est*, dacă se asumă gradul de compensare nul, atunci  $M \lambda P$  apare în ipostaza produsului dintre mulțimile  $M$  și  $P$ . În această situație, mulțimea mașinilor închise la culoare și rapide din exemplul de mai sus se constituie în colecția  $\{(a; 0,3), (b; 0,27)\}$ . Prin urmare, mașina  $a$  pare să întrunească cel mai bine condițiile de a fi închisă la culoare și rapidă.

Dacă, dimpotrivă, funcția  $\lambda$  ia valoarea maximă (unu), atunci  $M \lambda P$  se prezintă ca sumă a mulțimilor  $M$  și  $P$ . Revenind la același exemplu, se constată o schimbare semnificativă cu privire la componența clasei care reunește mașinile închise la culoare și rapide,  $\{(a; 0,8), (b; 0,93), (c; 0,2)\}$ . Cea mai potrivită mașină sub raportul culorii și vitezei este de data aceasta  $b$ .

Evident, se pot construi și alte situații de alegere în funcție de gradele de compensare asumate, singura condiție de îndeplinit fiind aceea ca ele să se situeze în intervalul închis de numere reale  $[0, 1]$ .

Nu este greu de realizat faptul că aceste calcule de logică *fuzzy* au o incidență manifestă chiar în viața economico - socială, de-ar fi să amintim aici doar modelările de marketing ce se realizează prin prisma binomului „calitate - preț”.

Ajunși la finalul acestui subcapitol, ni se pare oportun să atragem atenția asupra unei corelații ce se poate stabili între aspectele cantitative ale impreciziei prezente la nivel atomic și cele ce se situează la nivel molecular.

Fie, de pildă, afirmația că *Socrate este înțelept*. Dacă se convine că individul *Socrate* și mulțimea *înțelepților* sînt redată la nivel formal de termenii „ $b$ ”, respectiv „ $M$ ”, atunci afirmația ca atare poate fi reprezentată în contextul logicii clasice de formula elementară „ $b \in M$ ”. Dacă, mai apoi, dorim să recuperăm în plan formal precizarea că *Socrate aparține într-un grad diferit de cel maxim la clasa înțelepților* (să zicem: 0,8), avem la dispoziție două variante: (1) cuantificarea impreciziei se realizează la nivelul limbajului obiect și, astfel, afirmația revine la schema „ $(b; 0,8) \in M$ ”; (2) măsurarea impreciziei se efectuează la nivelul meta - limbajului, *id est* în contextul evaluării, afirmația dată transformîndu-se în judecata formală „ $\nu_f(b \in M) = 0,8$ ”. Așadar, se poate stabili o biunivocitate între formulele *fuzzy* de ordinul întii și expresiile anumitor judecăți formale ce se construiesc cu ajutorul operației de evaluare  $\nu_f$ . Opțiunea pentru o cale sau alta își găsește justificarea exclusiv pe considerente de ordin pragmatic.

## 5. ADĂUGIRI PRIVIND ÎNSEMNELE CANTITĂȚII LA NIVEL METALOGIC

### 5.1. DETERMINĂRI CANTITATIVE ALE STRUCTURILOR LOGICE

După ce am trecut în revistă „punțile de comunicare” asigurate de categoria cantității între operatorii care generează categoreme din alte categoreme (adică între conectori, subnectori, predicatori și operatori *stricto sensu*), ni se pare potrivit să aducem în atenție câteva considerații privind aspectele cantitative prezente în orizontul structurilor logice.

Punctul de plecare în acest demers îl constituie definirea unor proprietăți remarcabile care slujesc la caracterizarea relațiilor ce se instituie pe anumite mulțimi.

Fie  $R$ , o relație arbitrară,  $M$ , o mulțime de obiecte (aceste obiecte putând fi, în egală măsură, indivizi, clase, numere, propoziții etc.) pe care se definește  $R$  și  $x, y, z, w$  – patru obiecte oarecare din  $M$ . În ideea unei simplificări notaționale vom folosi același simbol „ $R$ ” pentru a desemna operația de instituire a relației  $R$ .

Propozițiile de identitate (D255.1) – (D257), în care operatorii „ $\text{Refl}$ ”, „ $\text{Irefl}$ ” și „ $\text{Nerefl}$ ” sînt utilizați ca abrevieri ale sincategoremelor naturale „... este reflexivă”, „... este ireflexivă”, respectiv „... este nereflexivă”, informează asupra faptului că relația  $R$  este: (1) reflexivă, dacă și numai dacă se stabilește sub semnul adevărului între oricare două obiecte identice din  $M$ ; (2) ireflexivă, dacă și numai dacă se instituie sub semnul falsității între două obiecte identice din  $M$  – oricare ar fi acestea; (3) nereflexivă, dacă și numai dacă nu este nici reflexivă nici ireflexivă.

$$(D255.1) \text{Refl}(R) = (\wedge x) R(x, x)$$

$$(D256) \text{Irefl}(R) = (\wedge x) \sim R(x, x)$$

$$(D257) \text{Nerefl}(R) = (\vee x) R(x, x) \wedge (\vee x) \sim R(x, x)$$

**Notă.** În literatura logică este consemnată și o definiție aparte (diferită de cea curentă) a operației de atribuire a reflexivității.

$$(D255.2) \text{Refl}(R) = (\wedge x) ((\vee y) (R(x, y) \vee R(y, x) \rightarrow R(x, x)))^1$$

Folosind constantele „ $\text{Sim}$ ”, „ $\text{Asim}$ ” și „ $\text{Nesim}$ ”, coreferente cu sincategoremele naturale „... este simetrică”, „... este asimetrică”, respectiv „... este nesimetrică”, avem posibilitatea de a exprima formal condițiile în care sîntem îndreptățiți să atribuim relației  $R$  proprietatea simetriei, proprietatea asimetriei, respectiv proprietatea nesimetriei, prin (D258 – 260).

$$(D258) \text{Sim}(R) = (\wedge x) (\wedge y) (R(x, y) \leftrightarrow R(y, x))$$

$$(D259) \text{Asim}(R) = (\wedge x) (\wedge y) (R(x, y) \leftrightarrow \sim R(y, x))$$

$$(D260) \text{Nesim}(R) = (\vee x) (\vee y) (R(x, y) \wedge R(y, x) \wedge (\vee x) (\vee y) (R(x, y) \wedge \sim R(y, x)))$$

<sup>1</sup> Cf., de exemplu, J.-B. Grize, *Logique moderne*, fasc. I, Gauthier - Villars, Mouton, 1969, p. 79.

Analiza ecuațiilor de mai sus dezvăluie faptul că simetria se asociază cu o „ordine” aleatoare a obiectelor la care se aplică  $R$ , iar asimetria cu o ordine strictă a acelorași obiecte. În ce privește nesimetria, se constată că poziția obiectelor în raport cu  $R$  contează numai în unele cazuri.

**Notă.** Trecând în revistă cele mai cunoscute variante notaționale în care se exprimă definiția operației de atribuire a simetriei, Petru Ioan constată cu acuitate o stranie inadecvare; de regulă, logicienii introduc în *definiens* - ul care explicitează această operație o conectivă nesimetrică, implicarea, lăsându-se astfel deschisă problema „parcurgerii” relației în sens invers. Pe de altă parte, înlocuirea operației de implicare cu identificarea – așa cum se propune, potrivit soluției date de Gh. Enescu – este o variantă „prea tare”. S-ar părea că cea mai potrivită operație prin care se definește simetria este echivalarea <sup>2</sup>.

Ar mai fi de adăugat aici faptul că propoziția de identitate (D261), în care „Antisim” = „... este antisimetrică”, fixează cadrul definițional pentru operația de atribuire a antisimetriei.

$$(D261) \text{ Antisim } (R) = (\wedge x) (\wedge y) (R(x, y) \wedge R(y, x) \rightarrow (x = y))$$

Operațiile desemnate de sincategoremele „Tranz” / „... este tranzitivă”, „Intranz” / „... este intranzitivă” și „Netranz” / „... este netranzitivă”, *id est*, operațiile prin care se afirmă proprietățile din triada *tranzitivitate – intranzitivitate – netranzitivitate*, se explicitează formal în definițiile (D262 – 264). Aceste scheme formale precizează condițiile în care relația  $R$  este ereditară.

$$(D262) \text{ Tranz } (R) = (\wedge x) (\wedge y) (\wedge z) (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow (R(x, z)))$$

$$(D263) \text{ Intranz } (R) = (\wedge x) (\wedge y) (\wedge z) (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow \sim (R(x, z)))$$

$$(D264) \text{ Netranz } (R) = (\vee x) (\vee y) (\vee z) (R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge \sim (R(x, z)) \wedge (\vee x) (\vee y) (\vee z) (R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge \sim (R(x, z))).$$

Triadele *reflexivitate – ireflexivitate – nereflexivitate*, *simetrie – asimetrie – nesimetrie* și *tranzitivitate – intranzitivitate – netranzitivitate* se subordonează legii contrarietății, în speță „principiului trilemei stricte sau tari” [2b: 34-9], astfel încât se poate asuma valabilitatea universală a inferențelor deductive (R112) – (R117).

$$(R112) \text{ Refl } (R) \Rightarrow \sim \text{Irefl } (R)$$

$$(R115) \text{ Refl } (R) \Rightarrow \sim \text{Nerefl } (R)$$

$$(R113) \text{ Sim } (R) \Rightarrow \sim \text{Asim } (R)$$

$$(R116) \text{ Sim } (R) \Rightarrow \sim \text{Nesim } (R)$$

$$(R114) \text{ Tranz } (R) \Rightarrow \sim \text{Intranz } (R)$$

$$(R117) \text{ Tranz } (R) \Rightarrow \sim \text{Netranz } (R)$$

Vom dovedi, spe exemplificare, în cele ce urmează, cu ajutorul metodei rezoluției validitatea regulii (R113):  $\text{Sim } (R) \Rightarrow \sim \text{Asim } (R)$ . Astfel, dacă se ține cont de identitatea schemelor  $\varphi \leftrightarrow \psi$  și  $(\sim \varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \sim \psi)$  – identitate confirmată de caracterul tautologic al schemei echivalențiale  $(\varphi \leftrightarrow \psi) \leftrightarrow (\sim \varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \sim \psi)$  <sup>3</sup> –, urmează să se demonstreze, în ultimă instanță, că din clauzele  $\{\{\sim R(x, y) \vee R(y, x)\}, \{\sim R(y, x) \vee R(x, y)\}\}$  și  $\{\{R(x, y) \vee R(y, x)\}, \{\sim R(x, y) \vee \sim R(y, x)\}\}$  se poate deriva clauza nulă.

<sup>2</sup> Cf. Gh. Enescu, *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985, p. 335; P. Ioan, *Logică și filosofie. Restanțe, radiografii, retrospective*, Institutul European, Iași, 1996, pp. 34-9.

<sup>3</sup> Se poate utiliza în acest sens metoda matriceală.

10 - Regimuri ale cantității în logica formală

Or, din  $\{\sim R(x, y) \vee R(y, x)\}$  și  $\{R(x, y) \vee R(y, x)\}$  se poate deriva  $\{R(y, x)\}$ , iar din  $\{\sim R(y, x) \vee R(x, y)\}$  și  $\{\sim R(x, y) \vee \sim R(y, x)\}$ ,  $\{\sim R(y, x)\}$ . În sfârșit, din  $\{R(y, x)\}$  și  $\{\sim R(y, x)\}$  se deduce clauza nulă.

Ar mai fi de notat în acest context definițiile cuantificaționale ale operațiilor de atribuire a proprietăților de conexitate – Conn<sup>4</sup> – și de linearitate – Linn<sup>5</sup> –, prin schemele formale (D265 – 266).

$$(D265) \text{ Conn } (R) = (\wedge x) (\wedge y) ((x \neq y) \rightarrow R(x, y) \vee R(y, x))$$

$$(D266) \text{ Linn } (R) = (\wedge x) (\wedge y) ((x = y) \vee R(x, y) \vee R(y, x))$$

Data fiind identitatea schemelor  $\varphi \rightarrow \psi$  și  $\sim \varphi \vee \psi$  (identitate ce poate fi demonstrată în *SD* sau verificată prin metoda matriceală, se constată cu ușurință că linearitatea și conexitatea constituie, de fapt, una și aceeași proprietate.

Pe temeiul definițiilor deja construite, se pot contura aspectele de ordine care privesc relația *R* și mulțimea *M*.

*R* este o relație de preordine și structura  $\langle M, R \rangle$  este „preordonată“, dacă și numai dacă relația *R* este tranzitivă și reflexivă. *R* este o relație de ordine parțială și structura logică  $\langle M, R \rangle$  este parțial ordonată, dacă și numai dacă relația *R* este tranzitivă, antisimetrică și reflexivă. *R* este o relație de ordine totală și structura logică  $\langle M, R \rangle$  este total ordonată, dacă și numai dacă relația *R* este tranzitivă, antisimetrică, reflexivă și conexă. *R* este o relație de ordine strictă parțială și structura logică  $\langle M, R \rangle$  este parțial strict ordonată, dacă și numai dacă relația *R* este tranzitivă și ireflexivă sau, același lucru, tranzitivă și asimetrică. *R* este o relație de ordine strictă și structura logică  $\langle M, R \rangle$  este strict ordonată, dacă și numai dacă relația *R* este tranzitivă, ireflexivă și lineară<sup>6</sup>.

În concluzie, conturarea unor structuri logice ordonate presupune caracterizarea relațiilor ordonatoare prin prisma unor proprietăți care se definesc, în ultimă instanță, cu ajutorul operațiilor de cuantificare.

## 5.2. ALTE MĂRCI ALE CANTITĂȚII CE CARACTERIZEAZĂ RELAȚIILE

Faptul că inflexiunile cantității pot fi urmărite și la nivel metalogic este întărit de posibilitatea efectuării unor „categorisiri“ nuanțate a relațiilor pe baza unor criterii explicit cuantificaționale. În acest sens, supunem atenției, spre ilustrare, câteva elemente ale unei clasificări remarcabile a relațiilor (diadice) pe care a realizat-o Charles Sanders Peirce, folosind jocul pur combinatoric al cuantificărilor de universalitate și de particularitate<sup>7</sup>.

Înainte de toate este de reținut faptul că Ch. S. Peirce disociază negația „relațională“ de negația „propozițională“ și plasează operațiile de cuantificare într-un

<sup>4</sup> W. Gellert, H. Küstner, M. Hellwich și H. Kästner (eds.), *Mică enciclopedie matematică*, Editura Tehnică, București, 1980, p. 400.

<sup>5</sup> J. van Benthem, *Questions about Quantifiers*, în: „The Journal of Symbolic Logic“, vol. 49, nr. 2, 1984, p. 447.

<sup>6</sup> Caracterizările de mai sus au fost preluate din: M. D. Potter, *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford, 1990, pp. 46-47; Gr. C. Moisil, *Elemente de logică matematică și de teoria mulțimilor*, Editura Științifică, București, 1968, pp. 44-46, 49-50.

<sup>7</sup> Ch. Hartshorne și P. Weiss (eds.), *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, III: „Exact Logic“ și IV: „The Simplest Mathematics“, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1933, pp. 369 sqq.

context „angajat sub raport ontologic“. Din aceste motive, recuperarea demersului peircean în sistemul de semne al acestei abordări presupune notarea celor două tipuri de negație logică cu „ $\neg$ “, respectiv „ $\sim$ “, precum și utilizarea cuantorilor „de actualitate“: „ $(\forall x)$ “, „ $(\forall y)$ “ și „ $(\forall z)$ “, respectiv „ $(\exists x)$ “, „ $(\exists y)$ “ și „ $(\exists z)$ “.

Păstrînd terminologia originară, ar fi de notat că relația  $R$  este:  $\mathcal{R}$  (1) lație;  $\mathcal{R}$  (2) contralație;  $\mathcal{R}$  (3) extralație;  $\mathcal{R}$  (4) juxtație;  $\mathcal{R}$  (5) perlație;  $\mathcal{R}$  (6) contraperlație;  $\mathcal{R}$  (7) extraperlație;  $\mathcal{R}$  (8) juxtaperlație;  $\mathcal{R}$  (9) reperlație;  $\mathcal{R}$  (10) contrareperlație;  $\mathcal{R}$  (11) extrareperlație;  $\mathcal{R}$  (12) juxtareperlație;  $\mathcal{R}$  (13) conlație;  $\mathcal{R}$  (14) ultralație; (15) translație;  $\mathcal{R}$  (16) superlație, dacă și numai dacă propozițiile (1) – (12) sînt legi logice.

- |                                            |                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (1) $(\exists x) (\exists y) R(x, y)$      | (9) $(\exists y) (\forall x) R(x, y)$                                                                                            |
| (2) $(\exists x) (\exists y) \neg R(x, y)$ | (10) $(\exists y) (\forall x) \neg R(x, y)$                                                                                      |
| (3) $(\forall x) (\forall y) \neg R(x, y)$ | (11) $(\forall y) (\exists x) \neg R(x, y)$                                                                                      |
| (4) $(\forall x) (\forall y) R(x, y)$      | (12) $(\forall y) (\forall x) R(x, y)$                                                                                           |
| (5) $(\exists x) (\forall y) R(x, y)$      | (13) $(\exists x) (\forall y) (\exists z) (R(x, z) \wedge R(y, z))$                                                              |
| (6) $(\exists x) (\forall y) \neg R(x, y)$ | (14) $(\exists x) (\forall y) (\exists z) (R(x, z) \wedge \neg R(y, z))$                                                         |
| (7) $(\forall x) (\exists y) \neg R(x, y)$ | (15) $(\forall x) (\exists y) (\forall z) \sim (\neg R(x, z) \wedge R(y, z))$                                                    |
| (8) $(\forall x) (\exists y) R(x, y)$      | (16) $(\forall x) (\forall y) (\forall z) (\exists w) \sim ((\neg R(x, z) \wedge R(y, z)) \wedge (R(x, w) \wedge \neg R(y, w)))$ |

Într-o a doua suită de componente relaționale se regăsesc instanțele lui  $R$ , calificate ca:  $\mathcal{R}$  (1) suilație;  $\mathcal{R}$  (2) contrasuilație;  $\mathcal{R}$  (3) extrasuilație;  $\mathcal{R}$  (4) juxtasuilație;  $\mathcal{R}$  (5) ambilație;  $\mathcal{R}$  (6) contrambilație;  $\mathcal{R}$  (7) extrambilație;  $\mathcal{R}$  (8) juxtambilație;  $\mathcal{R}$  (9) peneperlație;  $\mathcal{R}$  (10) penereperlație;  $\mathcal{R}$  (11) penecontraperlație;  $\mathcal{R}$  (12) penecontrareperlație în măsura în care se dovedesc totdeauna adevărate propozițiile corespunzătoare de mai jos.

- |                                                                 |                                                                                 |
|-----------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| (1) $(\forall x) R(x, x)$                                       | (2) $(\forall x) (\forall y) (\neg R(x, x) \wedge \neg R(y, y) \wedge R(x, y))$ |
| (4) $(\exists x) R(x, x)$                                       | (3) $(\exists x) (\exists y) (\neg R(x, x) \wedge \neg R(y, y) \wedge R(x, y))$ |
| (5) $(\forall x) (\forall y) (R(x, y) \wedge (x \neq y))$       | (6) $(\forall x) (\forall y) (R(x, x) \wedge R(y, y) \wedge \neg R(x, y))$      |
| (7) $(\exists x) (\exists y) (\neg R(x, y) \wedge (x \neq y))$  | (8) $(\exists x) (\exists y) (R(x, y) \wedge (x \neq y))$                       |
| (9) $(\exists x) (\forall y) (R(x, y) \wedge (x \neq y))$       | (10) $(\exists y) (\forall x) (R(x, y) \wedge (x \neq y))$                      |
| (11) $(\exists x) (\forall y) (\neg R(x, y) \wedge (x \neq y))$ | (12) $(\exists y) (\forall x) (\neg R(x, y) \wedge (x \neq y))$                 |

Mărginindu-ne la redarea acestui fragment din luxurianta clasificare peirceană a relațiilor, vom observa că „deducerea metafizică“ a tipurilor de raporturi diadice este susținută pe deplin de operațiile de cuantificare. Cît privește relevanța componentelor identificate, se poate concede că nu fiecare dintre ele are un statut logic demn de luat în seamă. În același timp, însă, trebuie să se remarce faptul că teoria relațiilor propusă de Peirce se poate constitui într-un punct de plecare pentru o clasificare exhaustivă a relațiilor, depășindu-se, astfel, maniera rapsodică de promovare a distincțiilor aferente.

## CONCLUZII

Considerațiile chemate să formeze finalul unei cercetări stau sub semnul redundanței. Conștienți fiind de acest risc, vom căuta să ne supunem principiului parcimoniei, prezentînd în cele ce urmează o recapitulare schematică a ideilor care susțin lucrarea și cîteva deschideri spre încercări adiacente viitoare.

Teza pe care am căutat s-o întemeiem pe parcursul acestei abordări revine la constatarea că întreaga cunoaștere, cu precădere, cunoașterea „pozitivă” (adică, acea lucrare a intelectului ce se supune lui  $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\varsigma \ \acute{\alpha}\pi\omicron\phi\alpha\nu\tau\iota\kappa\acute{o}\varsigma$ ) este susținută de categoria cantității. Deoarece logica, în speță: logica formală, îndeplinește rolul de instrument ( $\acute{o}\rho\gamma\alpha\nu\omicron\nu$ ) al cunoașterii pozitive, ni s-a părut suficient să demonstrăm ideea că însemnele cantității pot fi decelate pe fiecare palier al logicii formale.

Încercînd să supunem acest demers demonstrativ standardelor de exactitate și de completitudine, am asumat o categorisire convenabilă a expresiilor ce compun un limbaj formalizat –  $L$  – și metalimbajul corespunzător –  $ML$  – și am fixat drept „schemă de înaintare discursivă” o clasificare exemplară a operatorilor care generează categoreme. O dată cu parcurgerea respectivei clasificări s-a evidențiat faptul că cele mai multe aplicații care se finalizează în categorii fundamentale manifestă explicit ori implicit determinări cantitative.

Din prima categorie de operatori pe care am luat-o în considerare, conectorii, am selectat, pentru început, subclasa cuantorilor. După ce a fost asumat un set de primitive ale logicii de ordinul întâi și după ce au fost asigurate prin definiții, precizări terminologice și convenții notaționale toate celelalte ingrediente cu rol explicativ, s-a trecut la definirea „contextuală” a cuantificărilor de individ clasice. Pentru fiecare dintre cele două categorii de cuantificări s-au oferit definiții verifuncționale (parțiale), asocieri cu conjunții, respectiv adjuncții infinit numărabile și utilizări ale binomului *generalizare – instanțiere*. Analiza cuantificărilor de individ clasice – de departe, cea mai extinsă – a fost apoi rafinată prin dispunerea lor explicită în context sintactic, respectiv în context semantic. Adoptarea perspectivei sintactice ne-a prilejuit enumerarea principalelor reguli de control relative la operațiile clasice de cuantificare și demonstrarea celor mai multe dintre ele într-un calcul al deducției naturale. Interpretarea aceluiași operații a fost centrată pe două puncte de vedere corelate: unul „referențial”, iar celălalt „substituțional”. Ambele puncte de vedere reliefează faptul că cele mai redutabile probleme care apar în acest context sînt legate de ambiguitățile semantice ale unor expresii, precum aceea de „existență” și de neexplicitarea unor supoziții care stau la baza logicii de ordinul întâi. Distingînd mai întâi între existență și inexistență, iar mai apoi, între existența reală și existența ficțională (ca specii distincte ale consistenței), am corelat cuantificările de individ clasice „angajate sub raport ontologic” cu operațiile analoage din logica liberă. Evident, nu am putut trece peste implicațiile asumării unor supoziții de existență cu privire la termenii individuali. O dată clarificate aceste distincții, ne-am permis să fixăm ca repere ale demersului explicativ coordonatele logicii libere, lăsînd în seama cititorului transpunerea definițiilor și regulilor avansate în logica angajată sub raport ontologic. Pe baza unor lucrări datorate logicienilor Ludvik Borkowski și Petru Ioan, am avansat în continuare un sistem de



cuantificări individuale standard, operații obținute prin asocierea cuantificărilor clasice (neutre) cu negarea, adunarea sau conjugarea. Cadrul definițional aferent acestor aplicații a fost întregit cu matrice verifuncționale (incomplete). Prin proliferarea determinanților cantitativi care intră în alcătuirea operațiilor de cuantificare, au fost construite mai multe familii de cuantificări nonstandard: cuantificările mărginite, cuantificările minimizante, cuantificările maximizante, cuantificările de precizie și cuantificările de aproximație. Din această ultimă subclasă de operații au fost analizate cu precădere cuantificările stocastice și cuantificările plulative. O dată cu instalarea la nivelul logicii de ordinul doi, s-a putut trece la proliferarea operațiilor de cuantificare în funcție de tipul obiectelor asupra cărora se acționează. În consecință, cuantificărilor de individ le-au fost alăturate cuantificări temporale, cuantificări atributive, cuantificări predicative, cuantificări „faptice”, cuantificări propoziționale și cuantificări de conectivă. La finalul subcapitolului pe care l-am consacrat operațiilor ce exprimă în manieră explicită determinări cantitative, am trecut în revistă și câteva considerații referitoare la impactul cuantificării în registrul obiectelor desemnate de termenii de masă.

Următorul subcapitol – 1.2. – întregește sub semnul cantității dimensiunea temporală (și, în general, circumstanțială) a logicii, asigurând o inserție convenabilă în logica timpurilor gramaticale. Operatorilor care susțin calculele subsumate acestei logici temporale li se confirmă statutul de conectori și li se dezvăluie (prin definiții și reguli de derivare) aspectele cantitative pe care le comportă.

O scurtă incursiune în domeniul logicii modale (a se vedea subcapitolul 1.3.) s-a dovedit suficientă pentru a lămuri că modalitățile (în varianta *de dicto* asumată: conectivele modale) sînt de fapt cuantificări „mascate” / implicite.

Cercetînd inflexiunile cantității în contextele subnectorilor, predictorilor și operatorilor *stricto sensu*, am căutat să ancorăm prin corespondențe noile categorii de operatori în domeniul vast și explicit măsurabil (sub raport cantitativ) al cuanturilor.

Aspectele cantitative din registrul subnectorilor au fost corelate cu fenomenul polivalenței (fenomen reflectat convingător în calculele modale, probabiliste ori *fuzzy*) și cu rezultatele desemnării obiectelor prin intermediul descriptorilor.

La nivelul predictorilor ne-am propus să parcurgem în primul rînd secvențele care poartă o evidentă tentă cantitativistă din teoria mulțimilor și din silogistică. Prima secțiune a respectivului capitol – 3 – ne-a prilejuit, printre altele, o expunere sistematică (și, oarecum fastidioasă) a predicatelor clasiale (diadice), ce se înscrie pe linia articulării unui sistem operațional rafinat pentru calculele cu mulțimi. Cu privire la impactul cantității în silogistică, s-a urmat un aliniament de ordin istoric. După ce s-au fixat coordonatele silogisticii aristotelice, au fost aduse în atenție adăugirile logicienilor din Evul de mijloc, cuantificările inedite ale propozițiilor silogistice propuse de A. de Morgan și de W. Hamilton, precum și cele mai relevante segmente ale silogisticii moderne. Capitolul se încheie cu relevarea aspectelor cantitative pe care le comportă așa - numitele „modalități dinamice”.

Secțiunea din lucrare care se referă la aspectele cantitative din orizontul operatorilor *stricto sensu* conține o secvență a logicii de ordinul doi dedicată jocului formal al funcției de cardinalitate, un fragment din teoria „cuantificării generalizate” și o reluare la nivel atomic a unor considerații privind logica impreciziei. În acest context, am propus un sistem „neutru” al silogisticii (asertorice) în care se regăsesc silogisme „tari” din silogistica tradițională și silogisme plulative, am

supus atenției o modalitate remarcabilă de formalizare a enunțurilor din limbajele naturale și am urmărit reconsiderarea funcțiilor clasiale în contextul calculului *fuzzy*.

La finalul acestei încercări ni s-a părut potrivit să întocmim și un scurt capitol (cu rol de *addenda*) în care se regăsesc unele însemne ale cantității prezente la nivel metalogic, însemne care s-ar fi lăsat mai greu subsumate cadrului de referință fixat în partea introductivă. Ajunși în acest punct, am subliniat felul în care determinarea structurilor de ordine și unele caracterizări ale relațiilor (în speță, câteva caracterizări propuse de logicianul Charles Sanders Peirce) manifestă (în mod explicit ori implicit) categoria cantității.

Nu arareori se spune că cele mai izbutite lucrări de sinteză se realizează în „amurgul” activității de cercetare și nu la începuturile ei sau că cele mai multe sinteze sînt vaste sume de date despre nimic. Ne place să credem, însă, că prin lucrarea ce se încheie cu aceste rînduri am evitat cele mai periculoase capcane ale încercărilor de sinteză. Circumscrierea precisă a domeniului de cercetare (modalitățile de recuperare a cantității la nivel formal), asumarea unui cadru *a priori* de investigație a respectivului domeniu – clasificarea tetradică a operatorilor generatori de categorii fundamentale – și articularea unui limbaj formal (ca și a metalimbajului corespunzător) în acord cu standardul de exactitate se constituie, credem noi, în premise convenabile pentru realizarea unei secțiuni interesante a logicii formale.

Încercînd să rezistăm tentației de a căuta rezolvări exhaustive pentru problemele aduse în atenție, am lăsat loc pentru câteva întregiri ale eventualilor cititori și ne-am creat puncte de plecare pentru cercetări ulterioare. Astfel, s-ar putea aprofunda analiza unor aspecte ale problemelor deja anunțate (ne gîndim aici la multiplicarea operațiilor de cuantificare, la construirea unui sistem formal capabil să ofere reguli de derivare pentru propozițiile cuantificate numeric, la rafinarea modelării cantitative a impreciziei, ...) sau ar putea fi luată în considerare posibilitatea investigării sistematice (sub raportul cantității) a operatorilor care generează alți operatori.

Toate aceste deschideri dovedesc o dată în plus că logica formală este departe de a fi un capitol încheiat al cunoașterii. Cîtă vreme se constituie ca instrument de configurare și de explicitare a cunoștințelor, logica nu poate fi „deconectată” de la sursele de dezvoltare care revoluționează științele contemporane.

## QUANTITÄTSREGIMES IN DER FORMALEN LOGIK

(Zusammenfassung)

Im Rahmen dieser Arbeit haben wir versucht, darauf hinzuweisen, dass man die Kennzeichen der Quantität in allen Abteilungen der formalen Logik ausfinden kann. Um dieses demonstrative Vorgehen dem Genauigkeits- und dem Vollständigkeitsstandard anzupassen, haben wir die Hauptbedeutungen des Terminus „Quantität“ Revue passiert (mit der Bemerkung, dass die meisten unter ihnen von der Ambiguität gekennzeichnet sind), die Merkzeichen der formalen Logik festgesetzt, eine passende Kategorisierung der Ausdrücke übernommen, die eine Objektsprache –  $L$  – und die zugehörige Metasprache –  $ML$  – aufbauen und als „Schema des diskursiven Vorwärtsgehens“ eine geläufige Klassifikation jener Operatoren gewählt, die vollständige Ausdrücke erzeugen. Auf diese Weise wurden die formalen Kennzeichen der Quantität der Reihe nach identifiziert und begrifflich festgelegt in den Kontexten der Junktoren, der „Subnektoren“, der Prädikatoren und der Funktoren, id est in den Kontexten der Operatoren, die Sätze aus Sätzen, Terme aus Sätzen, Sätze aus Termen, Terme aus Termen hervorbringen.

Selbstverständlich haben wir vor allem die unbestreitbaren „Träger“ der Quantität – die Quantoren – analysiert. Nachdem wir einen favorablen Gesichtspunkt hinsichtlich des logisch-semantischen Status dieser Operatoren übernommen hatten – jeder Quantor ist ein monadischer Junktor, der aus einem (quantitativen) „Determiner“ und einer Variable besteht –, bezogen wir uns allmählich auf die klassischen Quantifikationen, auf die Standard-, bzw. Nichtstandardquantifikationen und auf die Quantifikationen 2. Stufe.

Die Analyse der klassischen All- und Existenzquantoren ist sowohl auf der syntaktischen als auch der semantischen Ebene ausgeführt worden. Genauer sind die Bildungs- und die bedeutende Ableitungsregeln, die Definitionen mittels der Wahrheitstabellen (auf das Geleise der Generalisierung, bzw. Instanzierung) und die Hauptinterpretationsvarianten betreffs der Quantifikationsschemata vorgebracht worden. Mit Bezug auf dieses letzte Problem haben wir die Behauptung argumentiert, dass die „referentiale“ Interpretation (die auf den Schlüsselerörtern „Bereich“, „semantischer Wert“ und „Erfüllung“ zentriert ist) und die „substitutionale“ Interpretation (die auf die Zahl der wahren Substitutionen der quantifizierten Aussagen hinweist) nicht gegensätzlich, sondern komplementär sind. In großen Zügen wird der angenommene Standpunkt folgenderweise präzisiert: (a) nicht alle Objekte haben einen Namen, genauso wie nicht alle Namen haben eine existente Denotation; (b) jedes Objekt kann als nicht-existenten Gegenstand betrachtet werden, nur wenn es wenigstens eine kontradiktorische Eigenschaft besitzt; gegenteils soll es als existenten Gegenstand qualifiziert werden; (c) jedes existierende Objekt ist entweder real oder fiktiv; (d) die zur klassischen Logik gehörende Quantifikationen sind mit ihren Analoga aus der freien Logik zu korrelieren. Mit Hilfe der schon fundamentierten Quantoren haben wir ein System von Standardquantifikationen umrissen, indem wir die „klassisch - neutralen“ Quantifikationen mit der Negation, der Adjunktion oder Konjunktion assoziiert haben. In diesem Sinne wurde ein entsprechender Definitionsrahmen gebaut, der aus Exemplifikationen, Gleichungen und Wahrheitstabellen zusammengesetzt ist. Außerdem wurden die relevantesten Ableitungsregeln in ein logisches Hexagon kurz zusammengefasst. Vermittels der Proliferation der Determiners haben wir danach mehrere Familien von Nichtstandardquantoren gebaut: die Quantoren mit beschränktem Bereich, die Minimatoren, die Maximatoren, die Numeratoren und die Approximationsquantoren. Aus dieser letzten Teilklasse von Operatoren haben wir in erster Linie die stochastischen und die pluraliven Quantoren analysiert. Genauso wie im Fall der Standardquantifikationen haben wir an kontextuelle Definitionen, an „natürliche“ Exemplifikationen und an die Ordnungen der wichtigsten dazugehörigen Schlussfolgerungen in logischen Diagrammen appelliert. Indem wir die eingeführten Determiner mit mehreren Sorten von Variablen verbunden haben, konnten wir mit der Identifizierung und Bestimmung einiger Teilmengen von Quantifikationen im Horizont der Logik 2. Stufe weitergehen. Dementsprechend hat man den Individuenquantifikationen die Quantifikationen beigelegt, die sich auf die Daten, Attribute, Prädikate, Sachverhalte, Pro-

positionen und Junktoren beziehen. Die Verwertung der temporalen Dimension der Aussagen, die Korrelation zwischen den abstrakten Entitäten und der Existenz, sowie die quantitative Bestimmung der von den mass terms bezeichneten Objekte sind nur einige Probleme, die hierbei gelöst werden sollten.

In der Folge der Betrachtungen über die temporalen Quantifikationen haben wir im Zeichen von der Quantität die Junktoren behandelt, die die Temporallogik unterstützen: „die schwache Vergangenheit“, „die starke Vergangenheit“, „die schwache Zukunft“, „die starke Zukunft“ und die Gegenwart. Eine kurze „Reise“ im Bereich der Modallogik hat sich als genügend gezeigt, um die Ansicht begründen zu können, dass die de dicto Modalitäten eigentlich implizite Quantifikationen sind. In diesem Sinne haben wir den traditionellen alethischen Modalitäten – dem Möglichen, dem Notwendigen, dem Unmöglichen und dem Unnötigen – die Kontingenz, das Analytische, das Wahre, das Falsche, die positive Kontingenz und die negative Kontingenz hinzugefügt. Zwecks der Erläuterung dieser Modalitäten wurden die Wahrheitstabellen vorge schlagen und die relevantesten Ableitungsregeln in logischen Diagrammen zusammengefasst.

Indem wir in den Bereich der Subnektoren eingetreten sind, haben wir die Kategorie der Quantität zum Phänomen der Polyvalenz, das überzeugend in den modalen, probabilistischen oder fuzzy Formalismen widergespiegelt wird und mit den Ergebnissen der Objektbestimmungen mittels der Deskriptoren in Verbindung gebracht. Der erste Teil der besprochenen Reihenfolge bildet sich aus der Rechtfertigung einer positiven Antwort auf die Frage, ob die alethischen Modalitäten in logischen Werten und, eingeschlossen, die Modallogik in einer mehrwertigen Logik transformiert werden können, aus einigen Varianten von numerischen Schätzung der Bestätigungsmöglichkeit der Aussagen, sowie aus der Interpretationen der Junktoren, der alethischen Modalitäten, der stochastischen und der prozentualen Quantifikationen im Rahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie. Unter derselben Etikette der Polyvalenz haben wir auf dem molekularen Niveau der Ungenauigkeit der Erkenntnis in die Diskussion gebracht. In Bezug aufs Thema „Kennzeichnungen“ wurden die abgesonderten Aussagen untersucht, die als Subjekt je ein unwirkliches oder ein nicht-existentes descriptum haben und einige Definitionen betreffend eines aparten Individuums – das Nichts –, der Null- und der Allmenge eingeführt, indem man auf diese Weise einen passenden Übergang zum nächsten Kapitel leistet, das der Manipulierung der Quantität mit Hilfe von den Prädikatoren gewidmet ist.

Um die Möglichkeiten der Quantitätswiedergewinnung in der Klassenlogik vorzustellen, haben wir das vollständige Inventar der monadischen und der diadischen „klassialen“ Funktionen gemacht und das System der 81 „rechtdeterminierten“ Relationen artikuliert, die zwei beliebige Klassen verbinden können. Im Einklang mit der Fundamentierungsforderung haben wir die betreffenden klassialen Prädikate durch der Diagrammen, der Exemplifikationen und der quantorenlogischen Gleichungen erläutert.

Hinsichtlich des Impaktes der Quantität in der Syllogistik wurde die Aneignung der Historischen Perspektive als die beste betrachtet. Nachdem wir die Koordinaten der aristotelischen Syllogistik festgestellt hatten – durch die Bestimmung der syllogistischen Prädikatoren „a“, „e“, „i“ und „o“ in der Quantorenlogik und durchs Vorbringen der Existenz-, der Unganzheits-, bzw. der Pluralitätsvoraussetzung, haben wir uns auf die Hinzufügungen der mittelalterlichen Logiker betreffs der singulären Aussagen, auf die Quantifikationen der syllogistischen Aussagen, die Augustus de Morgan und William Hamilton vorgeschlagen haben, auf die stochastischen und auf die pluralativen Syllogistik bezogen.

Im Zeichen der Quantität sind wir dann zu den alethischen Modalitäten zurückgekommen, die wir diesmal in ihrer de re Variante betrachtet haben. Genauer gesagt haben wir die quantitativen Aspekte der so genannten „dynamischen Modalitäten“ gemustert.

Die vierte hauptsächliche Schnitt dieser Arbeit ist ein Fragment der Logik 2. Stufe, das einige Betrachtungen betreffs der Kardinalitätsfunktion, der verallgemeinerten Quantoren (generalized quantifiers) und der unscharfen Mengen enthält.

Letztlich haben wir einen kurzen Kapitel konstruiert, in dem sich mehrere Kennzeichen der Quantität im Horizont der Ordnungsstrukturen und einige von Charles Sanders Peirce vorgeschlagenen Charakteristika der diadischen Relationen befinden.

## BIBLIOGRAFIE

- ALIEV, R.; BONFIG, K.W.; ALIEW, F.  
 1994: *Messen, Steuern und Regeln mit Fuzzy Logik. Grundlagen und Methoden zum Aufbau von Fuzzy - Anwendungssystemen*, Franzis Verlag, München
- ALLWOOD, JENS; ANDERSON, LARS - GUNNAR; DAHL, ÖSTEN  
 1973: *Logik für Linguisten*, Max Niemeyer Verlag, Tübingen
- ARISTOTEL  
 1994: *Categorii*, Editura Humanitas, București  
 1965: *Metafizica*, Editura IRI, București
- BALAIȘ, MIRCEA  
 1988: *Logica simbolică*, II, Universitatea „Babeș - Bolyai“, Cluj Napoca
- BALDWIN, THOMAS  
 1979: *Interpretations of Quantifiers*, în: „Mind“, 88
- BARWISE, JON; COOPER, ROBIN  
 1981: *Generalized Quantifiers and Natural Language*, în: „Linguistic and Philosophy“, 4
- BARWISE, JON; ETCHEMENDY, JOHN  
 1991: *The Language of First-Order Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., CSLI, Leland Stanford Junior University
- BASTABLE, PATRICK K.  
 1975: *Logic: Depth Grammar of Rationality*, Gill and MacMillan, Dublin
- BAUM, ROBERT; WIECK, DAVID  
 1981: *Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Holt, Rinehart and Winston, New York, Chicago, Dallas
- BECKER, OSKAR  
 1985: *Măreția și limitele gândirii matematice*, Editura Științifică, București
- BENTHEM, JOHANN VAN; DOETS, KEES  
 1983: *Higher - Order Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic“, D. Reidel P. C., Dordrecht  
 1984: *Questions about Quantifiers*, în: „The Journal of Symbolic Logic“, vol. 49, nr. 2
- BERGMANN, EBERHARD; NOLL, HELGA  
 1977: *Mathematische Logik mit Informatik - Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin
- BERGMANN, MERRIE; MOOR, JAMES; NELSON, JACK  
 1980: *The Logic Book*, Random House, New York
- BETH, E. W.  
 1956: *L'existence en mathématique*, Gauthier - Villars, Paris
- BIBEL, W.  
 1992: *Deduktion. Automatisierung der Logik*, R. Oldenburg Verlag, München
- BIELTZ, PETRE  
 1974: *Principiul dualității în logica formală*, Editura Științifică, București
- BIRD, O.  
 1964: *Sylogistic and Its Extensions*, Prentice - Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- BLANCHÉ, ROBERT  
 1967: *Raison et discours. Défense à la logique réflexive*, J. Vrin, Paris  
 1968: *Introduction à la logique contemporaine*, Armand Colin, Paris  
 1970: *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Armand Colin, Paris  
 1972: *Sur la trivalence*, în: „Logique et analyse“, 59 - 60

BLUMBERG, A. E.

1976: *Logic. A First Course*, Alfred A. Knopf, New York

BOCHENSKI, J. M.

1978: *Formale Logik*, 4. Aufl., Verlag Karl Alber, Freiburg, München

BODDENBERG, ERICH

1975: *Logik*, I, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main

BOHNERT, H. G.

1975: *Logic: Its Use and Basis*, University Press of America, Washington D.C.

BONEVAC, DANIEL

1985: *Quantity and Quantification*, în: „Noûs”, vol. 19, nr. 2

BORKOWSKI, LUDVIK

1958: *On Proper Quantifiers*, I, în: „Studia Logica”, vol. 8, Warszawa

1976: *Formale Logik. Logische Systeme. Einführung in die Metalogik*, Akademie - Verlag, Berlin

BOTEZATU, PETRE

1969: *Schiță a unei logici naturale. Logică operatorie*, Editura Științifică, București

1971: *Valoarea deducției*, Editura Științifică și Enciclopedică, București

BOTHE, HANS - HEINRICH

1993: *Fuzzy Logik. Einführung in Theorie und Anwendungen*, Springer Verlag, Berlin

BOUQUIN, D.

1996: *Les catégories syntaxico-sémantique: petite histoire d'un grand problème*, în: D. Miéville (ed.), *Analyse catégorielle et logique*, Université de Neuchâtel

BRAUN, DAVID

1993: *Empty Names*, în: „Noûs”, 27: 4

BRENY, H.

1983: *A propos du terme „probabilité”*, în: „Logique et analyse”, 26<sup>e</sup> année

BRODY, BARUCH

1973: *Logic, Theoretical, and Applied*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

BURGESS, JOHN P.

1984: *Basic Tense Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic. I: Extensions of Classical Logic*, D. Reidel P. C., Dordrecht

CANDIESCU, CĂLIN

1981: *O sistematizare informală în calculul cu predicate de ordinul I*, în: *Probleme de logică*, VIII, Editura Academiei, București

CARNAP, RUDOLF

1960: *Einführung in die symbolische Logik*, 2. Aufl., Springer - Verlag, Wien

1972: *Semnificație și necesitate. Un studiu de semantică și logică modală*, Ed. Dacia, Cluj

1973: *Grundlagen der Logik und Mathematik*, 2. Aufl., Nymphenburger Verlagshandlung, München

CHELLAS, BRIAN F.

1975: *Quantity and Quantification*, în: „Synthese”, 31

CHIOREANU, AURORA; MĂCIU, M.; NICOLESCU, N. C.; RĂDULESCU, GH.; ȘUTEU, V. (eds.)

1978: *Mic dicționar enciclopedic*, ed. a II - a, Editura Șt. și Enciclopedică, București

CLEAVE, JOHN P.

1991: *A Study of Logics*, Clarendon Press, Oxford

CRESSWELL, M. J.

1990: *Entities and Indices*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht

- CURRY, HASKELL B.  
1963: *Foundations of Mathematical Logic*, McGraw - Hill Book C., New York
- CZECH, ALBERT  
1977: *Grundkurs der Logik*, 2. Aufl., Bouvier Verlag
- DELLER, H.  
1976: *Boolesche Algebra*, Diesterweg - Salle, Frankfurt am Main
- DIDILESCU, ION; BOTEZATU, PETRE  
1976: *Silogistica. Teoria clasică și interpretările moderne*. Editura Didactică și Pedagogică, București
- DIMA, TEODOR  
1981: *Criteriologia adevărului*, în: Botezatu, Petre (ed.), *Adevăruri despre adevăr*, Editura Junimea, Iași  
1989: *Aspecte ale dialecticii posibilului relevate prin interpretarea probabilității cu ajutorul tendințelor*, în: P. Dumitrescu (ed.), *Coordonate ale gândirii filosofice și social - politice românești*, Editura Junimea, Iași
- DOWTY, DAVID; WALL, ROBERT; PETERS, STANLEY  
1981: *Introduction to Montague Semantics*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht
- DUMITRIU, ANTON  
1971: *Logica polivalentă*, Editura Enciclopedică Română, București  
1975: *Istoria logicii*, ed. a II - a, Editura Didactică și Pedagogică, București
- DUNN, J. MICHAEL; BELNAP, NUEL D., JR.  
1968: *The Substitution Interpretation of the Quantifiers*, în: „Noûs”, II
- EBBINGHAUS, HEINZ - DIETER; FLUM, JÄRG; THOMAS, WOLFGANG  
1992: *Einführung in die mathematische Logik*, Wissenschaftsverlag, Mannheim
- EBERSOLE, FRANCK B.  
1963: *Whether Existence is a Predicate*, în: „The Journal of Philosophy”, vol. 60, nr. 18
- EDWARDS, P. (ed.)  
1967: *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 5. The Macmillan Company & The Free Press, New York, Collier - Macmillan Ltd., London
- ENDERTON, HERBERT B.  
1972: *A Mathematical Introduction to Logic*, Academic Press, New York
- ENESCU, GHEORGHE  
1974: *Cîteva probleme ale logicii moderne*, în: Enescu, Gh. (ed.), *Direcții în logica contemporană*, Editura Științifică, București  
1980: *Fundamentele logice ale gândirii*, Editura Științifică și Enciclopedică, București  
1985: *Dicționar de logică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București
- ENGEL, PASCAL  
1989: *La norme du vrai. Philosophie de la logique*, Galimard, Paris
- ENGESSER, H. (ed.)  
1993: *Informatik. Ein Sachlexikon für Studium und Praxis*, 2. Aufl., Dudenverlag, Mannheim
- EPSTEIN, RICHARD L.  
1994: *The Semantic Foundations of Logic. Predicate Logic*, Oxford U. P., New York
- FREGE, GOTTLÖB  
1879: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Verlag von Louis Nebert, Halle  
1973: *Schriften zur Logik*, aus dem Nachlass, mit einer Einl. von L. Kreiser, Akademie Verlag, Berlin

- 1977: *Ce este o funcție ?*, în: G. Frege, *Scieri logico - filosofice*, Editura Științifică și Enciclopedică, București
- GABBAY, DOV M.; HOGGER, C. J.; ROBINSON, JULIA A. (eds.)  
1993: *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, I: „Logical Foundations“, Clarendon Press, Oxford
- GABRIEL, G.  
1975: *Fiktion und Wahrheit. Eine semantische Theorie der Literatur*, Frommann Verlag, Stuttgart - Bad Cannstatt
- GARDIES, JEAN - LOUIS  
1975: *La logique du temps*, Presses Universitaires de France, Paris
- GELLERT, WALTER; KÄSTNER, HERBERT; NEUBER, SIEGFRID (eds.)  
1978: *Fachlexikon ABC. Mathematik*, Verlag Harry Deutsch, Thun, Frankfurt am Main
- GELLERT, WALTER; KÜSTNER, H.; HELLWICH, M.; KÄSTNER, H. (eds.)  
1980: *Mică enciclopedie matematică*, Editura Tehnică, București
- GOTTLIEB, DALE; MCCARTHY, TIMOTHY  
1979: *Substitutional Quantification and Set Theory*, „Journal of Philosophical Logic“, 8
- GOTTWALD, S.; STREHLE, P.  
1988: *Mehrwertige Logik*, în: L. Kreiser, S. Gottwald și W. Stelzner (eds.), *Nicht-klassische Logik. Eine Einführung*, Akademie Verlag, Berlin
- GRAUEL, ADOLF  
1995: *Fuzzy - Logik. Einführung in die Grundlagen mit Anwendungen*, BI - Wissenschaftsverlag, Mannheim
- GRIZE, JEAN - BLAISE  
1969: *Logique moderne*, fasc. I, Gauthier - Villars, Mouton
- GROVER, DOROTY L.  
1972: *Propositional Quantifiers*, în: „Journal of Philosophical Logic“, 1
- GRZEGORCZYK, ANDRZEJ  
1966: *Șchiță istorică*, în: *Logică și filozofie. Orientări în logica modernă și fundamentele matematicii*, Editura Politică, București  
1974: *An Outline of Mathematical Logic*, Polish Scientific Publishers, Warszawa
- GUTTENPLAN, SAMUEL  
1986: *The Languages of Logic. An Introduction*, Basil Blackwell, Oxford
- HAILPERIN, THEODORE  
1991: *Probability Logic in the Twentieth Century*, în: *History and Philosophy of Logic*, 12, Taylor & Francis, London, New York, Philadelphia
- HARRISON, FRANCK R.  
1969: *Deductive Logic and Descriptive Language*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs
- HARTSHORNE, CH.; WEISS, P. (eds.)  
1933: *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, III („Exact Logic“) și IV („The Simplest Mathematics“), The Belknap Press of Harvard U. P., Cambridge, Mass.
- HASENJAEGER, GIBERT  
1962: *Introduction to the Basic Concepts and Problems of Modern Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht  
1972: *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der Modernen Logik*, Verlag Karl Alber, Freiburg, München
- HEGEL, G. W. FR.  
1966: *Știința logicii*, Editura Academiei, București



HINST, PETER

1974: *Logische Propädeutik. Eine Einführung in die deduktive Methode und logische Sprachenanalyse*, Wilhelm Fink Verlag, München

HINTIKKA, JAAKKO

1966: *Studies in the Logic of Existence and Necessity*, în: „The Monist“, vol. 50, nr. 1

HISPANUS, PETRUS

1947: *Summulae Logicales*, quas e codice manu scripto Reg. Lat. 1205 editit I. M. Bochenski O. P., Domus Editorialis Marietti, Friburgi

HODGES, WILFRID

1983: *Elementary Predicate Logic*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: *Elements of Classical Logic*, D. Reidel P. C., Dordrecht

HOTTOIS, GILBERT

1989: *Penser la logique. Une introduction technique, théorique et philosophique à la logique formelle*, De Boeck Université - Editions Universitaires, Bruxelles

HOYNINGEN - HUENE, PAUL

1998: *Formale Logik. Eine philosophische Einführung*, Reclam, Stuttgart

HUGHES, G. E.; CRESWELL, MAX

1972: *An Introduction to Modal Logic*, Methuen and Co. Ltd, London

HUNTER, GEOFFREY

1973: *Metalogic. An Introduction to the Metatheory of Standard First Order Logic*, University of California Press, Berkeley and Los Angeles

HURLEY, PATRICK J.

1988: *A Concise Introduction to Logic*, 3<sup>rd</sup> ed., Wadsworth P. C., Belmont

INGWAGEN, PETER VAN.

1981: *Why I Don't Understand Substitutional Quantification*, „Philosophical Studies“, 39

IOAN, PETRU

1973: *Analiza logică a limbajului*, Universitatea „Al. I. Cuza“, Iași1976: *Recuperarea timpului și devenirii în logica formală*, în: „Analele Științifice ale Universității «Al. I. Cuza» din Iași“, III b, tomul XXII1980: *Axiomatica. Studiu morfo - logic*, Editura Științifică și Enciclopedică, București1983: *Logică și metalogică. Incursiuni și noi contururi*, Editura Junimea, Iași1987: *Perspective logice. Contribuții la reconstruirea unui profil disciplinar*, Editura Junimea, Iași1988: *Logică și limbaj: comunicații logico - lingvistice pe făgașul teoriei categoriilor*, în: Petru Ioan (ed.), *Logică, adevăr formal și relevanță interpretativă*, Editura Științifică și Enciclopedică, București1988: *Paradigma gramaticalității categoriale și programul logicii integrale*, în: Petru Ioan (ed.), *Cunoaștere, eficiență, acțiune*, Editura Politică, București1995: *Educație și creație în perspectiva unei logici „situaționale“*, Editura Didactică și Pedagogică, București1996: *Logică și filosofie. Restanțe, radiografii, retrospective*, Institutul European, Iași

JACOB, A. (ed.)

1990: *Encyclopédie Philosophique Universelle*, II: „Les notions philosophique. Dictionnaire“ (volume dirigé par S. Auroux), tome I, P. U. F., Paris

JACOBI, K.

1973: *Möglichkeit*, în: H. Krings, H. M. Baumgartner și Chr. Wild (eds.), *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, IV: „Mensch - Relation“, Kassel Verlag, München

JEFFREY, RICHARD C.

1967: *Formal Logic: Its Scope and Limits*, McGraw - Hill, New York

JOJA, ATHANASE

1971: *Studii de logică*, III, Editura Academiei, București

1976: *Studii de logică*, IV, Editura Academiei, București

KANT, IMMANUEL

1985: *Logica generală*, Editura Științifică și Enciclopedică, București

1994: *Critica rațiunii pure*, Editura IRI, București

KLENK, VIRGINIA

1983: *Understanding Symbolic Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

KNECHT, HERBERT H.

1981: *La logique chez Leibniz. Essai sur le rationalisme baroque*, L'Age d'Homme, Lausanne

KOTARBINSKI, TADEUSZ

1965: *Lçons sur l'histoire de la logique*, Editions Scientifiques de Pologne, Warszawa

KÜNG, G.

1977: *The Meaning of the Quantifiers in the Logic of Lesniewski*, în: „*Studia Logica*”, vol. 36, nr. 1 - 2

KUTSCHERA, FRANZ VON; BREITKOPF, ALFRED

1971: *Einführung in die moderne Logik*, Verlag Karl Alber, München

LAMBERT, KAREL

1958: *Notes on „EI”*, în: „*Philosophical Studies*”, vol. 9, nr. 3

1965: *On Logic and Existence*, în: „*Notre Dame Journal of Formal Logic*”, vol. 6, nr. 2

LEBLANC, H.

1955: *An Introduction to Deductive Logic*, John Wiley & Sons Inc., New York

LEMMON, E. J.

1965: *Beginning Logic*, Van Nostrand Reinhold (UK) Co. Ltd, Molly Millars Lane, Wokingham, Berkshire

LEWIS, C. I.; LANGFORD, C. H.

1959: *Symbolic Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Dover Publications Inc., London

LINSKY, LEONARD

1971: *Reference, Essentialism and Modality*, în: Leonard Linsky (ed.), *Reference and Modality*, Oxford University Press, London

LORENZEN, PAUL

1962: *Formale Logik*, 2. Aufl., Walter de Gruyter, Berlin

LUKASIEWICZ, JAN

1982: *Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles*, în: A. Menne și N. Éffenger (eds.), *Über den Folgerungsbegriff in der aristotelischen Logik*, Georg Olms Verlag, Hildesheim

MARCISZEWSKI, WITOLD

1981: *Abstraction Operator*, în: Witold Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga

1981: *Semantics, Logical*, în: Witold Marciszewski (ed.), *Dictionary of Logic*, Martinus Nijhoff Publishers, Haga

MARCUS, RUTH BARCAN

1962: *Interpreting Quantification*, în: „*Inquiry*”, 5

MARTIN, J. N.

1987: *Elements of Formal Semantics. An Introduction to Logic for Students of Language*, Academic Press, New York

MARTIN, R. M.

1958: *Truth & Denotation. A Study in Semantical Theory*, Routledge & Kegan Paul, London

MATTIESSEN, GÜNTER

1991: *Logik für Software - Ingenieure*, Walter de Gruyter, Berlin

MCNEIL, MARTIN; THRO, ELLEN

1994: *Fuzzy Logic. A Practical Approach*, AP Profesional, Boston, New York

MENDELSON, ELLIOT

1964: *Introduction to Mathematical Logic*, D. Van Nostrand Company, New York

MENNE, ALBERT

1959: *Zur logischen Analyse der Existenz*, în: Albert Menne (ed.), *Logisch - Philosophische Studien*, Verlag Karl Alber, Freiburg, München

1966: *Existenz in der Logik*, în: P. Weingartner (ed.), *Description, Analytizität und Existenz*, Verlag Anton Pustet, Salzburg

1973: *Einführung in die Logik*, 2. Aufl., Francke Verlag, München

MEYER, ROBERT K.; LAMBERT, KAREL

1968: *Universally Free Logic and Standard Quantification Theory*, în: „The Journal of Symbolic Logic“, vol. 33, nr. 1

MICHALOS, ALEX C.

1969: *Principles of Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

MIROIU, ADRIAN

1994: *Introducere în logica filosofică*, I: „Logică și formalizare“, Ed. Universității București

MOISIL, GRIGORE C.

1965: *Încercări vechi și noi de logică neclasică*, Editura Științifică, București

1968: *Elemente de logică matematică și de teoria mulțimilor*, Ed. Științifică, București

1972: *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Edition de l'Académie, Bucarest

1975: *Lecții despre logica raționamentului nuanțat*, Ed. Șt. și Encicl., București

MYCIELSKI, JAN

1992: *Quantifier - Free Versions of First Order Logic and their Psychological Significance*, în: „Journal of Philosophical Logic“, 21

NAKHNIKIAN, GEORGE; SALMON, WESLEY C.

1957: „Exists“ as a Predicate, în: „The Philosophical Review“, vol. 66

NARIȚA, I.

1997: *Analiza logică: Frege și Wittgenstein*, Editura Delabistra, Caransebeș

NEGOIȚĂ, C. V.; RALESCU, D. A.

1974: *Mulțimi vagi și aplicațiile lor*, Editura Tehnică, București

NOVIKOV, P. S.

1966: *Elemente de logică matematică*, Editura Științifică, București

ÖHRSTRÖM, PETER; HASLE, PER F. V.

1995: *Temporal Logic. From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht

ORENSTEIN, ALEX

1984: *Referential and Nonreferential Substitutional Quantifiers*, în: „Synthese“, 60

PAP, ARTHUR

1947: *A Note on Logic and Existence*, în: „Mind“, vol. 56

PETERSON, PHILIP L.

1991: *Complexly Fractionated Syllogistic Quantifiers*, „Journal of Philosophical Logic“, 20

POPA, CORNEL

1992: *Logica predicatelor*, Editura Hyperion XXI, București

POSESCU, AL.

1947: *Teoria logică a judecății*, Cugetarea – Georgescu Delafras S. A., București

POSPESEL, HOWARD

1976: *Introduction to Logic. Predicate Logic*, Prentice - Hall, Englewood Cliffs

POTTER, MICHAEL D.

1990: *Sets: An Introduction*, Oxford University Press, Oxford

PRIOR, ARTHUR N.

1957: *Time and Modality*, Clarendon Press, Oxford

1962: *Formal Logic*, 2<sup>nd</sup> ed., Clarendon Press, Oxford

PURTIL, RICHARD L.

1979: *Logic. Argument, Refutation, and Proof*, Harper & Row, Publishers, New York

QUINE, WILLARD VAN ORMAN

1939: *Designation and Existence*, în: „The Journal of Philosophy“, Vol. 36, nr. 26

1945: *On the Logic of Quantification*, în: „Journal of Symbolic Logic“, 10

1954: *Quantification and the Empty Domain*, „The Journal of Symbolic Logic“, vol. 19, nr. 3

1975: *Ontologische Relativität und andere Schriften*, Reclam, Stuttgart

1981: *Mathematical Logic*, revised edition, Harvard University Press

1992: *Quiddités. Dictionnaire philosophique par intermittence*, Editions du Seuil, Paris

READ, STEPHEN

1980: *'Exists' is a Predicate*, în: „Mind“, vol. 89

REICHENBACH, HANS

1947: *Elements of Symbolic Logic*, The Free Press, New York

RESCHER, NICHOLAS; URQUHART, ALASDAIR

1971: *Temporal Logic*, Springer - Verlag, Wien, New York

RESCHER, NICHOLAS

1957: *Definitions of „Existence“*, în: „Philosophical Studies“, vol. 8, nr. 5

1968: *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel P. C., Dordrecht - Holland

1968: *Topics in Philosophical Logic*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht

1969: *Essay in Philosophical Analysis*, University of Pittsburgh Press, Pittsburgh

1993: *Many - Valued Logic*, Gregg Revivals, Suffolk

ROBINSON, JULIA A.

1979: *Logic: Form and Function. The Mechanization of Deductive Reasoning*, Edinburgh University Press, Edinburgh

ROUTLEY, R.

1966: *Some Things Do Not Exist*, „Notre Dame Journal of Formal Logic“, vol. 7, nr. 3

RUSSELL, BERTRAND

1930: *Introduction to Mathematical Philosophy*, George Allen & Unwin Ltd., London

1987: *Über das Kennzeichnen*, în: R. Wiehl (ed.), *Geschichte der Philosophie in Text und Darstellung*, B. 8: 20 Jahrhundert, Reclam, Stuttgart

SĂLĂVĂSTRU, CONSTANTIN

1997: *Antinomiile receptivității*, Editura Didactică și Pedagogică, București

SALMON, MERRILEE H.

1989: *Introduction to Logic and Critical Thinking*, 2<sup>nd</sup> ed., Harcourt Brace College Publishers, Orlando, Florida

SANDKÜHLER, H. J. (ed.)

1990: *Europäische Enzyklopädie zu Philosophie und Wissenschaften*. III. Felix Meiner Verlag

SAVIGNY, EIKE VON

1970: *Grundkurs im Wissenschaftlichen Definieren*. Deutscher Taschenbuch Verlag, München

SCHÄFER, L.

1973: *Quantität*, în: H. M. Baumgartner și Chr. Wild (eds.), *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, B. 4: *Mensch - Relation*, Kösel Verlag, München

SCHOCK, ROLF

1968: *Logic without Existence Assumptions*, Almqvist & Wiksell, Stockholm

SCHÖNING, UWE

1987: *Logik für Informatiker*, Wissenschaftsverlag, Mannheim

SCHULTE, U.

1993: *Einführung in Fuzzy - Logik. Fortschritt durch Unschärfe*, Franzis V., München

SEIFERT, HELMUT

1991: *Einführung in die Wissenschaftstheorie*, I, Verlag C. H. Beck, München

SEYMOUR, G.

1966: *The Mathematical Theory of Context Free Languages*, McGraw - Hill Book Company, New York

SHERWOOD, WILLIAM OF

1995: *Introductiones in logicam / Einführung in die Logik*, Felix Meiner Verlag, Hamburg

SINOWJEW, A.; WESSEL, H.

1975: *Logische Sprachregeln*, Verlag Wilhelm Fink, München - Salzburg

SLUPECKI, J. ȘI BORKOWSKI, L.

1967: *Elements of Mathematical Logic and Set Theory*, Polish Scientific Publ., Warszawa

SPIES, MARCUS

1993: *Unsicheres Wissen. Wahrscheinlichkeit, Fuzzy - Logik, neuronale Netze und menschliches Denken*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, Berlin, Oxford

STEKELER - WEITHOFER, PETER

1986: *Grundprobleme der Logik. Elemente einer Kritik der formalen Vernunft*, Walter de Gruyter, Berlin

STOIANOVICI, DRAGAN

1973: *Termenii singulari în logică: o analiză a unor puncte de vedere și divergențe din logica tradițională și din cea modernă*, teză de doctorat, Iași

STRAWSON, PETER F.

1964: *Introduction to Logical Theory*, Methuen & Co Ltd., London

SUNDHOLM, GÖRAN

1983: *Systems of Deduction*, în: D. Gabbay și F. Guenther (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, I: „Elements of Classical Logic“, D. Reidel P. C., Dordrecht

SURDU, ALEXANDRU

1973: *Problema universalului la Aristotel din perspectiva lucrării „Categoriae”*, în: *Probleme de logică*, V, Editura Academiei, București

TAPSCOTT, BANGS L.

1976: *Elementary Applied Symbolic Logic*. Prentice - Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

TARSKI, ALFRED

1956: *Logic, Semantics, Methamathematics*. Clarendon Press. Oxford

THOMPSON, BRUCE E.

1982: *Syllogisms Using „Few“, „Many“ and „Most“*, în: „Notre Dame Journal of Formal Logic“, vol. 23, nr. 1

1992: *An Introduction to the Syllogism and the Logic of Proportional Quantifiers*, Peter Lang, New York

TILI, THOMAS T.

1993: *Fuzzy - Logik. Grundlagen, Anwendungen, Hard - und Soft - ware*, 3. Aufl., Franzis Verlag, München

TRAEGER, DIRK H.

1994: *Einführung in die Fuzzy - Logik*, 2. Aufl., B. G. Teubner, Stuttgart

TUȚUGAN, FLOREA

1943: *Cercetări asupra relațiilor unice și determinate și critica teoriei cuantificării predicatului a lui W. Hamilton*, în: „Revista de Filosofie“, nr. 1 - 2, vol. XXVIII

1957: *Silgistica judecăților de predicatie. Contribuții, adaosuri și rectificări la silogistica clasică*, Editura Academiei, București

VASILIU, EMANUEL

1984: *Sens, adevăr analitic, cunoaștere*, Editura Științifică și Enciclopedică, București

VIERU, SORIN

1975: *Axiomatizări și modele ale sistemelor silogistice*, Editura Academiei, București

WALL, ROBERT

1973: *Einführung in die Logik und Mathematik für Linguisten, I: Logik und Mengenlehre*. Scriptor Verlag, Kronberg Ts.

WHITEHEAD, A. N.; RUSSELL, BERTRAND

1925: *Principia Mathematica*, I, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge at the University Press

WILLIAMSON, COLWYN

1968: *Propositions and Abstract Propositions*, în: N. Rescher (ed.), *Studies in Logical Theory*, Oxford, Blackwell

WITTGENSTEIN, LUDWIG

1991: *Tractatus logico - philosophicus*, Humanitas, București

WOODS, JOHN

1974: *The Logic of Fiction*, Mouton, The Hague

WRIGHT, GEORG H. VON

1951: *An Essay in Modal Logic*, North - Holland Publishing Company, Amsterdam

1982: *Normă și acțiune (studiu logic)*, Editura Științifică și Enciclopedică, București

ZADEH, L. A.

1975: *Fuzzy Logic and Approximate Reasoning* (in memory of Gr. Moisil), „Synthese“, 30

ZEMACH, E. M.

1991: *Vague Objects*, în: „Noûs“, 25

## CUPRINS

|                                                                                                                                                     |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>0. INTRODUCERE .....</b>                                                                                                                         | <b>5</b>   |
| 0.1. ACCEPȚII LOGICO - FILOSOFICE ALE TERMENULUI „CANTITATE“ ....                                                                                   | 5          |
| 0.2. CADRUL GENERAL AL LOGICII FORMALE .....                                                                                                        | 6          |
| 0.3. CLASIFICAREA EXPRESIILOR DINTR-UN LIMBAJ FORMALIZAT: UN<br>POSIBIL PUNCT DE PLECARE ÎN DESLUȘIREA ÎNSEMNELOR FOR-<br>MALE ALE CANTITĂȚII ..... | 8          |
| <b>1. REFLEXE ALE CANTITĂȚII ÎN ORIZONTUL CONECTORILOR ...</b>                                                                                      | <b>13</b>  |
| 1.1. CUANTORII, CA MĂRCI INDUBITABILE ALE CANTITĂȚII ... ..                                                                                         | 13         |
| 1.1.1. Cuantorii de individ clasici ... ..                                                                                                          | 13         |
| 1.1.2. Reguli relative la operațiile clasice de cuantificare ... ..                                                                                 | 23         |
| 1.1.3. Interpretări ale cuantorilor de individ clasici și problema<br>asumpției ontologice ... ..                                                   | 39         |
| 1.1.4. Un sistem al cuantorilor de individ standard ... ..                                                                                          | 50         |
| 1.1.5. Cuantificări de individ nonstandard ... ..                                                                                                   | 55         |
| 1.1.6. Familii de cuantori în logica de ordinul doi ... ..                                                                                          | 70         |
| 1.1.7. O scurtă retrospectivă ... ..                                                                                                                | 89         |
| 1.2. UN ADAOS PRIVIND EXPRIMAREA CANTITĂȚII ÎN LOGICA TEMPORALĂ ...                                                                                 | 90         |
| 1.3. CUANTIFICARE ȘI MODALIZARE ... ..                                                                                                              | 93         |
| <b>2. INFLEXIUNI CANTITATIVE ÎN REGISTRUL SUBNECTORILOR ....</b>                                                                                    | <b>106</b> |
| 2.1. REFLECTAREA CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL EVALUĂRIILOR ALETHICE<br>POLIVALENTE ... ..                                                                | 106        |
| 2.1.1. Pot fi transformate modalitățile alethice în valori logice ? .....                                                                           | 106        |
| 2.1.2. Cuantificare și prognozare ... ..                                                                                                            | 110        |
| 2.1.3. Aspecte cantitative în logica impreciziei ... ..                                                                                             | 115        |
| 2.2. REVERBERAȚII ALE CANTITĂȚII LA NIVELUL DESCRIȚIILOR ... ..                                                                                     | 118        |
| <b>3. MANIPULAREA CANTITĂȚII PRIN INTERMEDIUL PREDICA-<br/>TORILOR .....</b>                                                                        | <b>123</b> |
| 3.1. MANIFESTĂRI ALE CANTITĂȚII LA NIVELUL PREDICATORILOR CLA-<br>SICALI ... ..                                                                     | 123        |
| 3.2. RECUPERAREA CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL SILOGISTICII ... ..                                                                                        | 136        |
| 3.3. MODALITĂȚILE DINAMICE, CA FORME SPECIFICE DE EXPRIMARE A<br>SUPRAOPERAȚIEI DE CUANTIFICARE ... ..                                              | 145        |

|                                                                                             |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4. MĂRCI ALE CANTITĂȚII ÎN CONTEXTUL OPERATORILOR STRICTO SENSU .....</b>                | <b>147</b> |
| 4.1. CANTITATE ȘI CARDINALITATE .....                                                       | 147        |
| 4.2. REFLEXE ALE „CUANTIFICĂRII GENERALIZATE” ÎN CATEGORIA OPERATORILOR STRICTO SENSU ..... | 153        |
| 4.3. MODELAREA CANTITATIVĂ A IMPRECIZIEI LA NIVELUL OPERATORILOR STRICTO SENSU .....        | 155        |
| <b>5. ADĂUGIRI PRIVIND ÎNSEMNELE CANTITĂȚII LA NIVEL METALOGIC .....</b>                    | <b>160</b> |
| 5.1. DETERMINĂRI CANTITATIVE ALE STRUCTURILOR LOGICE .....                                  | 160        |
| 5.2. ALTE MĂRCI ALE CANTITĂȚII CE CARACTERIZEAZĂ RELAȚIILE .....                            | 162        |
| <b>CONCLUZII .....</b>                                                                      | <b>164</b> |
| <b>ZUSAMMENFASSUNG .....</b>                                                                | <b>167</b> |
| <b>BIBLIOGRAFIE .....</b>                                                                   | <b>169</b> |
| <b>CUPRINS .....</b>                                                                        | <b>179</b> |



Tipar executat de  
**S.C. DOSOFTEI S.A. Iași**  
 Str. Sf. Lazăr nr. 49  
 Telefon: 032/137060